

Regulación del perfil de tensión nodal de sistemas de potencia mediante el Transformador Cambiador de Taps considerando cargas dependientes de tensión

GARCÍA-GUZMÁN, José Miguel*†, BIZARRO-AHEDO, Juan Daniel, ORTEGA-HERRERA, Francisco Javier y GONZÁLEZ-PONCE, María del Refugio

Instituto Tecnológico Superior de Irapuato, Guanajuato, México. Carr. Irapuato - Silao, El Copal, 36821 Irapuato, Gto.

Recibido 2 de Enero, 2017; Aceptado 8 de Marzo, 2017

Resumen

En este trabajo se presenta un análisis de la regulación de tensión nodal de sistemas eléctricos de potencia mediante el Transformador Cambiador de Taps (TCT) considerando cargas dependientes de tensión. Para llevar a cabo el análisis se integra el modelo del TCT y el modelo de carga exponencial dependiente de voltaje en una formulación de flujos de potencia convencional. Los casos de estudio presentados son llevados a cabo con una sección estándar de prueba del sistema eléctrico de la Corporación de Servicio Potencia Eléctrica Americana de 30 nodos (AEPSC, por sus siglas en inglés). En estos casos de estudio se efectúa una regulación del perfil de tensión nodal mediante los TCT, sin el modelo de carga e integrando este, hasta un ancho de banda de $\pm 5\%$ equivalente a $0.95 \leq V_i \leq 1.05$ pu. Los resultados obtenidos muestran que al integrarse el modelo de carga exponencial se obtiene una mejor regulación de tensión que con carga constante, de modo que para regular el perfil de tensión nodal dentro del ancho de banda mencionado se requiere un valor menor de los taps de los TCT cuando se integra dicho modelo.

Perfil de tensión, TCT, modelo de carga exponencial, regulación de tensión

Abstract

This work presents an analysis of the nodal voltage regulation of electric power systems using the Tap Changing Transformer (TCT) considering voltage dependent loads. To carry out the analysis, the TCT model and the voltage dependent exponential load model are integrated in a conventional power flow formulation. The case studies presented are carried out with a standard test section of the electric system of the 30-node American Electric Power Service Corporation. In these case studies a regulation of the nodal voltage profile is carried out by the TCT, without the load model and integrating it, up to a bandwidth of $\pm 5\%$ equivalent to $0.95 \leq V_i \leq 1.05$ pu. The results show that when the exponential load model is integrated a better voltage regulation is obtained than with a constant load, thus, therefore, a smaller value of the taps of the TCT is required to perform the regulation of the nodal voltage profile within the bandwidth mentioned when considering such a load model.

Voltage profile, TCT, exponential load model, voltage regulation

Citación: GARCÍA-GUZMÁN, José Miguel, BIZARRO-AHEDO, Juan Daniel, ORTEGA-HERRERA, Francisco Javier y GONZÁLEZ-PONCE, María del Refugio. Regulación del perfil de tensión nodal de sistemas de potencia mediante el Transformador Cambiador de Taps considerando cargas dependientes de tensión. Revista de la Invención Técnica 2017. 1-1:1-9

*Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: migarcia@itesi.edu.mx)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

El aumento de la población y el crecimiento de la industria han provocado un incremento en la demanda de energía eléctrica, por lo que, las compañías suministradoras de energía se han visto en la necesidad de modificar e incrementar la infraestructura y topología de los sistemas de transmisión con el fin de satisfacer las necesidades de demanda y garantizar el adecuado suministro de potencia a las cargas. Esto ha dado lugar a las grandes redes de transmisión eléctrica que operan actualmente alrededor del mundo, las cuales están sujetas a variaciones continuas e impredecibles de su topología, cambios en la generación y fluctuaciones en las cargas causando variaciones en los puntos de operación (Fusco & Russo, 2007). Estas variaciones se traducen en cambios en los flujos de potencia, en los ángulos de operación de los generadores y en los perfiles de tensión de todos los nodos del sistema de potencia, entre otros. El perfil de tensión nodal es una característica muy importante que las compañías suministradoras necesitan controlar, ya que se debe suministrar potencia dentro de los límites de tensión permitidos por las regulaciones del mercado de energía eléctrica y porque se debe asegurar la estabilidad de tensión de los sistemas de potencia, ya que en las últimas tres décadas este tipo de estabilidad se ha convertido en problema importante a considerar para garantizar la operación segura de los sistemas de transmisión, de manera que muchos esfuerzos de investigación han sido dirigidos en este tópico (Fink, 1991; CIGRE, 1992; Cañizarez, 1995; Wen *et al*, 2004; Akwukwaegbu, 2013; Lomi, 2016).

A lo largo de los años se han desarrollado diversas tecnologías y dispositivos que permiten llevar a acciones de control del perfil de tensión, tales como el Compensador Estático de Vars (Acha *et al*, 2004), los Enlaces de Corriente de Directa en Alta Tensión (Acha *et al*, 2004), el Compensador Síncrono Estático (Uzunovic *et al*, 1997; Yang *et al*, 2000), el Transformador Cambiador de Fase (Acha *et al*, 2004), el Transformador Cambiador de Taps, entre otros. Este último ha sido uno de los principales componentes de las redes eléctricas por más de 90 años (Dohnal, 2013), realizando su acción de control mediante el cambio en la relación de transformación bajo condiciones de carga sin interrupción en el suministro de energía (Saadat, 2010, Pai & Chatterje, 2014). Muchos estudios se han reportado mostrando la aplicación y factibilidad del TCT en el control y regulación de la tensión nodal de sistemas de potencia (Ćalović, 1984; Bridenbaugh, 1992; Salem *et al*, 1997; Choi & Kim, 2001; Vounas & Karystianos, 2004; Viawan *et al*, 2007; Okyere *et al*, 2007; Liu *et al*, 2012).

El modelo básico del Transformador Cambiador de Taps consiste de un transformador ideal en serie con una admitancia, vista desde el lado primario o secundario del transformador, que representa las pérdidas en el TCT (Pai & Chatterje, 2014). Este modelo es representado por su equivalente π para ser integrado en el análisis de flujos de potencia. Algunas variantes del modelo básico del TCT se han llevado a cabo, entre las cuales se pueden mencionar la adición de una impedancia variable (Fan & Bo, 1998), un modelo de control híbrido (Milano, 2009) y un modelo mejorado basado en mediciones de laboratorio y teoría de estabilidad de tensión (Ferreira & Prada, 2013).

Aunado a las variantes del modelo del TCT, se han propuesto varias metodologías relacionadas con el uso de este dispositivo en el control de tensión nodal (Choi & Kim, 2001; Carvalho *et al.*, 2008; Gao & Redfem, 2011; Ishida & Nagata, 2012).

Por otro lado, el modelado de cargas dependientes de tensión en los estudios de estado estacionario de sistemas de potencia afecta los resultados del punto de operación, por lo que, se obtienen distintos perfiles de tensión nodal cuando se modelan las cargas en función de la tensión. Por esta razón, resulta importante llevar a cabo un análisis del control del perfil de tensión nodal mediante el TCT cuando se utilizan los modelos de cargas eléctricas dependientes de la tensión con la finalidad de determinar el impacto del modelado de dichas cargas en la operación del Transformador Cambiador de Taps.

Análisis en estado estacionario de sistemas eléctricos de potencia

El análisis de estado estacionario de sistemas de potencia se realiza comúnmente mediante la formulación de flujos de potencia convencional. Las ecuaciones de potencia inyectada son fundamentales para el análisis de flujos de potencia, las cuales se definen como,

$$P_i = \sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (1)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^n Y_{ij} V_i V_j \sin(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j) \quad (2)$$

El sistema de ecuaciones formado en base a las ecuaciones anteriores es un sistema no lineal que depende de la magnitud de tensión $|V|$ y el ángulo de fase δ de cada nodo. La solución de este sistema ecuaciones hace necesario establecer el siguiente balance energético en cada nodo i del sistema,

$$\Delta P_i = P_{Gi} - P_{Di} - \sum_{j=1}^{N_b} P_i^{iny j} = 0 \quad (3)$$

$$\Delta Q_i = Q_{Gi} - Q_{Di} - \sum_{j=1}^{N_b} Q_i^{iny j} = 0 \quad (4)$$

donde la potencia generada K_{Gi} $\{K=P, Q\}$ debe ser igual a la suma de la potencia demanda K_{Di} y la inyectada $K_i^{iny j}$ a través del elemento de transmisión j .

Modelado del Transformador Cambiador de Taps para análisis de estado estacionario

Los Transformadores Cambiadores de Taps son unos de los dispositivos más comúnmente utilizados para regular el perfil de tensión de sistemas de potencia. Cuando el TCT opera nominalmente es posible modelarlo para análisis en estado estacionario mediante una admitancia en serie Y_t y un transformador ideal cuyo valor es dado en pu, sin embargo, si el transformador no opera en la relación nominal es necesario modificar dicha admitancia en ambos lados del transformador (Saadat, 2010). Los TCT pueden ser representados mediante dos esquemas: a) una admitancia Y_t en serie con un transformador ideal y b) un transformador ideal en serie con una admitancia Y_t . El esquema b) del TCT es utilizado en este trabajo y es mostrado en la Figura 1.

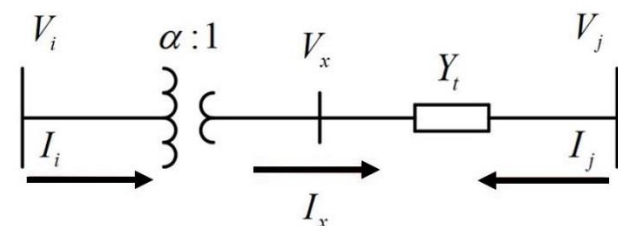


Figura 1 Representación en estado estacionario del TCT

La corriente I_i e I_j del esquema anterior se pueden representar en términos de las tensiones en ambos lados del TCT (V_i , V_j) y de la admitancia Y_t , en forma respectiva, mediante (5) y (6).

$$I_i = \frac{Y_t}{\alpha^2} V_i - \frac{Y_t}{\alpha} V_j$$

(5)

$$I_j = Y_t V_j - \frac{Y_t}{\alpha} V_i$$

(6)

Estas ecuaciones se pueden representar en forma matricial como sigue,

$$\begin{bmatrix} I_i \\ I_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Y_t}{\alpha^2} & -\frac{Y_t}{\alpha} \\ -\frac{Y_t}{\alpha} & Y_t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_i \\ V_j \end{bmatrix}$$

(7)

A partir de la Ecuación (7) es posible obtener un modelo equivalente π del TCT, el cual resulta más adecuado para llevar a cabo el análisis de estado estacionario de sistemas de potencia. Este modelo es mostrado en la Figura 2.

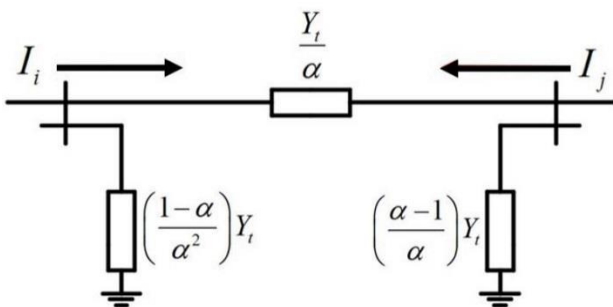


Figura 2 Modelo equivalente π del TCT.

De acuerdo con la figura anterior y con la Ecuación (7), los elementos propios de la matriz de admitancia de este circuito equivalente son,

$$Y_{ii} = \frac{Y_t}{\alpha} + \left(\frac{1-\alpha}{\alpha^2} \right) Y_t = \frac{Y_t}{\alpha^2}$$

$$Y_{jj} = \frac{Y_t}{\alpha} + \left(\frac{\alpha-1}{\alpha} \right) Y_t = Y_t$$

(8)

Mientras que los elementos mutuos son dados por (9).

$$Y_{ij} = Y_{ji} = -\frac{Y_t}{\alpha}$$

(9)

Así, las corrientes que fluyen en ambos sentidos a través del TCT son,

$$I_{ij} = \frac{Y_t}{\alpha} \left(\frac{V_i}{\alpha} - V_j \right)$$

$$I_{ji} = Y_t \left(V_j - \frac{V_i}{\alpha} \right)$$

(10)

Por lo que, las ecuaciones de flujos de potencia a través del transformador cambiador de taps son,

$$S_{ij} = V_i I_{ij}^* = \frac{V_i V_j}{\alpha} \sin(\delta_1 - \delta_2)$$

$$S_{ji} = V_j I_{ji}^* = \frac{V_i V_j}{\alpha} Y_t \cos(\delta_1 - \delta_2) - \frac{Y_t}{\alpha^2} V_i^2$$

(11)

Modelado de cargas dependientes de tensión en estado estacionario

Las cargas eléctricas conectadas a la red dependen de la tensión utilizada y de la potencia consumida, dichas cargas dan lugar a modificaciones importantes en los resultados de los análisis de estado estacionario de sistemas de potencia.

Los modelos de cargas para análisis de estado estacionario son denominados modelos estáticos y son esencialmente de dos tipos: exponencial y compuesto o ZIP. El modelo de carga exponencial es utilizado en este trabajo.

Las expresiones del modelo exponencial para la carga de potencia activa y reactiva son dadas como sigue,

$$P_{Di} = P_{Di0} \left(\frac{V_i}{V_{i0}} \right)^\alpha$$

$$Q_{Di} = Q_{Di0} \left(\frac{V_i}{V_{i0}} \right)^\beta \quad (13)$$

En estas ecuaciones las cargas con subíndice cero representan la potencia activa y reactiva demandada a tensión nominal, V_{i0} , el cual en pu es igual a 1 pu, por lo que, las Ecuaciones (12) y (13) pueden ser escritas como,

$$P_{Di} = P_{Di0} (V_i)^\alpha \quad (14)$$

$$Q_{Di} = Q_{Di0} (V_i)^\beta \quad (15)$$

donde los valores de los coeficientes α y β representan los parámetros de la carga exponencial. Estos parámetros son constantes, previamente definidos y dependen de varias condiciones bajo las cuales se consume la carga, tales como el medio ambiente, el tipo de carga, la época del año, etc.

Casos de estudio

Los casos de estudio presentados en este trabajo son llevados a cabo con una sección del sistema eléctrico de la Corporación de Servicio Potencia Eléctrica Americana, la cual consiste de 30 nodos, 4 generadores y 4 transformadores cambiadores de taps.

Esta sección de la AEPSC es ampliamente utilizada como un sistema de potencia estándar de prueba del IEEE para evaluar métodos analíticos, programas computacionales y casos de estudio relacionados con los sistemas eléctricos de potencia.

Los casos de estudio se diseñan de manera que permitan visualizar la operación del TCT en la regulación del perfil de tensión nodal de sistemas de potencia cuando se considera el modelo exponencial de carga dependiente de tensión. Para ello, en todos los casos se regula el perfil de tensión nodal mediante los TCT hasta un ancho de banda de $\pm 5\%$, lo cual equivale en pu a $0.95 \leq V_i \leq 1.05$. Sin embargo, se debe notar que en los nodos de generación 11 y 13 del sistema de potencia se tiene una magnitud de tensión de 1.082 pu y 1.071 pu, respectivamente, de modo que dichos valores de magnitud permanecen constantes durante el proceso de solución y no es posible modificarlos para que estén dentro del ancho de banda mencionado. En todos los casos de estudio presentados se considera un valor de $\alpha=1.38$ y $\beta=3.22$ para los modelos de las cargas y una tolerancia de convergencia de 1×10^{-9} .

Caso de estudio con carga constante

Los primeros casos de estudio se realizaron sin considerar los modelos de carga exponencial con el fin de tener una referencia del perfil de tensión y de la operación del TCT para posteriormente compararlos cuando se integra el modelo de carga exponencial. La Tabla 1 muestra los valores base de los taps de los TCT, así como los valores modificados de dichos taps que permiten efectuar la regulación del perfil de tensión en el ancho de banda antes mencionado. En la Figura 3 se presentan los perfiles de tensión nodal con ambos valores de los taps sin considerar el modelo de carga exponencial.

Nodos de conexión	Taps base	Taps modif.
6-9	0.978	0.99
6-10	0.969	0.98
4-12	0.932	0.947
28-27	0.968	0.978

Tabla 1 Valores base y modificados de los taps de los TCT

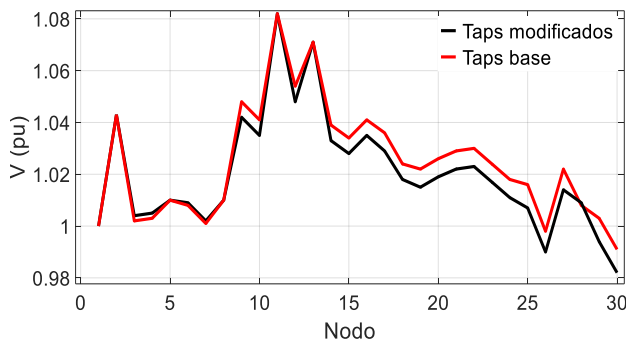


Figura 3 Perfil de tensión nodal con los valores base y modificados de los taps de los TCT

En la Tabla 1 se observa que los valores de todos los taps de los TCT aumentaron para poder efectuar la regulación de tensión en los nodos del sistema de potencia, la cual se realizó en forma correcta, tal como se muestra en la Figura 3. En esta figura se debe notar que todos los nodos están dentro del ancho de banda deseado, excepto los nodos 11 y 13 porque, como se mencionó, son nodos de generación y su tensión no puede modificarse con los taps de los TCT. Es importante mencionar que para el caso de los valores base de los taps las pérdidas de potencia activa y reactiva fueron 22.142 MW y 37.381 MVar, respectivamente, mientras que con los taps modificados dichas pérdidas fueron de 22.127 MW y 37.781 MVar. Esta variación se debe a la redistribución de los flujos de potencia en los elementos de transmisión del sistema de potencia.

Se debe notar que con el aumento de las pérdidas se incrementa la generación de potencia y viceversa, de modo que la variación de los valores de los taps de los transformadores cambia la generación de potencia activa y reactiva del sistema de potencia.

Casos de estudio con carga exponencial

Una vez que se tiene una referencia de la operación del TCT, se integra el modelo de carga exponencial para comparar y evaluar la operación del transformador en la regulación del perfil de tensión nodal cuando se considera dicho modelo. Cuando se integra el modelo exponencial las pérdidas de potencia aumentan a 22.638 MW y 39.843 MVar.

La Figura 4 muestra los perfiles de tensión con carga constante y con el modelo de carga exponencial considerando los valores base de los taps. En esta figura se observa que el perfil de tensión nodal con el modelo exponencial es mejor que con carga constante, ya que su ancho de banda es menor y por tanto, más cercano a 1 pu, de modo que para un mismo perfil de tensión los valores de los taps serán menores cuando se integra el modelo de carga exponencial dependiente de tensión, tal como se demuestra enseguida.

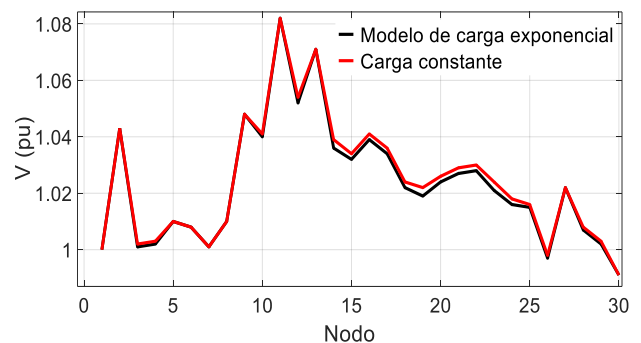


Figura 4 Perfil de tensión nodal con carga constante y con el modelo exponencial considerando los valores base de los taps

La Tabla 2 muestra una comparativa entre los valores modificados de los taps, con carga constante y con el modelo de carga exponencial, los cuales fueron necesarios para efectuar la regulación de tensión nodal a ± 0.05 pu.

Nodos de conexión	Taps base	Taps modificados	
		Carga constante	Modelo exponencial
6-9	0.978	0.990	0.984
6-10	0.969	0.980	0.975
4-12	0.932	0.947	0.938
28-27	0.968	0.978	0.974

Tabla 2 Comparativa entre los valores modificados de los taps con carga constante y con el modelo exponencial.

De acuerdo con los datos mostrados en esta tabla, es claro que para lograr la regulación de tensión deseada los valores de los taps son menores con el modelo de carga exponencial que cuando se considera la carga constante. Con el fin de reafirmar, se debe mencionar que al considerarse los valores de los taps modificados de la Tabla 2, el perfil de tensión con el modelo exponencial estará más cercano al valor nominal de 1 pu que cuando se modela la carga como un valor constante, tal como se muestra en la Figura 5.

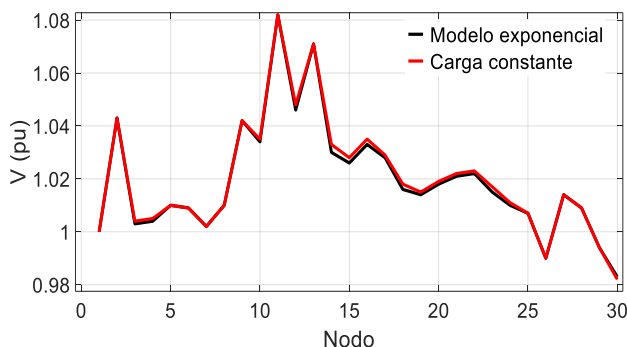


Figura 5 Perfil de tensión nodal con el modelo exponencial y carga constante considerando los valores modificados de los taps

Conclusiones

Un análisis de la regulación de tensión nodal de sistemas de potencia mediante el Transformador Cambiador de Taps considerando cargas dependientes de tensión se ha presentado.

Los casos de estudio mostraron que al aumentar el valor de los taps de los TCT se mejora el perfil de tensión nodal, ya sea con carga constante o al integrar el modelo de carga exponencial. Al variar el valor de los taps, con el fin de regular el perfil de tensión, se redistribuyen los flujos de potencia cambiando las pérdidas en los elementos de transmisión y por tanto la generación de potencia activa y reactiva.

Es importante notar que cuando se integra el modelo de carga dependiente de tensión, considerando los mismos valores de taps de los TCT, la regulación de tensión es mejor que con carga constante. De manera similar, para obtener un mismo perfil de tensión nodal el valor de los taps de los transformadores es menor con el modelo de carga dependiente de tensión que con carga constante. En este sentido, el modelado de las cargas dependientes de tensión afecta directamente la operación de los transformadores cambiadores de taps, ya que con los modelos de las cargas se modifica la tensión de las subestaciones, las pérdidas en el sistema y por tanto la generación de potencia, así como el costo de la misma. De esta manera, es muy importante proponer una metodología, tema de trabajos futuros, que permita modificar el valor de los taps para operar el sistema de potencia de forma óptima desde una perspectiva económica y de seguridad.

Referencias

- Acha E., Fuerte, C. R., Ambriz, H. & Ángeles, C. (2004). *FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks*. Nueva Jersey: John Wiley and Sons.
- Akwukwaegbu, I. & Okwe, G. (2013). Concepts of Reactive Power Control and Voltage Stability Methods in Power System Network, *Journal of Computer Engineering (IOSR-JCE)*, 11(2), pp. 15-25.
- Bridenbaugh, C. J., DiMascio, D. A. & D'Aquila, R. Voltage Control Improvement Through Capacitor Transformer Tap Optimization, *Transactions on Power System*, (7)1, pp. 222-227.
- Ćalović, M. S. (1984). Modeling and Analysis of Under-Load Tap-Changing Transformer Control Systems, *IEEE Power Engineering Review*, pp. 1916-1922.
- Cañizarez, C. (1995). On bifurcations, Voltage Collapse and Load Modeling, *IEEE Transactions on Power Systems*, (10)1, pp. 512-522.
- Carvalho, P., Correia, P. & Ferreira L. (2008). Distributed Reactive Power Generation Control for Voltage Rise Mitigation in Distribution Networks, *IEEE Transactions on Power Systems*, (23)2, pp. 766-772.
- Choi, J. & Kim, J. (2001). Advanced Voltage Regulation Method at the Power Distribution Systems Interconnected with Dispersed Storage and Generation Systems, *IEEE Transactions on Power Delivery*, (15)2, pp. 691-696.
- CIGRE. (1992). *Modelling of Voltage Collapse Including Dynamic Phenomena*, CIGRE Report, Task Force 38-02-10, Draft.
- Dohnal, D. (2013). On-load tap changers for power transformers. *Mr Knowledge Base*.
- Fan, J. & Bo, Z. (1998). Modelling of on-load tap-charger transformer with variable impedance and its applications, *IEEE Catalogue No. 98EX137*.
- Ferreira, C. & Prada, R. (2013). Improved model for tap-changing transformer, *IET Generation, Transmission and Distribution*, (7)11, pp. 1289-1295.
- Fink, L. (1991). Bulk Power System Voltage Phenomena-Voltage Stability and Security, *ECC/NSF Workshop*.
- Fusco, G. & Russo, M. (2007). *Adaptive Voltage Control in Power Systems*. Londres: Springer.
- Gao, C. & Redfern, M. (2011). Automatic compensation tension control strategy for on-load tap changer Transformers with distributed generations, *2011-The international Conference on Advanced Power System Automation and Protection*, pp. 737-741.
- Ishida, M. & Nagata, T. (2012). Power System Voltage and Reactive Power Control by means of Multi-agent Approach, *Energy Procedia-2011 2nd International Conference on Advances in Energy Engineering*, pp. 705-710.
- Lomi, A. & Yudi Limpraptono, F. (2016). Implementation of Expert System for Power System Voltage Stability Improvement, *2016 9th International Conference on Computer and Electrical Engineering (ICCEE 2016)*.
- Liu, X. Aichhorn, A., Liu, L. & Li, H. (2012). Coordinated Control of Distributed Energy Storage System With Tap Changer Transformers for Voltage Rise Mitigation Under High Photovoltaic Penetration, *IEEE Transactions on Smart Grid*, (3)2, pp. 897-906.

Milano, F. (2009). Hybrid Control Model of Under Load Tap Changers, *IEEE Transactions on Power Delivery*, (1)1, pp. 1-8.

Okyere, H., Nouri, H., Moradi, H. & Zhenbiao, L. (2007). Statcom and load tap changing transformer (LTC) in Newton Raphson Power Flow: Bus Voltage Constraint and Losses, *UPEC 2007*, pp. 1013-1018.

Pai, M. A. & Chatterje, D. (2014). *Computer Techniques in Power System Analysis*. Nueva York: McGraw-Hill.

Saadat, H. (2010). *Power System Analysis*. USA: PSA Publishing LLC.

Salem, M. R., Talat, L. A. & Soliman, H. M. (1997). Voltage control by tap-changing transformers for a radial distribution network, *IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.*, (144)6, pp. 517-520.

Uzunovic, Cañizarez, C. & Reeve, J. (1997). Fundamental frequency model of static synchronous compensator, *North American Power Symposium (NAPS), Laramie, Wyoming*, pp. 49-54.

Viawan, F., Sannino, A. & Daalder, J. (2007). Voltage control with on-load tap changers in medium voltage feeders in presence of distributed generation, *Electric Power System Research*, pp. 1314-1322.

Vounas, C. & Karystianos, M. (2004). Load Tap Changers in Emergency and Preventive Voltage Stability Control, *IEEE Transactions on Power Systems*, (19)1, pp. 492-499.

Wen, J., Wu, Q., Turner, D., Cheng, S. & Fitch, J. Optimal Coordinated Voltage Control for Power System Voltage Satability, *IEEE Transactions on Power Systems*, (19)2, pp. 1115-1122.

Yang, Z, Shen, C., Crow, L., & Zhang, L. (2000). An improved STATCOM model for power flow analysis, *IEEE Trans. Applcat.*, pp. 1121-1126.