

## Aplicación del método de Takeda y corrimiento de fase en la reconstrucción de perfiles mediante luz estructurada

### Application of the Takeda method and phase shift in the reconstruction of profiles by structured light

LÓPEZ-ÁLVAREZ, Yadira\*†, RODRÍGUEZ-FRANCO, Martín, JARA-RUIZ, Ricardo y DELGADO-GUERRERO, Sergio

*Universidad Tecnológica del Norte de Aguascalientes, Av. Universidad #1001, La Estación Rincón, El Potrero, 20400 Rincón de Romos, Ags*

ID 1<sup>er</sup> Autor: *Yadira, López-Álvarez* / ORC ID: 0000-0002-9041-1908, Researcher ID Thomson: T-1555-2018, CVU CONACYT ID: 375952

ID 1<sup>er</sup> Coautor: *Martín, Rodríguez-Franco* / ORC ID: 0000-0002-6804-4777, Researcher ID Thomson: T-1539-2018, CVU CONACYT ID: 660892

ID 2<sup>do</sup> Coautor: *Ricardo, Jara-Ruiz* / ORC ID: 0000-0001-7725-4138, Researcher ID Thomson: T-1532-2018, CVU CONACYT ID: 630276

ID 3<sup>er</sup> Coautor: *Sergio, Delgado-Guerrero* / ORC ID: 0000-0003-2521-5887, Researcher ID Thomson: V-1747-2018, CVU CONACYT ID: 240475

Recibido 18 de Septiembre, 2018; Aceptado 20 de Noviembre, 2018

#### Resumen

El estudio del perfil de superficies mediante técnicas ópticas, ha tenido gran aceptación en diferentes sectores, dentro de estas técnicas destacan la triangulación, microscopía confocal, deflectometría, interferometría, entre otras, cada una de ellas presenta características especiales en cuanto a resolución y dimensiones de la muestra [1], sin embargo el análisis de los datos obtenidos en cada una de estas técnicas suponen un trabajo computacional extenuante; el análisis de dichos datos puede ser analizado desde el punto de vista frecuencial o temporal. En este trabajo se presentan los resultados obtenidos en el estudio del perfil de un objeto semi-esférico, mediante los métodos de corrimiento de fase y Takeda. Para la obtención de los interferogramas se utilizó luz estructurada incidiendo sobre el objeto a construir franjas de interferencia, sobre un plano de referencia y sobre el objeto, los interferogramas obtenidos fueron procesados en el software Matlab. Los resultados sugieren que la técnica de reconstrucción de perfil que muestra menos picos en la intensidad es la de corrimiento de fase, sin embargo, el método de Takeda también puede resultar favorable en la obtención de la superficie estudiada; la diferencia obtenida entre estas dos técnicas es de 0.0992 unidades arbitrarias de intensidad (u.a.).

**Reconstrucción de superficies, Proyección de franjas, Corrimiento de fase, Método de Takeda**

#### Abstract

The study of the surface profile by optical techniques has been accepted in different sectors, these techniques include triangulation, confocal microscopy, deflectometry, interferometry, among others, each of them has special characteristics in terms of resolution and dimensions of the sample [1], however the analysis of the data obtained in each of these techniques suppose a strenuous computational work; the analysis of data can be frequency or temporal point. In this work we report the results obtained in the study of profile of a semi-spherical object, by means of methods of phase-shifting and Takeda. The interferograms was used structured light, capturing the reference plane and on the object, the interferograms obtained was processed in Matlab. The result suggest that the technique of reconstruction of profile that shows less peaks, Takeda's method can be favorable in obtaining the surface; the difference obtained between these two techniques in 0.0992 arbitrary units of intensity (u.a.).

**Surface reconstruction, Strip projection, Phase shift, Takeda's method**

**Citación:** LÓPEZ-ÁLVAREZ, Yadira, RODRÍGUEZ-FRANCO, Martín, JARA-RUIZ, Ricardo y DELGADO-GUERRERO, Sergio. Aplicación del método de Takeda y corrimiento de fase en la reconstrucción de perfiles mediante luz estructurada. Revista de Operaciones Tecnológicas. 2018, 2-8: 16-21

\*Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: yadira.lopez@utna.edu.mx)

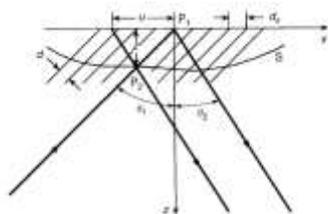
† Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

Cuando se tiene un sistema de proyección de franjas que es captado por una cámara, su distribución de intensidad está determinada por la función mostrada en la ecuación (1):

$$I(x, y) = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos(\varphi(x, y)) \quad (1)$$

Si esta proyección se realiza en el plano,  $\varphi(x, y)$  representará la fase de cada punto sobre el plano de referencia, tomando la deformación inicial, teniendo en cuenta los ángulos de proyección y observación [2], como se muestra en la Figura 1.



**Figura 1** Geometría de proyección de franjas sobre una superficie respecto a un plano [3].

Al ubicar el objeto a reconstruir, sobre el plano de referencia, las franjas sufrirán una deformación en dirección al eje  $x$ , donde (1) se convierte en:

$$I(x, y) = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos(\varphi(x, y) + \Delta \varphi(x, y)) \quad (2)$$

Donde  $A_1(x, y) + A_2(x, y)$  representan la distribución no uniforme de la reflectividad sobre la superficie del objeto y la intensidad, respectivamente, mientras que,  $\varphi(x, y)$  y  $\Delta \varphi(x, y)$ , denotarán la fase y cambios de fase en el perfil del objeto, debido a la presencia del objeto las franjas localizadas en el punto  $P_1$  sobre el plano de referencia sufre un desplazamiento hasta el punto  $P_2$ .

Este desplazamiento está relacionado con la geometría del montaje mediante:

$$u(x) = z \tan \alpha \quad (3)$$

Donde  $z$  es la distancia del plano a la superficie de interés,  $\alpha$  es el ángulo entre la dirección de proyección y la dirección de observación y  $u(x)$  es el desplazamiento originado por la presencia del objeto [3].

Según la ecuación (2), se produce un cambio de fase que está relacionado directamente con la distancia entre el plano de referencia y la superficie de interés del objeto, Figura 1. El valor de  $z$  para cada punto de  $x$  se puede encontrar evaluando la fase  $\Delta \varphi(x, y)$  del sistema deformado, para cada punto de  $x$ .

$$z = \frac{d}{2\pi \tan \alpha} \Delta \varphi(x, y) \quad (4)$$

De acuerdo con esta ecuación será posible determinar las alturas en  $z$  para los distintos puntos que formaran el objeto si se conoce la fase  $\Delta \varphi(x, y)$ , para poder hallar este término existen actualmente varios métodos como son de transformada de Fourier, método Takeda, entre otros, generando un sistema de ecuaciones que permita hallar las tres variables desconocidas:  $A_1(x, y), A_2(x, y), \varphi(x, y)$  [4,5].

## Método de corrimiento de fase

En este método se ubica el objeto y se captura una imagen de intensidad cada vez que se varíe la fase  $\Delta \varphi(x, y)$ ,

$$\Delta \varphi(x, y) = \frac{2\pi}{N} \quad N=1,2,\dots,n \quad (5)$$

Ya que en la ecuación (1) están presentes las incógnitas  $I, A, \varphi$  serán necesarias cuatro ecuaciones para encontrar la función de la fase  $\varphi$  o en su caso, también es posible utilizar un algoritmo que a base de estas cuatro ecuaciones se obtenga la fase.

$$I(x, y)_0 = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos(\varphi(x, y)) \quad (6)$$

$$I(x, y)_1 = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos\left(\varphi(x, y) + \frac{\pi}{2}\right) \quad (7)$$

$$I(x, y)_2 = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos(\varphi(x, y) + \pi) \quad (8)$$

$$I(x, y)_3 = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos\left(\varphi(x, y) + \frac{3\pi}{2}\right) \quad (9)$$

Lo que puede ser expresado como:

$$I(0) = A_1 + A_2 \cos \varphi \quad (10)$$

$$I(1) = A_1 - A_2 \sin \varphi \quad (11)$$

$$I(2) = A_1 - A_2 \cos \varphi \quad (12)$$

$$I(3) = A_1 + A_2 \sin \varphi \quad (13)$$

Para la reconstrucción de la fase se obtiene a partir de las ecuaciones (10)-(13).

$$\Delta \varphi(x, y) = \arctan\left(\frac{I_3 - I_1}{I_0 - I_2}\right) \quad (14)$$

Por lo tanto, si se tienen las imágenes de intensidad con su corrimiento de fase y la función para cada punto del objeto, se estará encontrando el perfil del objeto [6,7]. El perfil de un objeto resulta ser directamente proporcional al término de fase que aparece en la ecuación (2).

### Método de Takeda.

Esta técnica de reconstrucción de fase basa su principio en la obtención del perfil del objeto mediante el análisis frecuencial usando la transformada de Fourier [5]; para fines prácticos se utilizará la representación de la transformada de Fourier en forma exponencial [8], dado que la imagen con franjas de interferencia supone ser representada por la ecuación (2), donde

$$\varphi(x, y) = 2\pi f_0 \quad (15)$$

$f_0$ , denota la frecuencia espacial de la rejilla del patrón de franjas ya deformado.

La ecuación característica de dicha imagen compuesta por las franjas o rejillas deformadas puede ser representada por la ecuación (16), dicha ecuación se interpreta como múltiples señales de fase modulada  $\varphi(x, y)$ , de amplitud  $A_{1,2}(x, y)$  y con frecuencia espacial portadora  $f_0$ , donde la fase portadora es en esencia la que posee la información del perfil del objeto analizado.

$$I(x, y) = A_1(x, y) + A_2(x, y) * \cos(2\pi f_0 + \Delta \varphi(x, y)) \quad (16)$$

La ecuación (16) en su forma exponencial se puede expresar como:

$$g(x, y) = A(x, y) + C(x, y)e^{2\pi f_0} + C(x, y)e^{-2\pi f_0} \quad (17)$$

$$C(x, y) = \frac{1}{2}b(x, y)e^{i\varphi(x, y)} \quad (18)$$

Calculando la transformada de Fourier para la ecuación (17), (18), resultaría la ecuación (19).

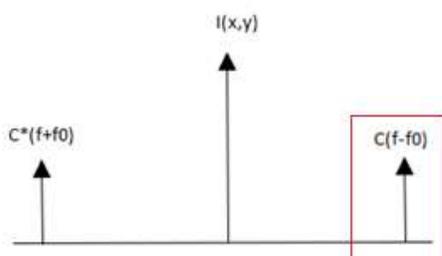


Figura 2 Espectro espacial de Fourier

$$g(x, y) = A(x, y) + C(f - f_0) + C^*(f + f_0) \quad (19)$$

Para este caso, la frecuencia de la portadora se encuentra separada en el espectro de Fourier.

Para separar  $A(x, y)$  y conjugado de la primera armónica es necesario el uso de filtros pasa-banda, localizado en uno de los lóbulos representativos del espectro de Fourier  $f_0$ , Figura 2.

El uso de la transformada de Fourier directa e inversa, así como el filtro permiten determinar el término característico de la diferencia de fase que es la que contiene la información del perfil del objeto, dicha fase puede ser obtenida por la ecuación (20).

$$\Delta\varphi(x, y)_0 = \arctan\left(\frac{\text{Im}g(x, y)g^*(x, y)}{\text{Real}(g(x, y)g^*(x, y))}\right) \quad (20)$$

### Metodología

El montaje experimental que se utilizó para implementar esta técnica se muestra en la Figura 3.

El sistema de observación consta de una cámara Perfect Choice modelo PC-320241 con una resolución de 352x288 pixeles, conectada a una computadora. La captura de las imágenes se realizó con el software Matlab, así como su procesamiento.

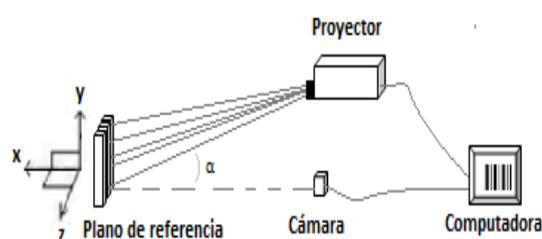


Figura 3 Sistema óptico de proyección de franjas

Las distancias entre los componentes fueron: 73 cm del proyector al plano de referencia, de 21 cm de la cámara al plano de referencia y un ángulo de proyección entre el eje de proyección y el eje óptico de  $30^\circ$ .

Para el caso de la obtención de los interferogramas de referencia y deformado, se proyectaron franjas sobre el plano y sobre el objeto con un desfase de  $\Delta \varphi(x, y) = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ , las imágenes se capturaron y procesaron en Matlab.

LÓPEZ-ÁLVAREZ, Yadira, RODRÍGUEZ-FRANCO, Martín, JARA-RUIZ, Ricardo y DELGADO-GUERRERO, Sergio. Aplicación del método de Takeda y corrimiento de fase en la reconstrucción de perfiles mediante luz estructurada. Revista de Operaciones Tecnológicas. 2018

Para la obtención del perfil del objeto por el método de corrimiento de fase se utilizó el algoritmo de los 4 pasos, cambiando los valores de  $\Delta\varphi(x,y)$ , como se mencionó con anterioridad, se muestra un resumen de este método.

- Se encuentran las imágenes de intensidad para cada una de las fases.
- Se aplica la ecuación (14) para el plano de referencia.
- Este proceso se repite con las franjas de interferencia proyectadas sobre el objeto del que se quiere conocer su perfil.
- Se aplica el algoritmo característico de la ecuación (20), restando en los argumentos obtenidos en los pasos 2 y 3

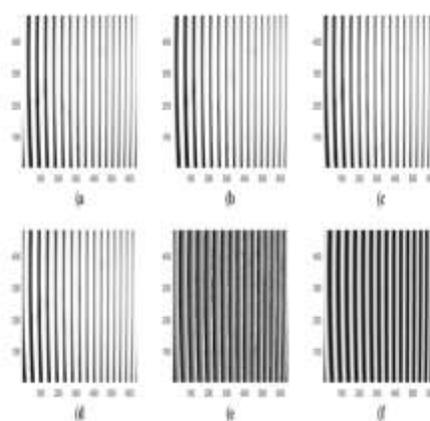
Para el caso de la obtención del perfil por método de Takeda se muestra resumen de procedimiento.

- Se aplica la Transformada de Fourier al interferograma.
- Se aplica el filtro para el lóbulo espectro de Fourier, Figura 2.
- Aplicar la transformada inversa de Fourier
- Calcular la fase mediante la ecuación (20).

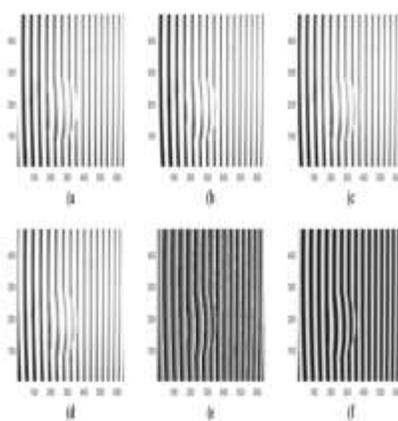
## Resultados

La Figura 4 y Figura 5 muestran las franjas de interferencia sobre el plano de referencia y sobre el objeto, respectivamente (a interferograma con  $\Delta\varphi(x,y) = 0$ , (b a interferograma con  $\Delta\varphi(x,y) = \frac{\pi}{2}$ , (c interferograma con  $\Delta\varphi(x,y) = \pi$ , (d interferograma con  $\Delta\varphi(x,y) = \frac{3\pi}{2}$ , (e fase envuelta de los interferogramas con diferentes valores de fase, y (f parte real de la fase envuelta).

En la Figura 5, se puede apreciar como el objeto sobre el que se hace incidir las franjas, produce un desfaseamiento adicional en ellas, se puede ver también la topología de dicho objeto, haciéndose más visible en (e y (f).



**Figura 4** Franjas proyectadas sobre el plano de referencia, (a - (d fase con intervalos de  $\Delta\varphi(x,y) = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ , (e fase envuelta, (f parte real de la fase envuelta.



**Figura 5** Franjas proyectadas sobre el objeto, (a - (d fase con intervalos de  $\Delta\varphi(x,y) = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$ , (e fase envuelta, (f parte real de la fase envuelta.

La Figura 6 y Figura 7, muestran el perfil del objeto obtenido mediante el método de corrimiento de fase, en este se puede observar un comportamiento de tipo cuadrático con modelado  $y = -9.4e^{-6}x^2 + 0.0040x - 0.2$ , así como la reconstrucción tridimensional con una intensidad máxima de 1.0416 unidades arbitrarias(u.a.).

Por su parte, la Figura 8 y 9 muestran el perfil del objeto obtenido, y su reconstrucción tridimensional, en este se puede apreciar también un comportamiento de tipo cuadrático con modelado  $y = -1e^{-5}x^2 + 0.0046x - 0.13$ , en este caso la intensidad máxima del perfil está ubicada en 1.1408 (u.a.).

La intensidad máxima de cada perfil se obtuvo mediante la función  $max()$  de matlab.

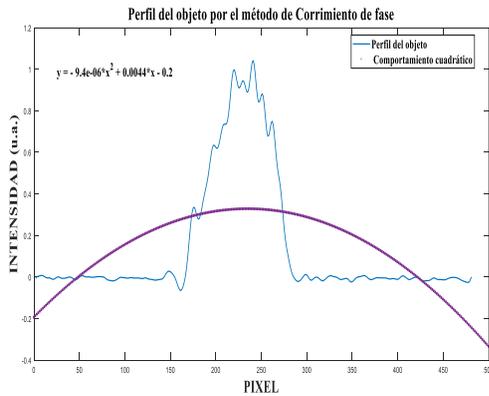


Figura 6 Perfil del objeto obtenido por el método de corrimiento de fase

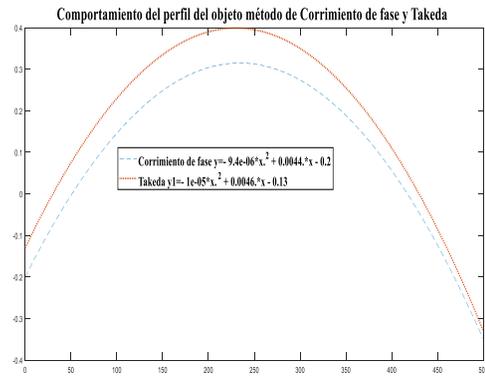


Figura 10. Comportamiento de perfil del objeto por el método de corrimiento de fase y Takeda.

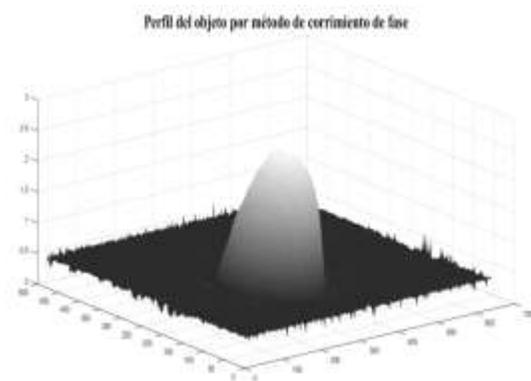


Figura 7 Reconstrucción tridimensional del perfil del objeto por método de corrimiento de fase

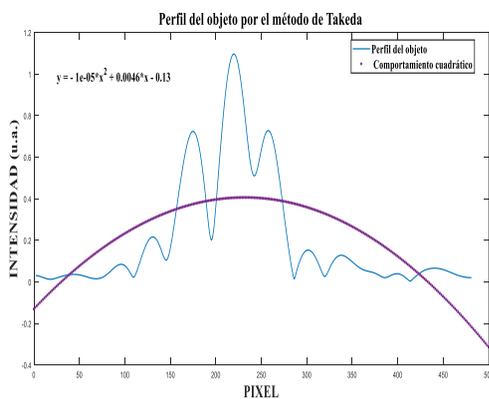


Figura 8 Perfil del objeto por el método de Takeda

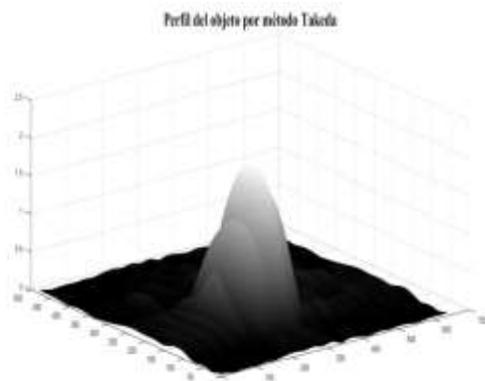


Figura 9 Reconstrucción tridimensional del perfil del objeto por el método de Takeda

La Figura 10 muestra el comportamiento de los perfiles de objeto obtenidos por el método de corrimiento de fase y el método de Takeda, en esta se puede observar que la mayor amplitud en el comportamiento lo presenta el método Takeda con una diferencia entre cada uno de los coeficientes ecuación de  $a = 0.0000006$ ,  $b = 0.0002$  y  $c = 0.11$ , sin embargo, se sigue la misma línea de perfil.

Conclusiones

El uso de los arreglos experimentales nos permite comprobar de manera práctica las ecuaciones que rigen el comportamiento de las diferentes técnicas ópticas, en este caso del método de proyección de franjas sobre un objeto, dicha técnica tiene grandes aplicaciones para el análisis de diferentes materiales, así como en el proceso de identificación de superficies tanto a nivel laboratorio y su posible aporte en soluciones para el análisis de materiales en la industria, los resultados de este trabajo sugieren que es factible utilizar la reconstrucción superficial de objetos y su posterior procesamiento mediante los métodos de corrimiento de fase y Takeda, ya que estos dos presentan resultados muy similares atribuyendo las diferencias presentadas en el modelado a las características que se tienen en el procesamiento de cada uno.

Se sugiere utilizar filtros en cada uno de los métodos para la obtención de perfiles más suavizados.

Para trabajo a futuro se propone utilizar filtros Wavelets y correlacionar los resultados con el procesamiento a base del método Takeda y corrimiento de fase.

## Referencias

[1] Alfonso Moreno, Juan Campos, Revision of different optical metrology techniques, *óptica pura y aplicada* 40(3)267-280(2007).

[2] Z.M. Pérez," Aproximación para la reconstrucción de un objeto por proyección de franjas", trabajo de grado, escuela de física, Santander 2006.

[3] *Optical Metrology. Knell J. Gavin* 2002 John Wiley & Sons, Ltd. ISBN: 0-470-84300-4 Third edition.

[4] T. Lehmann, f. Bethmann, B, J. Ohm. "Comparación y verificación de 3-D de sistemas ópticos de medición de la superficie." *Los archivos internacionales de la fotogrametría, teledetección y ciencias de la información espacial*. Vol. Xxxvii. 2008. Pp 51-56.

[5] Z.M. Pérez and L. Romero, "Sistema Óptico de reconstrucción tridimensional para la reconstrucción de ampollas en recubrimientos", Trabajo de Grado, Escuela de Física, Universidad Industrial de Santander, 2004.

[6] M. Takeda, H. Ina, and S. Kobayashi, "Fourier-transform method of fringe pattern analysis for computer-based topography and interferometry," *J. Opt. Soc. Am.* 72, 156-160 (1982).

[7] M. Servin, D. Malacara, F. Cuevas, and J. Marroquin, "Complex linear filters for phase shifting with very low detuning sensitivity," *Journal of Modern Optics*, vol. 44, January 1997.

[8] Pramod K. Rastogi, "Digital Speckle Pattern Interferometry and related techniques", John Wiley & Sons Ltd, ISBN: 0471490520.