

Programa simulador de efectos de cambios de masa y longitud de eslabones en modelo dinámico y cinemático de brazo manipulador de 4 Gdl

Program simulator of effects of changes of mass and length of links in dynamic model and cinematic of arm manipulator of 4 Gdl

ALGARÍN-PINTO, Juan Antonio†, AGUILERA-HERNÁNDEZ, Martha Isabel, ORTIZ-SALAZAR, Manuel, ORTIZ-SIMÓN, José Luis y ROJO-VELÁZQUEZ, Gustavo

Instituto Tecnológico de Nuevo Laredo, Nuevo Laredo, Tamaulipas, México

ID 1^{er} Autor: *Juan Antonio, Algarín-Pinto*

ID 1^{er} Coautor: *Martha Isabel, Aguilera-Hernández*

ID 2^{do} Coautor: *Manuel, Ortiz-Salazar*

ID 3^{er} Coautor: *José Luis, Ortiz-Simón*

ID 4^{to} Coautor: *Gustavo, Rojo-Velázquez*

Recibido: 30 de Abril, 2018; Aceptado 02 de Junio, 2018

Resumen

El análisis matemático de robots manipuladores permite comprender de manera anticipada el comportamiento que presentarán en función de la aplicación para la que se desea su implementación. En este documento se presenta el análisis de un brazo robótico de 4gdl para visualizar su comportamiento en el seguimiento de trayectorias. Con ayuda del software Simulink® de Matlab® se analizan los efectos que producirán algunos cambios en sus características físicas como lo son la masa y longitud de los eslabones.

Brazo manipulador, 4 gdl, análisis cinemático, Modelado dinámico, Seguimiento de trayectorias, Robótica, Control

Abstract

Mathematical analysis for robotic manipulators helps to anticipate and foresee the behavior of these types of systems based on the application that they were created for. This paper analyses a 4-dof robotic arm in order to understand its trajectory tracking demeanor. Using Simulink® from Matlab®, the robot's performance is dissected to comprehend the effects of changes made on its physical characteristics, such as links' length and/or mass.

Manipulator arm, 4 gdl, kinematic analysis, Dynamic modeling, Track tracking, Robotics, Control

Citación: ALGARÍN-PINTO, Juan Antonio, AGUILERA-HERNÁNDEZ, Martha Isabel, ORTIZ-SALAZAR, Manuel, ORTIZ-SIMÓN, José Luis y ROJO-VELÁZQUEZ, Gustavo. Programa simulador de efectos de cambios de masa y longitud de eslabones en modelo dinámico y cinemático de brazo manipulador de 4 Gdl. Revista de Simulación Computacional. 2018. 2-4: 1-12.

† Investigador contribuyendo como primer autor

Introducción

El uso de la robótica para la realización de diversos procesos ha ido creciendo de manera exponencial así como el estudio de los mismos para su implementación en el ámbito industrial, medicina, construcción, automatización e inclusive hasta de entretenimiento. Prácticamente es en la robótica donde su aplicación puede extenderse en casi todas las áreas imaginables donde se realice un trabajo mecánico.

Un brazo manipulador es un sistema robótico al que se le puede realizar, entre muchos otros, estudios cinemáticos y dinámicos para comprender la capacidad del espacio de trabajo que presenta, así como las fuerzas necesarias para hacer mover de manera adecuada cada una de las articulaciones que componen al mismo. A su vez, este tipo de sistemas son óptimos para la implementación de elementos de control, para regular y mejorar el funcionamiento de los mismos.

La simulación del desempeño de un robot permite conocer detalladamente las situaciones en las que la estructura tiende a fallar o su manera de comportarse ante diversas variaciones, características o factores externos que influyen en la realización de la tarea encomendada. Es por tal motivo, que la importancia de realizar diversos tipos de análisis y simulaciones para los sistemas robóticos radica en conocer de una manera óptima los resultados que se pueden esperar al momento de implementarlos en situaciones reales.

Utilizando teorías de control, el análisis cinemático y dinámico del brazo robótico y softwares de simulación de sistemas; el presente artículo muestra el comportamiento que se puede esperar del brazo manipulador R2 mientras este describe ciertas trayectorias. Además, se pretende analizar mediante el apoyo de Simulink® [1], los posibles cambios que pueden surgir en el funcionamiento de la estructura mecánica si se cambian sus características propias, como lo son las masas y/o las longitudes de los eslabones que conforman al robot.

En las secciones siguientes se puede visualizar la arquitectura del “R2 Robotic Arm” así como los resultados concisos de su estudio cinemático, el cual, muestra una posible solución para su cinemática inversa como el utilizado en [2]. También, se muestra la estructura general que conforma al código del simulador diseñado, así como los elementos de control que la componen. Se detalla a su vez, las características físicas del robot que ocasionan cambios en el comportamiento general del sistema presentando los resultados simulados. Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas del presente análisis.

ARQUITECTURA DEL ROBOT.

El manipulador R2 es un brazo robótico que cuenta con 5 grados de libertad y una pinza. Cada una de sus uniones es revoluta. Sin embargo, para fines del análisis exclusivo del alcance y espacio de trabajo que puede alcanzar su efector final, se realiza su estudio cinemático como si se tratara de un robot de 4 gdl, tal como se desarrolla su estudio en [3]. El brazo robótico está compuesto por 6 servomotores, éste puede llegar a tener un alcance de hasta 65 centímetros desde el centro de su base rotativa hasta la punta del efector final cerrado (el alcance también depende del largo de la pinza y las restricciones mecánicas del manipulador). 4 servomotores se encargan de mover los eslabones a lo largo de la zona de trabajo del robot, mientras que los dos restantes son los encargados de abrir o cerrar la pinza, así como de hacerla girar. El manipulador robótico R2 se puede visualizar en la Figura 1.

Para comenzar a analizar los posibles movimientos que puede brindar el brazo robótico, es necesario realizar su estudio de cinemática directa; de esta forma se puede conocer todo el área de trabajo que brindará la estructura mecánica y los posibles movimientos que podrá describir.

En esta sección se emplea la convención y metodología Denavit-Hartenberg (DH) para poder obtener las ecuaciones que rigen el comportamiento cinemático del presente robot.

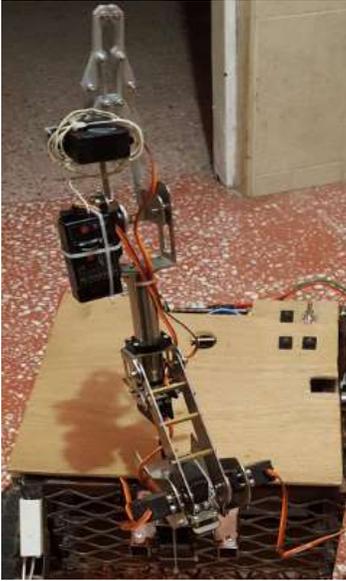


Figura 1 Estructura física del brazo robótico

a) Modelado cinemático

En la Figura 2 se puede visualizar el diagrama estructural que representa de manera gráfica las articulaciones y eslabones que conforman al manipulador robótico. En este se puede observar la colocación de los ejes referenciales a partir del marco inercial (x_0, y_0, z_0) hasta (x_3, y_3, z_3) para describir los movimientos efectuados para cada articulación presente entre eslabones, hasta llegar al último sistema de ejes referenciales (x_4, y_4, z_4) que representa la orientación y posición del efector final.

Las longitudes de los eslabones son representados por las variables constantes L_1, L_2, L_3 y L_4 ; y solamente cumplen con una representación visual de la estructura general del robot, es decir, no respetan ninguna escala de los eslabones reales del mismo. Las variables articulares presentes para el análisis del sistema de 4 gdl se representan como q_1, q_2, q_3 , y q_4 .

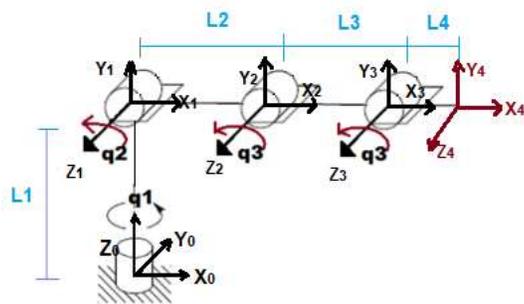


Figura 2 Esquema gráfico para robot manipulador con sistemas de referencia

La Tabla I muestra los parámetros de DH para la estructura gráfica expresada en la Figura 2. Se debe mencionar que estos parámetros dentro de la convención de DH están en función de las variables Θ_i y d_i que representan respectivamente el giro sobre el eje Z_{i-1} y la traslación a lo largo del mismo; y de las variables a_i y α_i que representan respectivamente la traslación a lo largo del eje X_{i-1} y una rotación alrededor del mismo. Estos movimientos se logran para ir trasladando cada sistema de ejes referenciales desde la articulación $i-1$ a la i ; de esta forma se puede obtener un sistema de ecuaciones que represente fielmente los movimientos que la estructura mecánica del robot puede describir.

i	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	q_1	L_1	0	90°
2	q_2	0	L_2	0
3	q_3	0	L_3	0
4	q_4	0	L_4	0

Tabla 1 Parámetros de DH de brazo manipulador de 4 Gdl para cinemática directa

Así, empleando las matrices de transformación homogénea T_i^{i-1} (según la convención de DH) para representar la relación entre los sistemas asociados a eslabones consecutivos; se puede describir la orientación y posición que presenta el eslabón i en relación al eslabón $i-1$. Por lo tanto, para representar la orientación y posición del sistema (x_4, y_4, z_4) del efector final con relación al marco inercial (x_0, y_0, z_0) en la base del robot manipulador; se deberá realizar la siguiente operación entre matrices homogéneas de los sistemas:

$${}^0T_4 = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot {}^2T_3 \cdot {}^3T_4$$

$$= \begin{bmatrix} C_1 C_{234} & -C_1 S_{234} & S_1 & L_4 C_1 C_{234} + L_3 C_1 C_{23} + L_2 C_1 C_2 \\ S_1 C_{234} & -S_1 S_{234} & -C_1 & L_4 S_1 C_{234} + L_3 S_1 C_{23} + L_2 S_1 C_2 \\ S_{234} & C_{234} & 0 & L_4 S_{234} + L_3 S_{23} + L_2 S_2 + L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

De la matriz de transformación homogénea final (1), el enfoque del presente documento es el de analizar el seguimiento de trayectorias del efector final, por lo que la posición del mismo dentro del espacio de trabajo del robot quedará definida por las ecuaciones de posición cartesiana siguientes:

$$px = L_4 C_1 C_{234} + L_3 C_1 C_{23} + L_2 C_1 C_2; \quad (2)$$

$$py = L_4 S_1 C_{234} + L_3 S_1 C_{23} + L_2 S_1 C_2; \quad (3)$$

$$pz = L_4 S_{234} + L_3 S_{23} + L_2 S_2 + L_1. \quad (4)$$

Para la cinemática inversa del robot, se realiza un análisis mediante el método geométrico en función del conocimiento de la posición (dentro del espacio de trabajo) que se desea alcanzar. Sin embargo, este análisis para un robot del tipo RRRR resulta un tanto complejo debido a los giros que se pueden efectuar en las variables articulares q_2 , q_3 , y q_4 . Por tal motivo, para simplificar dicho análisis resulta conveniente especificar un ángulo de altura máximo Φ que se desea alcanzar como semilla solución para la suma de las variables articulares (dependientes entre sí) q_2 , q_3 , y q_4 . El valor de la variable articular q_1 es independiente al resto de las variables por lo que su obtención es bastante sencilla.

$$\frac{py_{(deseado)}}{px_{(deseado)}} = \frac{S_1 [L_4 C_{234} + L_3 C_{23} + L_2 C_2]}{C_1 [L_4 C_{234} + L_3 C_{23} + L_2 C_2]} \therefore$$

$$\frac{py_{(deseado)}}{px_{(deseado)}} = \tan(q_1) \therefore$$

$$q_1 = \text{atan2} \left(\frac{py_{(deseado)}}{px_{(deseado)}} \right). \quad (5)$$

Basándose desde un plano lateral (X,Z) como el provisto en la Figura 3 es posible realizar un modelado cinemático inverso que sea capaz de arrojar resultados óptimos a partir del conocimiento de las constantes L_1 , L_2 , L_3 y L_4 y la semilla solución Φ como ángulo de alcance máximo.

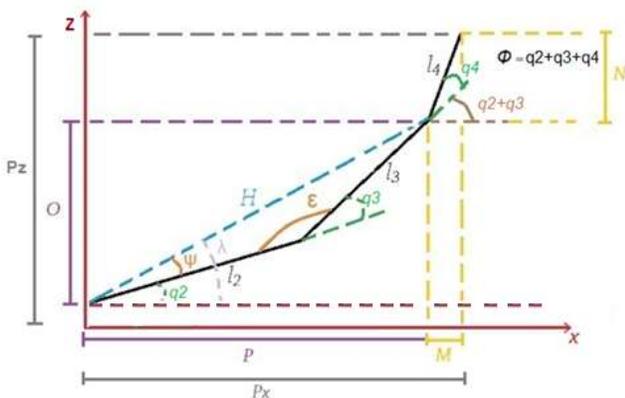


Figura 3 Perspectiva sobre plano (X,Z) para análisis de cinemática inversa

Así, la solución para el modelado de la cinemática inversa estará dada por el sistema de ecuaciones siguiente:

$$M = L_4 \cdot \cos(\Phi) \quad (6)$$

$$N = L_4 \cdot \sin(\Phi) \quad (7)$$

$$O = Pz - N - 0.1 \quad (8)$$

$$P = Px - M \quad (9)$$

La solución para el triángulo rectángulo formado entre O, P y H permite realizar el siguiente análisis:

$$H = \sqrt{O^2 + P^2} \quad (10)$$

$$\lambda = \tan^{-1}(O/P) \quad (11)$$

$$\psi = \cos^{-1} \left(\frac{L_2^2 + H^2 - L_3^2}{2 \cdot L_2 \cdot H} \right) \quad (12)$$

$$q_2 = \lambda - \psi \quad (13)$$

$$\varepsilon = \cos^{-1} \left(\frac{L_3^2 + L_2^2 - H^2}{2 \cdot L_2 \cdot L_3} \right) \quad (14)$$

$$q_3 = 180 - \varepsilon \quad (15)$$

$$q_4 = \Phi - q_3 - q_2 \quad (16)$$

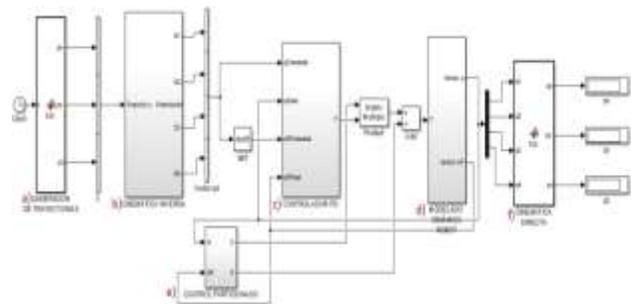


Figura 4 Diagrama general del programa de simulación

Estructura del programa de simulación

En la Figura 4 se puede visualizar la estructura general que presenta el simulador construido con ayuda de Simulink® de Matlab®. La configuración del programa está conformada por elementos que tienen que ver con análisis propios del robot manipulador que se desea examinar.

Los componentes principales que hacen funcionar al programa son los que se mencionan a continuación.

a) Generador de trayectorias

Para visualizar el funcionamiento y comportamiento del robot es necesario primero indicar a su efector final la trayectoria que se desea que describa.

De esta forma, se puede llevar un control en el transcurso del tiempo de una trayectoria definida dentro del espacio de trabajo del manipulador para visualizar cómo es que el efector final del mismo es capaz de alcanzar dicho recorrido.

El generador de trayectoria se encarga de arrojar puntos en el espacio tridimensional (posiciones cartesianas) a partir de tres ecuaciones simultáneas que le son asignadas a las variables PX, PY y PZ, esto es, va trazando un segmento de puntos con las coordenadas obtenidas a partir del sistema de ecuaciones ingresado en el programa durante el periodo de tiempo que dure la simulación. La trayectoria resultante se puede visualizar al momento de ejecutar el programa.

b) Bloque de ecuaciones para cinemática inversa

Una vez generada la coordenada tridimensional deseada, se ingresa las tres componentes de posición cartesiana al sistema de ecuaciones obtenido en el análisis de cinemática inversa.

De esta forma se puede encontrar los valores de las variables articulares que se requiere que el manipulador realice para poder alcanzar la posición ingresada al bloque de función.

El conjunto de coordenadas ingresado al bloque de cinemática inversa debe localizarse dentro del espacio de trabajo en el que se encuentra el efector final del brazo robótico, de lo contrario pudiera suceder que el simulador dejara de funcionar correctamente.

El bloque de cinemática inversa irá generando conforme avanza el tiempo en el simulador, el conjunto de valores para las variables articulares “q” que haga que el robot se posicione en los puntos generados de la trayectoria deseada.

c) Bloque del modelado matemático del robot manipulador

Este es uno de los elementos medulares para el correcto funcionamiento del simulador. Es en este bloque de función donde se introducen las matrices de fuerzas que afectan al comportamiento general del robot.

El modelado dinámico para el robot de 4gdl analizado en el presente artículo arroja por tanto 4 ecuaciones que definen los pares requeridos para mover cada variable articular presente en el manipulador. La ecuación generalizada para el torque presente en cualquier robot manipulador es como se muestra en (17).

$$\tau = D(\ddot{q}) + C(\dot{q}) + G(q) \quad (17)$$

La ecuación (17) muestra la relación que existe entre la matriz de inercias D, la matriz de Coriolis y fuerzas centrífugas C y la matriz de fuerzas gravitacionales G para obtener el par requerido para hacer mover al manipulador. Todo lo anterior en función de las variables articulares de posición, velocidad y aceleración presentes en el sistema robótico.

En el caso del brazo robótico analizado en el presente artículo, se obtiene una ecuación generalizada para los cuatro torques (presentes en sus cuatro motores), que puede ser expresado como:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} + g \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \\ G_{41} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Para propósitos de la presente investigación, no resulta necesario mencionar cada uno de los componentes que conforman a las tres matrices de fuerzas presentes en el modelado. Sin embargo, se debe cuidar de realizar de manera correcta la obtención de dichas matrices, ya que como se estableció, son el pilar para que la simulación sea fiel al comportamiento esperado por el robot. Los elementos de cada una de las tres matrices se muestran en el Apéndice (A).

Utilizando la ecuación de fuerzas y pares generalizados (17) se puede despejar y obtener que:

$$\ddot{q} = D^{-1}[\tau - C(\dot{q}) - G(q)] \quad (19)$$

De lo anterior se puede deducir que es posible que a partir del torque y fuerzas introducidas al bloque de programa se pueda obtener las posiciones articulares reales de cada una de las uniones en las que el robot se ha colocado. Por tal motivo, la estructura del diagrama del bloque del modelado dinámico dentro del simulador se realiza respetando la ecuación (19). Así, el presente bloque queda estructurado en el simulador como se observa en la Figura 5. En él, se puede visualizar un sistema retroalimentado con una entrada y una salida. La entrada al bloque será el vector de fuerzas T que se desean que el sistema conserve, además tomando en cuenta las tres matrices de fuerza presentes en el robot (D , C y g) y la velocidad angular \dot{q} , es posible obtener la aceleración presente \ddot{q} . Así, realizando operaciones de integración se puede conocer las posiciones articulares reales del brazo robótico.

Es necesario mencionar que en las matrices de inercia, Coriolis y fuerzas gravitacionales se encuentran contenidos los valores de la posición de los centros de masa (en función de la longitud de los eslabones) y la masa que se desea desplazar. Es por tal motivo que para el modelado dinámico del robot es pertinente definir dichos factores antes de realizar la simulación.

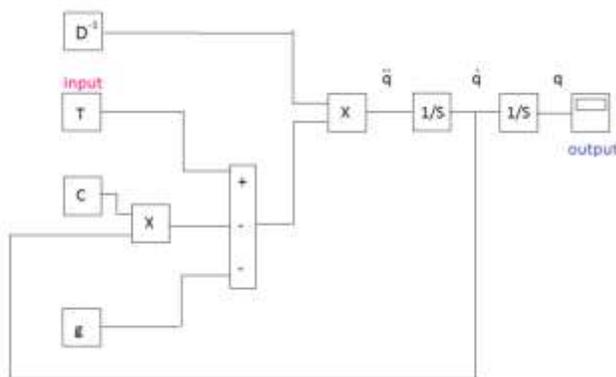


Figura 5 Diagrama general del bloque para modelo dinámico

c) Controlador

El programa simulador cuenta a su vez con un bloque de controlador PD (que pudiera ser tanto del tipo PD como PID).

En este bloque del programa existen 4 entradas y 1 salida. En éste se realizan dos comparaciones simultáneas entre las 4 entradas del sistema siendo estas relaciones la diferencia entre:

- Las posiciones articulares deseadas q_d (producidas por el bloque de cinemática inversa) y las posiciones articulares reales q_r (arrojadas por el bloque de modelado matemático del robot).
- Las velocidades articulares deseadas \dot{q}_d (obtenidas a partir de derivar las posiciones articulares deseadas arrojadas por el bloque de cinemática inversa) y las velocidades articulares reales \dot{q}_r (arrojadas por el bloque de modelado matemático del robot).

Así, se obtienen dos valores de error denominados como Δq y $\Delta \dot{q}$. Dentro del bloque de control se determinan las ganancias K_p y K_v (ganancia del control proporcional y del control derivativo respectivamente), las cuáles son introducidas en formas de matriz para realizar operaciones con los vectores Δq y $\Delta \dot{q}$. La selección de los valores para estas ganancias puede variar según la intención del análisis, sin embargo, si se busca conseguir un amortiguamiento crítico, la relación que mejor consigue este efecto en las ganancias es:

$$K_v = 2\sqrt{K_p} \quad (20)$$

La ley de control que rige al bloque del PD utilizado en el simulador será por tanto:

$$F = k_p \Delta q + k_d \Delta \dot{q} \quad (21)$$

Esto quiere decir que a partir de la multiplicación de ganancias con las diferencias entre las variables deseadas y reales se puede obtener el vector de fuerzas necesario para reducir el estado de error del sistema. Este vector fuerza será por tanto la salida del controlador PD y la señal de entrada al bloque del modelado matemático del robot. El diagrama del funcionamiento descrito del controlador PD se puede visualizar en la Figura 6.

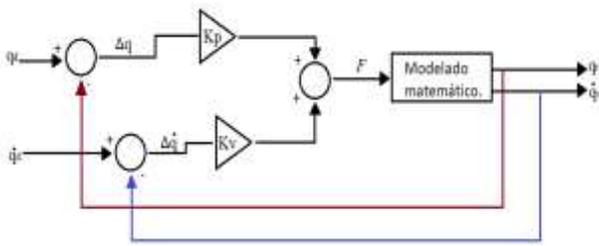


Figura 6 Diagrama de funcionamiento de controlador PD

De lo anterior se puede comprender la dependencia entre los bloques c) y d) desarrollados en el presente apartado.

La importancia de la implementación de un controlador PD al simulador radica en mejora el funcionamiento del sistema general y permite obtener resultados estables con mayor rapidez a que si no se tuviera incluido en el análisis. Esto hace que el simulador sea más rápido y eficiente al momento de arrojar los resultados para el movimiento articular del robot.

d) Bloque para control particionado

El tipo de sistema de 4 gdl que se está analizando arroja un modelado matemático no lineal (17), por lo cual, es necesario procurar añadir un control del tipo particionado. Cuando se desea analizar el seguimiento de trayectorias de manipuladores como el estudiado en el actual artículo, resulta un tanto complejo el análisis y simulación del sistema debido a las singularidades que pueden presentarse en el análisis matemático. A partir de la ecuación (17), se puede basar el estudio y análisis del robot por medio de una nueva ley de control, la cual quedará expresada de la forma:

$$\tau = \alpha \tau' + \beta \quad (22)$$

De donde:

$$\alpha = \text{Matriz de inercias } D \quad (23)$$

$$\beta = C\dot{q} + Gq \quad (24)$$

Así, incorporando las ecuaciones (23), (24) y (17) se obtiene la ecuación diferencial: $D\ddot{q} + C\dot{q} + Gq = D\tau' + C\dot{q} + Gq \therefore$

$$\tau' = \ddot{q} \quad (25)$$

Lo anterior se puede analizar en términos del error de posición y velocidad, además de la aceleración \ddot{q} deseada, haciendo finalmente que la nueva ley de control quede definida como:

$$\tau' = \ddot{q}_d + kv \cdot \dot{e} + kp \cdot e \quad (26)$$

Donde:

$$e = q_d - q_r \quad (27)$$

$$\dot{e} = \dot{q}_d - \dot{q}_r \quad (28)$$

Lo que se desea con el control particionado es que el error arrojado por simulador sea cero.

En la Figura 7 se representa el diagrama de bloques del funcionamiento del control particionado. En este, existe una relación entre los bloques del programa que contienen al modelado matemático del robot y el controlador PD. Para la aplicación del control particionado se requiere realizar una multiplicación entre los resultados arrojados por el controlador PD y la matriz de inercias obtenido para el modelado dinámico del robot. A su vez, a la entrada del bloque del control particionado entrarán las variables articulares de posición q_r y velocidad \dot{q}_r . La salida de este bloque de control presenta la matriz de inercias D y la nueva componente β descrita previamente en (24).

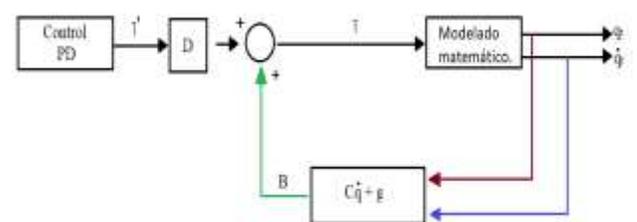


Figura 7 Diagrama de funcionamiento de control particionado

Así se garantiza una simulación completa con controladores incorporados que permitan visualizar en el ordenador el comportamiento del robot, la implementación de este tipo de controladores y de la configuración en la que se estructuró a los bloques de programación fue pensado para que el análisis fuera más preciso, además de que contar con este tipo de modelados permite facilitar el estudio de sistemas no lineales como lo es el brazo manipulador de 4 gdl.

f) Bloque de cinemática directa

Es el componente final del bloque de programación del simulador. La importancia de este radica en ir graficando la posición real del efector final mientras la simulación se ejecuta en función del tiempo.

En este bloque del programa se encuentran contenidas las tres ecuaciones que rigen la posición cartesiana del efector final, de esta manera el simulador va describiendo ambas trayectorias, la deseada (producida por el generador de trayectorias) y la que realmente está siguiendo el robot.

Entre los elementos generales que son modificables en el código se encuentran las masas y longitudes propias de los eslabones que conforman al manipulador para poder observar cómo es que estos cambios afectan en el comportamiento arrojado por el simulador.

Resultados de la simulación y análisis

En la sección presente se muestran los resultados obtenidos de la simulación para cuando se desea que el sistema alcance una posición articular deseada. En la Tabla 2 se puede visualizar la comparación entre los casos analizados; en estos, se comienza a modificar las condiciones físicas presentes en los eslabones del brazo manipulador (masa y longitud) para visualizar cómo es que los resultados se ven afectados ante dichos cambios.

En la Tabla III se muestra la diferencia porcentual que existió entre las posiciones articuladas deseadas y las reales mostradas por el simulador en cada caso probado en comparación con el Caso 0. Esto es, se muestra la medida porcentual en la que el manipulador mejoró o empeoró para alcanzar la posición deseada. En todos los casos se comprobó con un mismo conjunto de valores para las posiciones articulares deseadas siendo estas la posición articular 0. Es decir, se pretende analizar las fuerzas requeridas y precisión con la que actuará el manipulador para contener su posición original una vez que este comience a funcionar.

El Caso 0 es el punto de partida para el análisis de resultados, ya que este contiene los

valores reales de las características físicas del robot (masas y longitudes reales de los eslabones). Los casos propuestos son arbitrarios donde lo que se pretende es observar el comportamiento del robot para llegar a las posiciones que se desean.

Características físicas del robot. (4 eslabones)		Posición articular deseada.	Torque requerida para mantener posición. (kgf)	Posición articular alcanzada (real).
Masa (Kg.)	Longitud (Mts.)			
CASO 0				
M1= 1 M2=0.6 M3=0.5 M4=0.8	L1=0.1 L2=0.3 L3=0.25 L4=0.1	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = 0^\circ$ $q_3 = 0^\circ$ $q_4 = 0^\circ$	T1= 0 T2= 9.5 T3= 4 T4= 0.8	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = -0.02^\circ$ $q_3 = -0.009^\circ$ $q_4 = -0.002^\circ$
CASO 1				
M1= 0.5 M2=0.3 M3=0.25 M4=0.4	L1=0.1 L2=0.3 L3=0.25 L4=0.1	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = 0^\circ$ $q_3 = 0^\circ$ $q_4 = 0^\circ$	T1= 0 T2= 4.7 T3= 2 T4= 0.4	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = -0.01^\circ$ $q_3 = -0.004^\circ$ $q_4 = 0^\circ$
CASO 2				
M1= 1 M2= 1 M3= 1 M4= 1	L1=0.1 L2=0.3 L3=0.25 L4=0.1	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = 0^\circ$ $q_3 = 0^\circ$ $q_4 = 0^\circ$	T1= 0 T2= 14.7 T3= 5.9 T4= 1	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = -0.03^\circ$ $q_3 = -0.01^\circ$ $q_4 = -0.002^\circ$
CASO 3				
M1= 5 M2= 2.5 M3= 2 M4= 4	L1= 0.4 L2= 0.5 L3= 0.4 L4= 0.3	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = 0^\circ$ $q_3 = 0^\circ$ $q_4 = 0^\circ$	T1= 0 T2= 75 T3= 34 T4= 11.2	$q_1 = 0^\circ$ $q_2 = -0.18^\circ$ $q_3 = -0.08^\circ$ $q_4 = -0.03^\circ$

Tabla 2. Resultados de simulación para alcance de posiciones articulares con base en características físicas.

A continuación se pueden visualizar en cuestión de porcentajes la precisión del comportamiento del robot según el caso analizado.

A continuación se pueden visualizar en cuestión de porcentajes la precisión del comportamiento del robot según el caso analizado.

Caso	% de diferencia en torque para mantener posición articular comparado con el CASO 0	% de precisión para alcanzar cada posición articular ($q_{deseada} - q_{real}$) comparado con el CASO 0
1	T1= 0 % T2= - 60.5% T3= - 50 % T4= - 50 %	$q_1 = 0 \%$ $q_2 = +50\%$ $q_3 = +44.4\%$ $q_4 = +100\%$
2	T1= 0 % T2= + 54.7% T3= + 47.5 % T4= + 25 %	$q_1 = 0 \%$ $q_2 = -50 \%$ $q_3 = -11.11 \%$ $q_4 = 0 \%$
3	T1= 0 % T2= + 689% T3= +750 % T4= + 1300 %	$q_1 = 0 \%$ $q_2 = -800 \%$ $q_3 = -788 \%$ $q_4 = -1400\%$

Tabla 3. Diferencia para alcanzar posiciones articulares según cada caso.

De la Tabla 3 se puede analizar las variaciones que ocurren cuando se cambian las características físicas del robot. Como es de esperarse, si las masas de los eslabones del robot disminuyen, se requerirá de un menor torque para moverlos; a mayor masa, mayor fuerza será la requerida para moverlos. Así también, se puede observar cómo es que la precisión para alcanzar las posiciones deseadas mejora a medida que el robot se hace más ligero o compacto. El Caso 2 y 3 demuestran que resulta cada vez más complicado el control de un sistema que se hace más robusto. Para tales efectos, sería necesario inclusive utilizar sistemas de control robustos y más efectivos.

En la Figura 8 se pueden observar las gráficas para torque que arroja la simulación para el Caso 0. En la Figura 9 se muestran los mismos gráficos pero ahora con las características del Caso 1. En estas figuras se expresa la forma en la que el torque requerido para cada articulación se va ajustando hasta alcanzar la fuerza requerida para llegar a la posición articular que se desea. Una vez llegada a la posición articular deseada, la fuerza se mantiene para que el eslabón mantenga su posición.

Así también, en la Figura 10 se deja expresado gráficamente el ajuste que va realizando cada eslabón del robot para llegar a la posición articular 0, analizado para el Caso 0.

En la Figura 11 se muestran las mismas condiciones para los gráficos sólo que esta vez los resultados de simulación obtenidos para el Caso 1.

La simulación descrita en los gráficos de las Figuras 8 a 11 tiene un tiempo de duración de 10 segundos, el comportamiento de las fuerzas y variables articulares puede ser visualizada en las mismas.

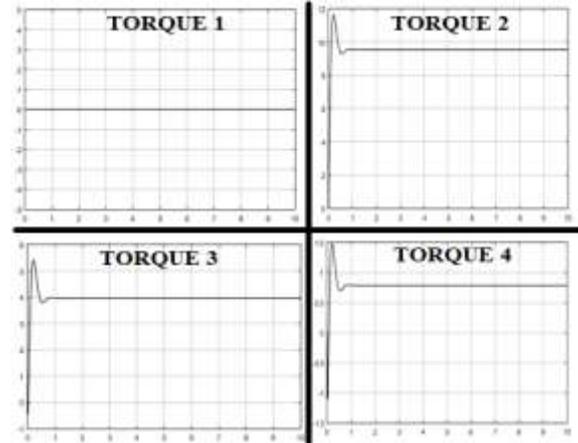


Figura 8 Gráficos de torque obtenidos para Caso 0

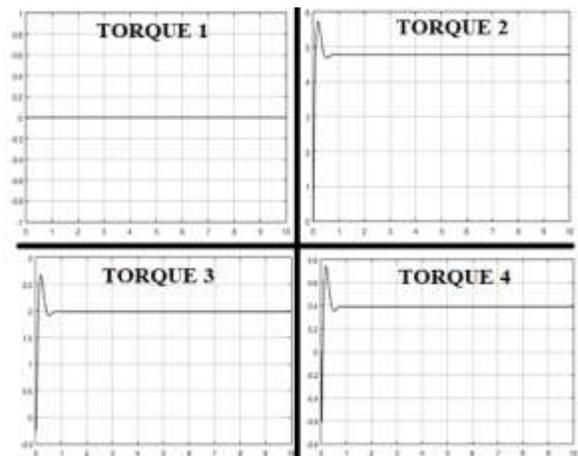


Figura 9 Gráficos de torque obtenidos para Caso 1

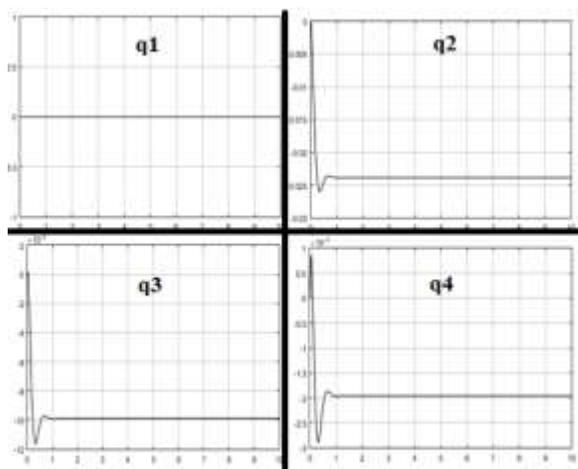


Figura 10 Gráficos de posición articular obtenidos para Caso 0

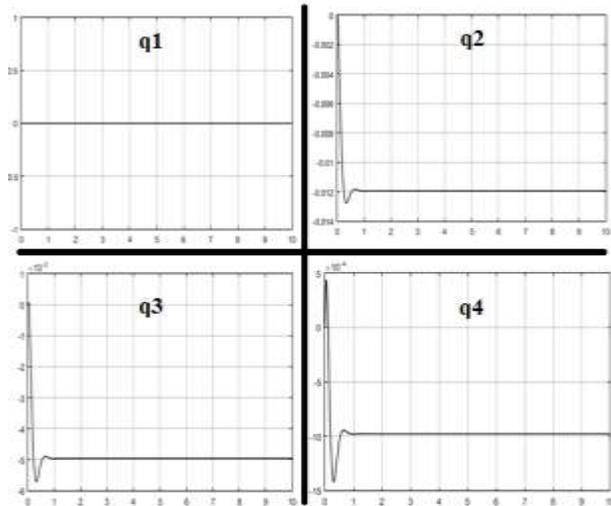


Figura 11 Gráficos de posición articular obtenidos para Caso 1

Finalmente, es necesario analizar que aunque existe una mejora no tan contrastante en la precisión al momento de posicionarse, el impacto más importante recae en la fuerza que se requiere para hacer mover a los eslabones para conseguir mantener al manipulador en los puntos deseados. Como la posición se puede considerar óptima, el seguimiento de trayectorias se puede realizar de manera correcta ante los cambios físicos realizados.

Existirán fluctuaciones o un grado de error al momento de trazar un segmento de trayectoria y la posición del efector final, sin embargo, los controladores diseñados para la simulación arrojan resultados muy cercanos entre sí, cuando se trata de la generación de trayectorias y el seguimiento de la misma por parte del efector final.

En la Figura 12 se observa una trayectoria simple generada por las siguientes ecuaciones de posición en función del tiempo t :

$$px = 0.2t + 0.05; \quad (29)$$

$$py = 0.2t + 0.05; \quad (30)$$

$$pz = 0.2t + 0.05. \quad (31)$$

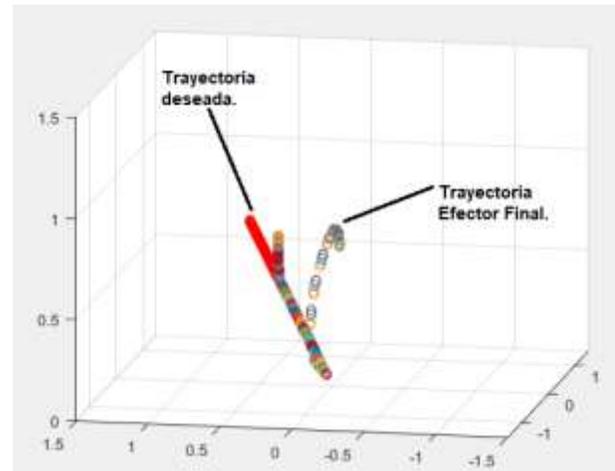


Figura 12 Seguimiento de trayectoria manipulador Caso 0

En la Figura 13 se muestra un nuevo caso para el seguimiento de trayectorias donde el efector final también es capaz de seguir las trayectorias que produce el generador. Pueden existir variaciones o puntos en los que debido a sus características físicas no sea posible alcanzar con exactitud las posiciones deseadas, sin embargo, el modelado matemático y los controladores son capaces de arrojar resultados precisos.

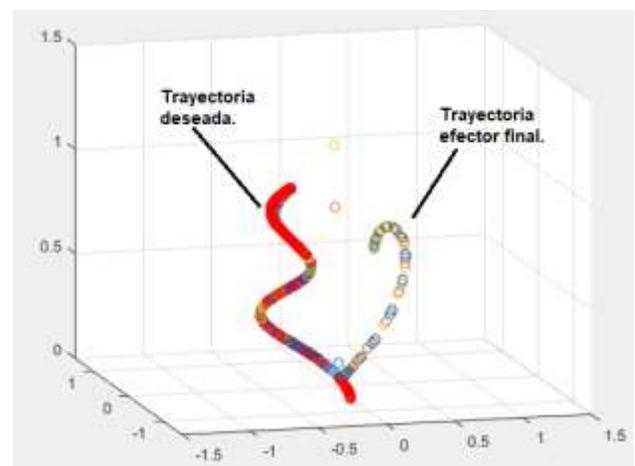


Figura 13 Seguimiento de segunda trayectoria manipulador Caso 0.

Conclusiones

Al momento de realizar el análisis de un manipulador para conocer cuál será su comportamiento es importante considerar sus características físicas, no sólo para conocer la manera en la que se moverá dentro de su espacio de trabajo si no para entender conceptos propios sobre su comportamiento dinámico.

Analizar la manera en la que el movimiento de un robot afectará en cuestiones de gasto energético y exactitud para posicionarse debe ser entre los puntos importantes de todo estudio.

En la presente investigación se demostró por medio del desarrollo de un software de simulación el impacto que tiene el modificar las características físicas de un brazo robótico en cuestiones de precisión y gasto energético. Se pudo comprobar que a menor masa y estructuras más uniformes en los eslabones, más eficiente será el resultado del comportamiento general del sistema.

Entre las aplicaciones para este trabajo de investigación se puede mencionar la manufactura aditiva, que consiste en mejorar los elementos mecánicos que conforman a los sistemas para que estos tengan desempeños óptimos sin sacrificar las funciones para las que fueron creados.

Modificar correctamente las características físicas de los manipuladores robóticos cuidando mantener intactos los resultados de su estudio cinemático y dinámico puede resultar en un ahorro económico si se sabe elegir los materiales adecuados para la implementación de dichos cambios. De esta manera, se puede estudiar siempre la forma de hacer que un sistema mecánico sea cada vez más exacto, preciso y eficiente.

Referencias

[1] MathWorks®. Modelación y simulación. <https://la.mathworks.com/discovery/modeling-and-simulation.html>; Febrero 2018.

[2] Gan, John Q; Oyama, Emei, et al. "A complete analytical solution to the inverse kinematics of the Pioneer 2 robotic arm". Universidad de Cambridge. Mayo 7, 2004.

[3] Algarín, Juan. "Diseño e implementación de un sistema de brazo robótico para un robot móvil con control teleoperado". Reporte de Residencias, Instituto Tecnológico de Nuevo Laredo, Diciembre 2017.

[4] Spong M. y Vidyasagar M; "Robot Dynamics and Control". Primera edición. Editorial John Wiley and Sons.

[5] Reyes, Fernando. "Robótica: control de manipuladores". Editorial Alfaomega.

[6] Barrientos, Antonio; et al. "Fundamentos de Robótica". Editorial McGraw Hill.

Apéndices

Las matrices de inercias, fuerzas centrífugas y gravitacionales del robot de 4 gdl analizado en el presente y que conforman a la ecuación matricial expresada en (18) quedarán compuestas por los siguientes sistemas de ecuaciones:

Para la matriz de inercias:

$$\begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} D_{11} = & m_1 d_1^2 + I_1 + m_2 L_2^2 C_2^2 + I_2 + m_3 L_2^2 C_2^2 + m_3 L_3^2 C_{23}^2 \\ & + 2m_3 L_2 L_3 C_2 C_{23} + I_3 + m_4 L_2^2 C_2^2 + m_4 L_3^2 C_{23}^2 \\ & + m_4 L_4^2 C_{234}^2 + 2m_4 L_2 L_3 C_2 C_{23} + 2m_4 L_2 L_4 C_2 C_{234} \\ & + 2m_4 L_3 L_4 C_{23} C_{234} \\ & + I_4 \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} D_{12} = D_{21} \\ = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} D_{13} = D_{31} \\ = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

$$D_{14} = D_{41} = 0$$

$$\begin{aligned} D_{22} = & m_2 L_2^2 + I_2 + m_3 L_2^2 + m_3 L_3^2 + 2m_3 L_2 L_3 (S_2 S_{23} + C_2 C_{23}) \\ & + I_3 + m_4 L_2^2 + m_4 L_3^2 + m_4 L_4^2 \\ & + 2m_4 L_2 L_3 (S_2 S_{23} + C_2 C_{23}) \\ & + 2m_4 L_2 L_4 (S_2 S_{234} + C_2 C_{234}) \\ & + 2m_4 L_3 L_4 (S_{23} S_{234} + C_{23} C_{234}) \\ & + I_4 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} D_{23} = D_{32} = & m_3 L_3^2 + m_3 L_2 L_3 (S_2 S_{23} + C_2 C_{23}) + I_3 + m_4 L_3^2 \\ & + m_4 L_4^2 + m_4 L_2 L_3 (S_2 S_{23} + C_2 C_{23}) \\ & + m_4 L_2 L_4 (S_2 S_{234} + C_2 C_{234}) \\ & + 2m_4 L_3 L_4 (S_{23} S_{234} + C_{23} C_{234}) \\ & + I_4 \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} D_{24} = D_{42} \\ = & m_4 L_4^2 + m_4 L_2 L_4 (S_2 S_{234} + C_2 C_{234}) \\ & + m_4 L_3 L_4 (S_{23} S_{234} + C_{23} C_{234}) \\ & + I_4 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} D_{33} \\ = & m_3 L_3^2 + I_3 + m_4 L_3^2 + m_4 L_4^2 \\ & + 2m_4 L_3 L_4 (S_{23} S_{234} + C_{23} C_{234}) \\ & + I_4 \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} D_{34} = D_{43} = & m_4 L_4^2 + m_4 L_3 L_4 (S_{23} S_{234} + C_{23} C_{234}) \\ & + I_4 \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} D_{44} \\ = & m_4 L_4^2 + I_4 \end{aligned} \quad (40)$$

Para la matriz de Coriolis y Fuerzas centrífugas:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} C_{11} &= \dot{q}_2[-m_2L_2^2C_2S_2 - m_3L_2^2S_2C_2 - m_3L_3^2S_{23}C_{23} - m_3L_3L_2(C_2S_{23} \\ &+ S_2C_{23}) - m_4L_2^2S_2C_2 - m_4L_3^2S_{23}C_{23} - m_4L_4^2S_{234}C_{234} \\ &- m_4L_3L_2(C_2S_{23} + S_2C_{23}) - m_4L_4L_2(C_2S_{234} + S_2C_{234}) \\ &- m_4L_3L_4(C_{23}S_{234} + S_{23}C_{234})] \\ &+ \dot{q}_3[-m_3L_3^2S_{23}C_{23} - m_3L_2L_3C_2S_{23} - m_4L_3^2S_{23}C_{23} \\ &- m_4L_4^2S_{234}C_{234} - m_4L_2L_3C_2S_{23} - m_4L_2L_4C_2S_{234} \\ &- m_4L_3L_4(C_{23}S_{234} + S_{23}C_{234})] \\ &+ \dot{q}_4[-m_4L_4^2S_{234}C_{234} - m_4L_2L_4C_2S_{234} \\ &- m_4L_3L_4C_{23}S_{234}] \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} C_{12} &= \dot{q}_1[-m_2L_2^2C_2S_2 - m_3L_2^2S_2C_2 - m_3L_3^2S_{23}C_{23} - m_3L_3L_2(C_2S_{23} \\ &+ S_2C_{23}) - m_4L_2^2S_2C_2 - m_4L_3^2S_{23}C_{23} - m_4L_4^2S_{234}C_{234} \\ &- m_4L_3L_2(C_2S_{23} + S_2C_{23}) - m_4L_4L_2(C_2S_{234} + S_2C_{234}) \\ &- m_4L_3L_4(C_{23}S_{234} \\ &+ S_{23}C_{234})] \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} C_{13} &= \dot{q}_1[-m_3L_3^2S_{23}C_{23} - m_3L_2L_3C_2S_{23} - m_4L_3^2S_{23}C_{23} \\ &- m_4L_4^2S_{234}C_{234} - m_4L_2L_3C_2S_{23} - m_4L_2L_4C_2S_{234} \\ &- m_4L_3L_4(C_{23}S_{234} \\ &+ S_{23}C_{234})] \end{aligned} \quad (43)$$

$$C_{14} = \dot{q}_1[-m_4L_4^2S_{234}C_{234} - m_4L_2L_4C_2S_{234} - m_4L_3L_4C_{23}S_{234}] \quad (44)$$

$$\begin{aligned} C_{21} &= \dot{q}_1[m_2L_2^2C_2S_2 + m_3L_2^2S_2C_2 + m_3L_3^2S_{23}C_{23} + m_3L_3L_2(C_2S_{23} \\ &+ S_2C_{23}) + m_4L_2^2S_2C_2 + m_4L_3^2S_{23}C_{23} + m_4L_4^2S_{234}C_{234} \\ &+ m_4L_3L_2(C_2S_{23} + S_2C_{23}) + m_4L_4L_2(C_2S_{234} + S_2C_{234}) \\ &+ m_4L_3L_4(C_{23}S_{234} \\ &+ S_{23}C_{234})] \end{aligned} \quad (45)$$

$$\begin{aligned} C_{22} &= \dot{q}_3[m_3L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) + m_4L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) \\ &+ m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234})] \\ &+ \dot{q}_4[m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234}) + m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} \\ &- C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (46)$$

$$\begin{aligned} &[m_3L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) + m_4L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) + m_4L_4L_2(S_2C_{234} \\ &- C_2S_{234})] \\ &+ \dot{q}_3[m_3L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) + m_4L_3L_2(S_2C_{23} \\ &- C_2S_{23}) + m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234})] \\ &+ \dot{q}_4[m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234}) + m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} \\ &- C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} &[m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234}) + m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \\ &+ \dot{q}_3[m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234}) + m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \\ &+ \dot{q}_4[m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234}) + m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} \\ &- C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} C_{31} &= \dot{q}_1[m_3L_3^2S_{23}C_{23} + m_3L_2L_3C_2S_{23} + m_4L_3^2S_{23}C_{23} + m_4L_4^2S_{234}C_{234} \\ &+ m_4L_2L_3C_2S_{23} + m_4L_2L_4C_2S_{234} + m_4L_3L_4(C_{23}S_{234} \\ &+ S_{23}C_{234})] \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} &[-m_3L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) - m_4L_3L_2(S_2C_{23} - C_2S_{23}) \\ &- m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234})] \\ &+ \dot{q}_4[m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (50)$$

$$C_{33} = \dot{q}_4[m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \quad (51)$$

$$\begin{aligned} &[m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] + \dot{q}_3[m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \\ &+ \dot{q}_4[m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (52)$$

$$C_{41} = \dot{q}_1[m_4L_4^2S_{234}C_{234} + m_4L_2L_4C_2S_{234} + m_4L_3L_4C_{23}S_{234}] \quad (53)$$

$$\begin{aligned} &[-m_4L_4L_2(S_2C_{234} - C_2S_{234}) - m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \\ &+ \dot{q}_3[-m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} &[-m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \\ &+ \dot{q}_3[-m_4L_4L_3(S_{23}C_{234} - C_{23}S_{234})] \end{aligned} \quad (55)$$

$$C_{44} = 0 \quad (56)$$

Finalmente para la matriz de fuerzas gravitatorias:

$$g \begin{bmatrix} G_{11} \\ G_{21} \\ G_{31} \\ G_{41} \end{bmatrix}$$

$$G_{11} = 0 \quad (57)$$

$$\begin{aligned} G_{21} &= m_2L_2C_2 + m_3(L_2C_2 + L_3C_{23}) \\ &+ m_4(L_2C_2 \\ &+ L_3C_{23} + L_4C_{234}) \end{aligned} \quad (58)$$

$$G_{31} = m_3L_3C_{23} + m_4(L_3C_{23} + L_4C_{234}) \quad (59)$$

$$G_{41} = m_4L_4C_{234} \quad (60)$$