

Una comparación entre el método MOORA y CODAS bajo ambiente de Conjunto Pitagoreano Difuso

A comparison between MOORA and CODAS methods under Pythagorean Fuzzy Sets

FLORES-RUVALCABA, Abbi Azalia†*, PÉREZ-DOMÍNGUEZ, Luis, GARCÍA-VILLALBA, Luz Angélica y ALMERAZ-DURÁN, Sara

Universidad Autónoma de Ciudad Juárez

ID 1^{er} Autor: Abbi Azalia, Flores-Ruvalcaba / ORC ID: 0000-0001-7651-3871

ID 1^{er} Coautor: Luis, Pérez-Domínguez / ORC ID: 0000-0003-2541-4595, CVU CONACYT ID: 405262

ID 2^{do} Coautor: Luz Angélica, García-Villalba / ORC ID: 0000-0003-3112-8771, CVU CONACYT ID: 242497

ID 3^{er} Coautor: Sara, Almeraz-Durán / ORC ID: 0000-0001-8358-1346, CVU CONACYT ID: 960812

DOI: 10.35429/JSI.2019.10.3.9.19

Recibido 04 de Abril, 2019; Aceptado 30 de Junio, 2019

Resumen

Los métodos de toma de decisiones multicriterio (MCDM), han avanzado de manera acelerada en años recientes. Muchos autores han hecho notable el manejo de la incertidumbre involucrada en los problemas MCDM, como una constante para tomar la decisión más adecuada entre las alternativas planteadas. Por esta razón, se ha integrado la lógica difusa a la MCDM logrando nuevas metodologías híbridas. Estas han logrado aumentar la capacidad de toma de decisiones, lo que permite manipular información no difusa (cuantitativa) y difusa (cualitativa). El principal objetivo de este artículo presenta el análisis comparativo del método de evaluación conjunta basada en la distancia (CODAS) bajo ambiente pitagoreano difuso con la finalidad de examinar las ventajas y diferencias en comparación al método de optimización multi-objetivo sobre la base de análisis de proporción (MOORA) bajo conjunto difuso pitagoreano. El análisis, en este sentido, mostrará un nuevo panorama para la selección de la mejor metodología de toma de decisiones, de las aquí presentadas, aprovechando sus ventajas y logrando así un mayor beneficio en aplicaciones de problemas reales. Se presentará un caso ilustrativo, resuelto con la metodología de optimización multi-objetivo sobre la base de análisis de proporción bajo ambiente pitagoreano difuso (PF-MOORA), para ver los resultados respecto a CODAS bajo ambiente pitagoreano difuso (PF-CODAS).

CODAS, MOORA, Conjuntos Difusos Pitagoreanos

Abstract

Multi-criteria decision-making methods (MCDM) have accelerated in recent years. Many authors have made remarkable manipulation of the uncertainty involved in MCDM problems as a constant to make the most appropriate decision among the alternatives proposed. For this reason, fuzzy logic has been integrated into the MCDM, achieving new hybrid methodologies. These have managed to increase decision-making capacity, allowing us to manipulate nonfuzzy (quantitative) and fuzzy (qualitative) information. The main of this paper presents the comparative analysis of the Pythagorean Fuzzy CODAS method in order to examine the advantages and differences in comparison to MOORA Pythagorean Fuzzy Set method. The analysis, in this sense, aims to present a new scenario for the selection of the best decision-making problem, taking its advantages and thus achieve a greater benefit in real problems applications. An illustrative case will be presented with the MOORA-PFS methodology, to see the results obtained with Pythagorean Fuzzy CODAS. Besides, this comparative study to academics to choose more operative methods for solve MCDM problems.

CODAS, MOORA, Pythagorean Fuzzy Set

Citación: FLORES-RUVALCABA, Abbi Azalia, PÉREZ-DOMÍNGUEZ, Luis, GARCÍA-VILLALBA, Luz Angélica y ALMERAZ-DURÁN, Sara. Una comparación entre el método MOORA y CODAS bajo ambiente de Conjunto Pitagoreano Difuso. Revista de Innovación Sistemática. 2019. 3-10: 9-19

*Correspondencia al Autor (Correo electrónico: al137664@alumnos.uacj.mx)

† Investigador contribuyendo como primer Autor.

Introducción

Los problemas de toma de decisiones multicriterio o por sus siglas en inglés MCDM (Multiple Criteria Decision Making) son definidos como: “la tarea para evaluar, comparar y clasificar un conjunto de alternativas, opciones o elecciones finitas con respecto a un conjunto de atributos finitos” [1]. En general, estos métodos están diseñados para ayudar al interesado a elegir la mejor opción entre todas las alternativas factibles sobre la base de dos o más criterios [2].

Los métodos MCDM, han avanzado de manera acelerada en años recientes. Muchos autores han hecho notable el manejo de la incertidumbre involucrada en este tipo de problemas, como una constante para tomar la decisión más adecuada entre las alternativas planteadas. Por esta razón, se ha integrado la lógica difusa a la MCDM logrando nuevas metodologías híbridas.

La aplicación de la lógica difusa puede darse en procesos complejos, cuando ciertas partes del sistema son poco conocidas, esto quiere decir que pueden existir errores posibles en su evaluación o cuando el ajuste de una variable puede producir desajuste en otras. En general, su ventaja por excelencia es contribuir a representar y operar conceptos que tengan imprecisión o incertidumbre. Esta área también muestra otros beneficios en aplicaciones en tiempo real, como menor complejidad, tiempo de procesamiento rápido y es fácil de entender [3]. El rápido desarrollo de estas técnicas impulsa a investigadores a mejorar las debilidades de métodos existentes y reforzar sus fortalezas, lo cual lleva a realizar comparativas entre ellos para conocer sus características y puntos de mejora.

El principal objetivo de este artículo es presentar el análisis comparativo del método CODAS bajo ambiente pitagoreano difuso con la finalidad de examinar las ventajas y diferencias en comparación al método MOORA bajo conjunto difuso pitagoreano. El análisis, en este sentido, pretende presentar un nuevo panorama para la selección de la mejor metodología de toma de decisiones, de las aquí presentadas, aprovechando sus ventajas y logrando así un mayor beneficio en aplicaciones de problemas reales.

El artículo está organizado de la siguiente manera. En la sección 1, la metodología de ambos métodos es presentada, así como sus antecedentes. En la sección 2, la comparativa de los métodos es mostrada en un desglose de siete subsecciones. La sección 3 presenta el ejemplo ilustrativo con la finalidad de mostrar las diferencias entre los métodos; La sección 4 muestran los resultados obtenidos por ambas técnicas. Finalmente, en la sección 5 las conclusiones son presentadas.

Descripción del método.

a. MOORA bajo ambiente difuso pitagoreano (PF-MOORA)

El método MOORA en su versión clásica fue introducido por Brauers y Zavadskas en el 2006 [4]. Diversos autores han utilizado las ventajas de esta técnica y a partir de él han desarrollado nuevas versiones como MULTIMOORA [5, 6], MOOSRA [7] y Fuzzy MOORA [8]. La lógica difusa ha transformado este método y actualmente se conoce una nueva versión llamada MOORA bajo ambiente difuso pitagoreano desarrollada por Pérez-Domínguez et al [9]. Los pasos de esta técnica se describen a continuación.

Definiciones previas:

1. Se tiene un conjunto de alternativas el cual se denota como $A = \{A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n\}$
2. La colección de criterios, los cuales serán evaluados, son representados por $x = \{x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_m\}$
3. Un número difuso pitagoreano se denota como $PFN = \{\mu, \nu, \pi\}$, en donde μ representa un valor real, ν es un valor no real y π es un valor de incertidumbre.
4. Cada decisor será representado por $DM_k = \{\mu_k, \nu_k, \pi_k\}$ el cual es un PFN.

Paso 1. Establecer un equipo de decisores (DM) y capturar las preferencias de cada uno. El grupo de decisores será denotado como $DM = \{DM_1, DM_2, \dots, DM_k, \dots, DM_l\}$. Tome en cuenta que las preferencias de los DM se evalúan a través del mapeo de términos lingüísticos por PFN. La escala PFN es mostrada en la Tabla 1.

Luego, el peso equivalente de cada DM se calcula usando el concepto de aritmética ponderada difusa pitagoreano representado por la ecuación (1).

$$\delta_k = \frac{(\mu_k + \pi_k(\pi_k / (\mu_k + \nu_k)))}{\sum_{k=1}^l (\mu_k + \pi_k(\pi_k / (\mu_k + \nu_k)))} \quad (1)$$

Donde $\sum_{k=1}^l \delta_k = 1$.

Significado	PFNs (μ, ν)
Aprendiz (Ap) / Muy insignificante (VI)	(0.10, 0.90)
Estudiante (Lr) / Insignificante (I)	(0.35, 0.60)
Capaz (Ct) / Promedio (A)	(0.50, 0.45)
Hábil (S) / Imperativo (Im)	(0.75, 0.40)
Dominante (D) / Muy Significativo (VS)	(0.90, 0.10)

Tabla 1 Escala de evaluación para las preferencias de los criterios

Fuente: Pérez-Domínguez, L. et al (2018)

Paso 2. Indicar las preferencias de los criterios. Por lo tanto, todas las opiniones o preferencias deben ser consideradas y fusionadas en una sola. Para evaluar los criterios de preferencia de cada DM, se puede usar la escala lingüística mostrada en la Tabla 1. Para esta evaluación utilice las ecuaciones (2) y (3).

$$\omega_j = \lambda_1 \omega_j^{(1)} \oplus \lambda_2 \omega_j^{(2)} \oplus \dots \oplus \lambda_l \omega_j^{(l)} \quad (2)$$

$$\omega_j = P[\sum_{j=1}^n \lambda_j \mu_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j \nu_j] \quad (3)$$

Donde $\omega_j = \{\mu_j, \nu_j\}$ y $\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$.

Paso 3. Crear la matriz de decisión difusa pitagoreana, la cual denota la evaluación de acuerdo con las preferencias de los DM. La escala utilizada para evaluar cada alternativa es mostrada en la Tabla 2. Para la creación de la matriz utilice (4) y (5).

$$x_{kl} = \omega_1 x_{kl}^{(1)} \oplus \omega_2 x_{kl}^{(2)} \oplus \dots \oplus x_{kl}^{(t)} \quad (4)$$

$$x_{kl} = \left[\sum_{k=1}^j \left((\omega \cdot \mu_{kl}^{(z)}), (\omega \cdot \nu_{kl}^{(z)}) \right) \right] \quad (5)$$

Paso 4. Calcular la matriz de decisión difusa pitagoreana ponderada combinada denotada por R' . Los elementos de R' se calculan mediante la ecuación (6).

$$R' = R \cdot \omega = \left\{ \langle x, \mu_{A_i}(x) \cdot \mu_{\omega}(x), \nu_{A_i}(x) + \nu_{\omega}(x) - \nu_{A_i}(x) \cdot \nu_{\omega}(x) \rangle \mid x \in X \right\} \quad (6)$$

Significado	PFNs (μ, ν)
Enormemente malo (EB) / Extremadamente bajo (EL)	{0.10, 0.99}
Muy malo (TB) / Muy poco (VL)	{0.10, 0.97}
Malo (NG) / Poco (L)	{0.25, 0.92}
Medio malo (MB) / Medio pequeño (ML)	{0.40, 0.87}
Regular (F) / Mediano (M)	{0.50, 0.80}
Medio Bueno (MG) / Medio Alto (MH)	{0.60, 0.71}
Alto (T) / Grande (B)	{0.70, 0.60}
Muy grande (VB) / Muy alto (VT)	{0.80, 0.44}
Excepcional (E) / Tremendamente Alto (TH)	{1.00, 0.00}

Tabla 2 Escala de evaluación para alternativas.

Fuente: Pérez-Domínguez, L. et al (2018).

Paso 5. Calcular la suma de Nx_i y Cx_j . En consecuencia, (7) denota la suma de los criterios de beneficio y (8) denota la suma de los criterios de costo.

$$Nx_i = \sum_{i=1}^g (\mu_{A'_i(x_i)}, \nu_{A'_i(x_i)}, \pi_{A'_i(x_i)}) \quad (7)$$

$$Cx_j = \sum_{j=g+1}^m (\mu_{A'_i(x_j)}, \nu_{A'_i(x_j)}, \pi_{A'_i(x_j)}) \quad (8)$$

Paso 6. Desfucificar Nx_i y Cx_j por medio de (9) y (10).

$$Nx_i = (\mu_{\alpha_{x_i}})^2 - (\nu_{\alpha_{x_i}})^2 \quad (9)$$

$$Cx_j = (\mu_{\alpha_{x_j}})^2 - (\nu_{\alpha_{x_j}})^2 \quad (10)$$

Paso 7. Calcular el valor de Ny_i . Se obtiene por medio de (11).

$$Ny_i = Nx_i - Cx_j \quad (11)$$

Paso 8. Clasificación óptima de A_i . Las alternativas se ordenan en orden descendente a través de los valores dados por Ny_i .

b. CODAS bajo ambiente difuso pitagoreano (PF-CODAS).

El método CODAS fue desarrollado por Ghorabae en 2016 y surgió como un método que ha considerado debilidades presentadas en métodos anteriores y ha mejorado sus características tanto en eficiencia como en actualización metodológica [10, 11].

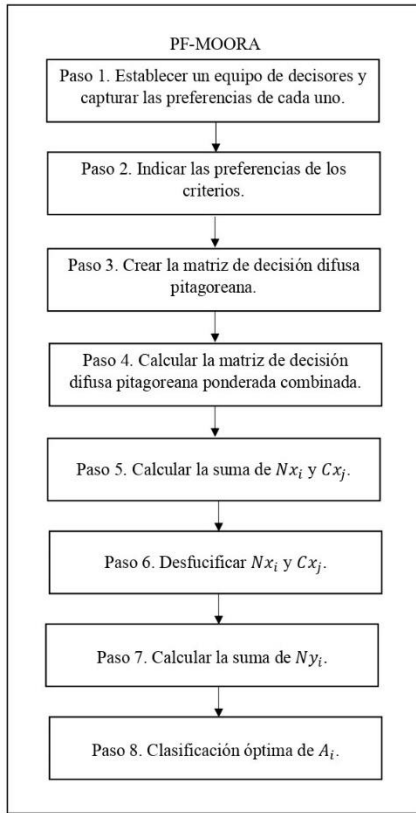


Figura 1 Diagrama de flujo del método PF-MOORA.

Fuente: Elaboración Propia

En el 2018 Bolturk desarrollo CODAS bajo ambiente difuso pitagoreano, una nueva metodología híbrida. Este nuevo método ofrece resultados significativos y es útil cuando la información es vaga, incompleto o incierta [12].

A continuación, se detalla la serie de pasos de este método.

Definiciones previas:

1. N_b representa al conjunto de criterio de beneficio y N_c al conjunto de criterios de costo.
2. ω_j representa al peso normalizado dado para cada criterio.

Paso 1. Construcción de la matriz de decisión denotada por X de n alternativas por m criterios. Utilice (12) para crear la matriz.

$$X = [X_{ij}]_{n \times m} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Donde $i \in \{1,2, \dots, n\}$ y $j \in \{1,2, \dots, m\}$.

Paso 2. Calcular la matriz de decisión normalizada. Se usa normalización lineal para el rendimiento de los valores. De acuerdo al tipo de criterio utilice (13) y (14).

$$Si j \in N_b \mid \eta_{\mu_{ij}} = \frac{x_{ij}}{\max_i x_{ij}}, \eta_{\nu_{ij}} = \frac{\min_i x_{ij}}{x_{ij}} \quad (13)$$

$$Si j \in N_c \mid \eta_{\mu_{ij}} = \frac{\min_i x_{ij}}{x_{ij}}, \eta_{\nu_{ij}} = \frac{x_{ij}}{\max_i x_{ij}} \quad (14)$$

Paso 3. Calcular el peso normalizado de cada criterio, para ello utilice (15). Los valores obtenidos deben estar entre cero y uno y la suma de todos los pesos debe ser igual a uno según (16).

$$\omega_j = \frac{(\mu_k + \pi_k(\pi_k/(\mu_k + \nu_k)))}{\sum_{k=1}^m (\mu_k + \pi_k(\pi_k/(\mu_k + \nu_k)))} \quad (15)$$

$$0 < \omega_j < 1 ; \sum_{j=1}^m \omega_j = 1 \quad (16)$$

Después de obtener el peso construya la matriz de decisión ponderada a través de (17).

$$r_{\mu_{ij}} = \sqrt{1 - (1 - \eta_{\mu_{ij}}^2)^{\omega_j}}, r_{\nu_{ij}} = (\eta_{\nu_{ij}})^{\omega_j} \quad (17)$$

Paso 4. Determinar la solución ideal negativa. Según el criterio utilice (19) y (20).

$$ns = [ns_j]_{1 \times m} \quad (18)$$

$$Si j \in N_b \mid \max_i r_{\mu_{ij}}, \min_i r_{\nu_{ij}} \quad (19)$$

$$Si j \in N_c \mid \min_i r_{\mu_{ij}}, \max_i r_{\nu_{ij}} \quad (20)$$

Paso 5. Calcular la distancia euclidiana, denotada por E_i (21) y Taxicab, denotada por T_i (22) de las alternativas de la solución ideal negativa.

$$E_i = \sqrt{\sum_{j=1}^m (r_{\mu_{ij}} - \eta_{\mu_{ij}})^2 + (r_{\nu_{ij}} - \eta_{\nu_{ij}})^2} \quad (21)$$

$$T_i = \sum_{j=1}^m |(r_{\mu_{ij}} - \eta_{\mu_{ij}}) + (r_{\nu_{ij}} - \eta_{\nu_{ij}})| \quad (22)$$

Paso 6. Construir la matriz de evaluación relativa. Utilice (23) y (24).

$$R_a = [h_{ik}]_{n \times n} \quad (23)$$

$$h_{ik} = (E_i - E_k) + (\psi(E_i - E_k) \times (T_i - T_k)) \quad (24)$$

Donde $k \in \{1,2, \dots, n\}$ y ψ denota la función umbral para reconocer la igualdad de la distancia euclidiana de dos alternativas. Se sugiere que este parámetro sea ajustado entre 0.01 y 0.05.

Paso 7. Calcular el puntaje de evaluación de cada alternativa. Siga la ecuación (25).

$$H_i = \sum_{k=1}^n h_{ik} \quad (25)$$

Paso 8. Ordenar las alternativas de acuerdo al decrecimiento del puntaje de H_i . La alternativa con el mayor H_i es la mejor elección entre las alternativas.

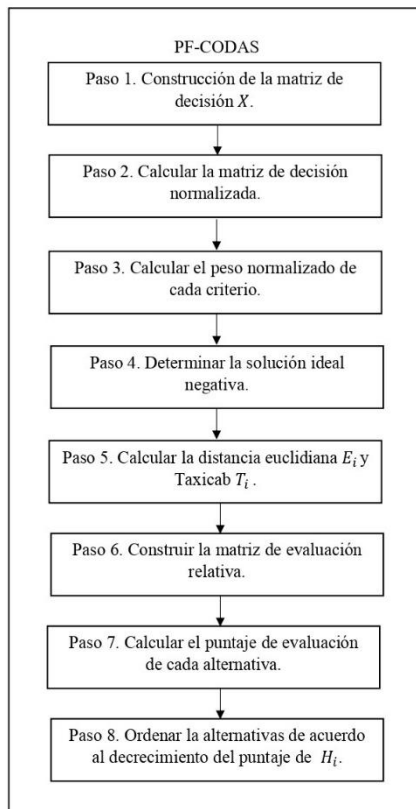


Figura 2 Diagrama de flujo del método PF-CODAS.

Fuente: *Elaboración propia*

Comparativa entre método

a. Optimización multiobjetivo.

Los métodos multicriterio en general contemplan en su definición que la mejor opción de entre todas las alternativas tiene la base en dos o más criterios, lo cual es tan solo un punto partida. Sin embargo, los problemas de optimización implican que para problemas prácticos debe haber más de tres criterios [13].

Si bien no existe un número máximo de criterios, pero siempre se debe considerar que los objetivos (criterios) deben ser finitos y estos pueden ser de costo y beneficio, y siempre están sujetos a restricciones [14, 15].

Existen autores que en sus publicaciones han optado por presentar ejemplos ilustrativos con un número de criterios más extenso, por ejemplo 34 criterios contra 5 alternativas [16] y 53 criterios contra 10 alternativas [11].

El número de criterios solo definirá el tiempo de cálculo matemático; una cantidad de criterios reducido, tardará un tiempo reducido en calcular la mejor alternativa.

b. Construcción de la matriz de decisión

PF-MOORA antes de comenzar con la construcción de la matriz, establece la preferencia de los decisores; en este paso se evalúan las capacidades de los expertos y se otorga un término lingüístico a cada persona. Esto permite ponderar las futuras opiniones o preferencias en base a su experiencia y conocimientos.

Además, los decisores establecen sus evaluaciones de los criterios. A partir de este paso se comienza la construcción de la matriz difusa pitagoreana, donde los expertos comienzan con una comparativa de las alternativas frente a los criterios propuestos.

Como ya se ha observado, uno de los requisitos de esta técnica es que de manera previa se debe formar un equipo de miembros a los cuales se les denomina decisores. Estos son personas con un alto grado de especialización en el tema abordado y se encargan de evaluar los criterios, como realizar comparativas de las alternativas frente a los criterios planteados. De manera general, este equipo emite sus opiniones especializadas en términos lingüísticos, que posteriormente el método trabajara como datos cuantitativos. [17]

PF-CODAS a diferencia de MOORA no requiere tener un equipo de expertos para la creación de la matriz de decisión. Aquí, simplemente se requiere tener una persona que asigne de manera directa una opinión o preferencia en la comparativa de las alternativas frente a los diferentes criterios. Este decisor también indicará que criterios serán de costo o beneficio. Comúnmente se tiene acceso a información de cada alternativa y en base a ello se concede una evaluación. [18]

c. Normalización

La normalización se utiliza para eliminar las unidades de funciones de criterio, de modo que todos los criterios son números adimensionales, esto quiere decir que no tienen una unidad de medida específica [19].

En el caso de PF-MOORA la normalización solamente abarca la evaluación de los criterios, la cual se realiza a través de la raíz cuadrada de la suma de todos los elementos del número difuso pitagoreano al cuadrado. Mientras que en PF-CODAS interviene el tipo de criterio; si el criterio es de beneficio debe seguir la ecuación (13) y si es de costo debe utilizarse la ecuación (14).

En la normalización ponderada PF-MOORA multiplica el peso obtenido por la evaluación de los decisores, por los valores difusos pitagoreanos de la matriz de decisión pitagoreana. Para más información puede consultar el artículo de Pérez-Domínguez et al [9], e identificar esta información en los ejemplos ilustrativos. Mientras que PF-CODAS involucra el peso normalizado de cada criterio, para luego construir la matriz de decisión ponderada.

d. Preferencia

La preferencia hace referencia a la ponderación que se le da a cada criterio. Este se otorga para expresar la importancia relativa de los diferentes criterios. Para ambos casos el peso de estos es obtenido por una misma ecuación.

Para el caso de PF-MOORA la ponderación de cada criterio es obtenido en base a la evaluación del grupo de decisores. Cada uno de ellos establece un término lingüístico para cada criterio, los cuales pasan de valores difusos a valores numéricos y son trabajados en la ecuación (1) del método.

En cambio, para PF-CODAS la ponderación de los criterios solamente considera necesario que el encargado de la aplicación de la técnica asigne un término lingüístico y después obtenga el peso del criterio a través de la ecuación (15) del método.

e. Determinación de resultados

Las marcadas diferencias de los dos métodos propuestos residen en la determinación de resultados de cada uno.

En el caso de PF-MOORA, a partir del paso 5 se lleva a término la diferenciación entre el criterio de costo y beneficio. Se comienza por realizar la suma de los criterios, primero los de beneficio, luego los de costo.

El paso 6 se encarga de defucificar los criterios. De manera detallada este paso es el puente para trasladar los números difusos pitagoreanos (trabajando solamente su valor real y no real) a la obtención de un único valor para el criterio de beneficio denotado por Nx_i y el criterio de costo denotado por Cx_j .

Para poder realizar la clasificación de las alternativas es necesario obtener Ny_i . Este valor es obtenido de la resta del valor único del criterio de beneficio contra el de costo, el cual se obtiene a través de la ecuación (11). Las alternativas son ordenadas en orden descendente y aquella con el valor Ny_i mayor positivo es la solución óptima.

En el caso de PF-CODAS, el rendimiento general de una alternativa se mide por la distancia euclidiana y la distancia de taxicab. Estas distancias se calculan de acuerdo con la solución ideal negativa.

Si la distancia euclidiana de dos alternativas está muy cerca una de la otra, se usa la distancia de taxicab para compararlas. El grado de cercanía de las distancias euclidianas se establece mediante el parámetro de umbral denotado por ψ . Por lo tanto, la alternativa que tiene mayores distancias es más deseable. Por ello en este proceso la distancia euclidiana se considera como una medida primaria y la distancia de taxicab se considera una medida secundaria [10].

El uso de dos tipos de distancias en el proceso de evaluación ayuda a aumentar la precisión de los resultados de clasificación [11].

f. Áreas de aplicación

En la literatura puede encontrarse variedad de aplicación de ambas metodologías. MOORA en su versión clásica como en su versión difusa, ha sido aplicado para resolver problemas complejos de toma de decisiones en entornos de fabricación [13], optimización de procesos [14], selección de maquinaria [7], selección de material [5, 15], ubicación y diseño de instalaciones [20], selección de sistemas de tecnología avanzada [21] y selección de proveedores [8, 22], solo por citar algunos.

De igual manera, CODAS tanto en su versión clásica como difusa tiene aplicaciones en la selección de proveedores [12], resolución de problemas de mantenimiento de procesos industriales [23], evaluación de segmentos del mercado [24] y selección de tecnología para la generación de energía [25].

g. Aspectos destacados

En el caso de MOORA investigadores destacan la simplicidad del método y lo posiciona como una técnica fácil de implementar [14]. Por otro lado, la cantidad de cálculos matemáticos permite un rápido tiempo de cómputo para encontrar la solución del problema [22]. Además, el resultado obtenido es de naturaleza estable. Por estas razones expertos consideran este método como una metodología que cubre la debilidad de métodos más antiguos [8].

CODAS al ser un método realmente reciente en la literatura tiene algunas propiedades intrínsecas que lo hacen atractivo y prácticamente útil. Por ejemplo, ayuda a estructurar de manera adecuada los problemas, ofrece un proceso que conduce a decisiones explicables y justificables [10]; además la integración de CODAS con PFS puede proporcionar una poderosa herramienta de decisión en condiciones de incertidumbre [16].

Caso Ilustrativo

Se retoma un caso ilustrativo propuesto por Ghorabae [26], el cual será analizado en los dos ambientes propuestos con anterioridad (MOORA-PF y CODAS-PF). Este se describe a continuación.



Figura 3 Robot industrial automotriz (figura ilustrativa)
Fuente: Automotive News México

Una compañía automotriz desea seleccionar un robot adecuado para su proceso de producción. Se tienen ocho candidatos como alternativas (L_1 a L_8) de los cuales se desea seleccionar al mejor. Los tomadores de decisiones tienen acceso a folletos y datos de estas alternativas (robots). Siete criterios subjetivos son considerados por el equipo de toma de decisiones para la evaluación de alternativas:

- Inconsistencia con la infraestructura (C1)
- Interfaz hombre-máquina (C2)
- Flexibilidad de programación (C3)
- Contrato de servicio del vendedor (C4)
- Apoyar el rendimiento del socio de canal (C5)
- Cumplimiento (C6)
- Estabilidad (C7)

Todos los criterios anteriores son de beneficio, excepto "Inconsistencia con la infraestructura".

Resultados

a. De acuerdo a PF-MOORA

Para este propósito, formaron un equipo de tres miembros para tomar una decisión sobre el problema. Los tomadores de decisiones se denotan por D1, D2 y D3.

Como se puede observar, la Tabla 3 muestra la importancia otorgada a cada decisor. Para el caso ilustrativo en específico se ha optado por tratar a todos los decisores con la misma importancia, obteniendo pesos iguales.

Decisor	D1	D2	D3
Termino lingüístico	S	S	S
Numero PFN	{0.75, 0.40}	{0.75, 0.40}	{0.75, 0.40}
Peso	0.333	0.333	0.333

Tabla 3 Importancia de los decisores según PF-MOORA. Fuente: Flores Ruvalcaba, A. (2018).

Para una evaluación natural de los criterios, se ha trabajado la importancia de los pesos de los criterios, evaluados por los decisores a través de términos lingüísticos, los cuales son mostrados en la Tabla 4.

DMs	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
D1	Im	A	D	Im	D	S	D
D2	Vs	A	Im	Vs	Im	D	S
D3	Vs	S	D	Vs	Im	D	S

Tabla 4 Importancia de los pesos de los criterios. Fuente: Flores Ruvalcaba, A. (2018)

El paso crítico del método se centra en la construcción de la matriz difusa pitagoreana, la cual surge de la evaluación de las alternativas respecto a los criterios. Estas evaluaciones son otorgadas por los decisores y para cada uno de ellos se crea una tercera parte de la matriz como se puede ver en la Tabla 5. A partir de los datos de la Tabla 5, se realizan los pasos de la metodología. Finalmente se obtuvo la clasificación de las alternativas. Se tiene pues que $I_1 > I_4 > I_5 > I_3 > I_8 > I_2 > I_6 > I_7$. Como se puede observar la I_1 ocupa el primer lugar de la clasificación, esto quiere decir que es la mejor alternativa, la cual satisface los criterios planteados con anterioridad.

DM	I's	Criterios						
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
D1	I_1	VL	VT	M	MH	MH	E	TH
	I_2	VT	L	ML	M	VT	MH	M
	I_3	B	ML	L	M	ML	ML	MH
	I_4	ML	M	VT	VT	M	MH	M
	I_5	E	VL	ML	VL	L	M	ML
	I_6	VL	MH	VB	M	E	E	VB
	I_7	VB	ML	L	ML	L	VL	ML
	I_8	TH	L	L	VL	L	ML	ML
D2	I_1	L	E	MH	MH	VB	VB	VB
	I_2	E	ML	L	ML	VB	M	ML
	I_3	MH	L	ML	ML	M	L	VB
	I_4	L	ML	MH	MH	ML	M	ML
	I_5	B	L	ML	VL	L	ML	L
	I_6	VL	B	B	ML	E	ML	E
	I_7	E	M	L	M	ML	L	L
	I_8	B	VL	L	L	VL	M	ML
D3	I_1	L	E	M	B	MH	VB	E
	I_2	B	ML	ML	M	MH	VB	M
	I_3	MH	L	L	M	M	ML	MH
	I_4	ML	M	B	VB	ML	M	M
	I_5	LE	VL	L	VL	ML	ML	ML
	I_6	EL	MH	MH	L	ML	MH	VB
	I_7	E	MH	ML	M	L	VL	ML
	I_8	E	VL	ML	M	L	ML	L

Tabla 5 Evaluación de las alternativas respecto a los criterios Fuente: Flores Ruvalcaba, A. (2018).

b. De acuerdo a PF-CODAS

El primer paso del método indica que debe construirse la matriz de decisión denotada por X. La Tabla 6 muestra esta matriz en términos lingüísticos (PFN). Recuerde que los significados de los términos aquí empleados se encuentran en la Tabla 2 con su respectivo PFNs.

Criterios							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
L1	L	VT	M	MH	MH	VB	VB
L2	B	ML	ML	MH	M	MH	M
L3	MH	L	L	F	M	ML	MH
L4	ML	M	B	VB	ML	M	M
L5	L	VL	ML	VL	L	ML	ML
L6	VL	MH	B	MB	VT	VB	VB
L7	VB	M	MB	M	L	VL	ML
L8	VL	VL	L	ML	L	ML	ML

Tabla 6 Matriz de decisión (X) para PF-MOORA. Fuente: Elaboración Propia

Como se identificó en la sección anterior, el eje central de este método parte a través de la identificación del tipo de criterio, pudiendo ser de beneficio o de costo. A partir de esto, se realiza la obtención de los pesos. Esta información puede ser encontrada en la Tabla 7.

Criterios							
	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Tipo	Costo	Beneficio					
PFN	VB	M	MH	ML	L	ML	M
Peso	0.243	0.14	0.175	0.112	0.072	0.112	0.143

Tabla 7 Ponderación de los criterios según el tipo. Fuente: Elaboración Propia

La solución ideal negativa y la obtención de la distancia Euclidiana como Taxicab se muestran en la Tabla 8. A partir de estos datos se realizó la clasificación de las alternativas.

Criterios	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	
Solución ideal negativa	0.062	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.062	
L's	L1	L2	L3	L4	L5	L6	L7	L8
Ei	1.24	1.84	1.96	1.56	2.20	1.42	2.02	2.11
Ti	1.63	4.48	4.76	2.84	5.25	0.18	5.04	5.30

Tabla 8 Calculo de la solución ideal negativa por criterio, y distancia Euclidiana - Taxicab por alternativa. Fuente: Elaboración Propia

Se tiene pues que $L_1 > L_5 > L_4 > L_3 > L_8 > L_2 > L_6 > L_7$. Como se puede observar la L_1 ocupa el primer lugar de la clasificación, esto quiere decir que es la mejor alternativa, la cual satisface los criterios planteados con anterioridad.

La comparativa de clasificación de las alternativas es mostrada en la Tabla 9. Aquí se hace notar que bajo las tres metodologías la mejor alternativa que satisface los criterios planteados es la primera denotada como I_1 en el caso de PF-MOORA o L_1 para el caso de PF-CODAS.

Alternativa	Clasificación		
	PF-MOORA	PF-CODAS	Ghorabae (interval type-2 fuzzy sets)
I_1	1	1	1
I_2	4	5	4
I_3	5	4	5
I_4	3	3	3
I_5	8	8	8
I_6	2	2	2
I_7	6	6	6
I_8	7	7	7

Tabla 9 Comparativa de clasificación de los métodos propuestos: PF-MOORA y PF-CODAS

Fuente: Elaboración propia con base en Flores Ruvalcaba, A. (2018)

Variable	Alfa-Cronbach's
PF-MOORA	0.988
PF-CODAS	1.00
Ghorabae	0.988

Tabla 10 Evaluación de coeficiente alfa de Cronbach's.

Fuente: Elaboración Propia

La Tabla 10 muestra el coeficiente alfa de Cronbach's, el cual se muestra arriba del valor aceptable que es 0.7. Como se puede visualizar todas las variables presentan un coeficiente arriba de 0.9, lo cual muestra que los métodos propuestos son consistentes para determinar el ranking deseado.

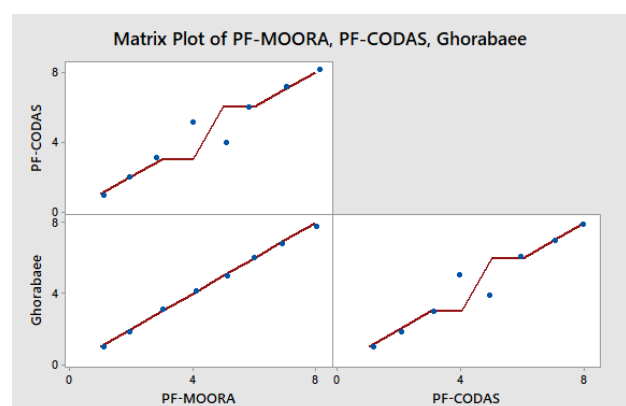


Gráfico 1 Gráfico de correlación de los métodos.

Fuente: Elaboración Propia

El Gráfico 1 indica la tendencia de las correlaciones, de tal modo que la evaluación muestra una alta correlación de los resultados obtenidos por los métodos PF-MOORA, PF-CODAS, y el propuesto por Ghorabae.

Métodos	PF-MOORA	PF-CODAS
PF-CODAS	0.976	1.000
Ghorabae	1.000	0.976

Tabla 11 Matriz de correlación de los métodos.

Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, la matriz de correlación que se observa en la Tabla 11, confirma si existe alta correlación entre los resultados obtenidos por los diferentes métodos aquí presentados que se consideraron para evaluar las alternativas contra todos los criterios.

En resumen, como se muestra en el análisis estadístico, los métodos de comparación que se utilizaron, arrojan un resultado de alta correlación.

Además, como se puede apreciar, en ambos casos el ranking de las alternativas sigue un patrón similar, demostrando que puede trabajarse con diversos métodos MCDM y puede llegarse a una solución similar.

Conclusiones

La toma de decisiones multicriterio es un factor clave para lograr el éxito en cualquier área, especialmente en aquellas que se requiere una decisión justificable. Estas tareas involucran una variedad de factores y aspectos que deben ser considerados, a fin de encontrar la mejor solución. La integración de métodos híbridos proporciona una valiosa herramienta de decisión en condiciones de incertidumbre. Una gran cantidad de estudios apuntan al hecho de que estos modelos proporcionan resultados significativamente mejores, en comparación a los métodos clásicos.

El método PF-MOORA se posiciona como una técnica simple y fácil de utilizar. Además, se caracteriza por su rápido tiempo de cómputo para encontrar la solución del problema. Por otro lado, PF-CODAS es un método reciente que ayuda a estructurar de manera adecuada los problemas y ofrece un proceso que conduce a decisiones explicables y justificables.

Se ha presentado un caso ilustrativo obteniendo resultado por ambas técnicas y haciendo la comparación de la clasificación de sus alternativas. Con esto se ha demostrado la validez y estabilidad de los métodos aquí mencionados.

Este análisis muestra que ambos métodos en su versión difusa pitagoreana son completamente consistentes con los resultados de otros métodos híbridos.

Investigaciones futuras pueden abordar otras características aquí no mencionadas. Además, estos métodos pueden aplicarse a muchos otros problemas MCDM con aplicaciones como la selección de proveedores, selección de proyectos y la selección de robots solo por mencionar algunas, para observar el comportamiento de las metodologías.

Referencias

- [1] Zavadskas, E. K., Antucheviciene, J., Hajiagha, R., Hossein, S., & Hashemi, S. S. (2015). The interval-valued intuitionistic fuzzy MULTIMOORA method for group decision making in engineering. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- [2] Wang, P., Li, Y., Wang, Y. H., & Zhu, Z. Q. (2015). A new method based on TOPSIS and response surface method for MCDM problems with interval numbers. *Mathematical Problems in Engineering*, 2015.
- [3] Majumder, H., & Maity, K. (2018). Prediction and optimization of surface roughness and micro-hardness using grnn and MOORA-fuzzy-a MCDM approach for nitinol in WEDM. *Measurement*, 118, 1-13.
- [4] Mardani, A., Jusoh, A., Nor, K., Khalifah, Z., Zakwan, N., & Valipour, A. (2015). Multiple criteria decision-making techniques and their applications—a review of the literature from 2000 to 2014. *Economic Research-Ekonomika Istraživanja*, 28(1), 516-571.
- [5] Hafezalkotob, A., Hafezalkotob, A., & Sayadi, M. K. (2016). Extension of MULTIMOORA method with interval numbers: an application in materials selection. *Applied Mathematical Modelling*, 40(2), 1372-1386.
- [6] Hafezalkotob, A., & Hafezalkotob, A. (2015). Comprehensive MULTIMOORA method with target-based attributes and integrated significant coefficients for materials selection in biomedical applications. *Materials & Design*, 87, 949-959.
- [7] Sarkar, A., Panja, S. C., Das, D., & Sarkar, B. (2015). Developing an efficient decision support system for non-traditional machine selection: an application of MOORA and MOOSRA. *Production & Manufacturing Research*, 3(1), 324-342.
- [8] Arabsheybani, A., Paydar, M. M., & Safaei, A. S. (2018). An integrated fuzzy MOORA method and FMEA technique for sustainable supplier selection considering quantity discounts and supplier's risk. *Journal of Cleaner Production*, 190, 577-591.
- [9] Pérez-Domínguez, L., Rodríguez-Picón, L. A., Alvarado-Iniesta, A., Luviano Cruz, D., & Xu, Z. (2018). MOORA under Pythagorean fuzzy set for multiple criteria decision making. *Complexity*, 2018.
- [10] Keshavarz Ghorabae, M., Zavadskas, E. K., Turskis, Z., & Antucheviciene, J. (2016). A new combinative distance-based assessment (CODAS) method for multi-criteria decision-making. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, 50(3).
- [11] Ghorabae, M. K., Amiri, M., Zavadskas, E. K., Hooshmand, R., & Antuchevičienė, J. (2017). Fuzzy extension of the CODAS method for multi-criteria market segment evaluation. *Journal of Business Economics and Management*, 18(1), 1-19.
- [12] Bolturk, E. (2018). Pythagorean fuzzy CODAS and its application to supplier selection in a manufacturing firm. *Journal of Enterprise Information Management*, 31(4), 550-564.
- [13] Mukhuti, A., Rout, A., & Tripathy, S. (2016, March). Optimization of INCONEL 600 using wire EDM by MOORA and Taguchi's method. In *2016 International Conference on Electrical, Electronics, and Optimization Techniques (ICEEOT)* (pp. 1577-1582). IEEE.
- [14] Gadakh, V. S. (2010). Application of MOORA method for parametric optimization of milling process. *International Journal of Applied Engineering Research*, 1(4), 743.

- [15] Karande, P., & Chakraborty, S. (2012). Application of multi-objective optimization on the basis of ratio analysis (MOORA) method for materials selection. *Materials & Design*, 37, 317-324.
- [16] Heidary Dahooei, J., Kazimieras Zavadskas, E., Vanaki, A. S., Firoozfar, H. R., & Keshavarz-Ghorabae, M. (2018). An evaluation model of business intelligence for enterprise systems with new extension of codas (codas-ivif). *Economics and Management*.
- [17] Wang, P., Meng, P., Zhai, J. Y., & Zhu, Z. Q. (2013). A hybrid method using experiment design and grey relational analysis for multiple criteria decision making problems. *Knowledge-Based Systems*, 53, 100-107.
- [18] Yager, R. R. (2004). Modeling prioritized multicriteria decision making. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*, 34(6), 2396-2404.
- [19] Brauers, W. K., & Zavadskas, E. K. (2009). Robustness of the multi-objective MOORA method with a test for the facilities sector. *Technological and economic development of economy*, 15(2), 352-375.
- [20] Attri, R., & Grover, S. (2014). Decision making over the production system life cycle: MOORA method. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 5(3), 320-328.
- [21] Flores Ruvalcaba, A. A. (2018). Aplicación de MOORA y conjuntos difusos pitagóreanos para la selección de herramientas de sistemas de tecnología avanzada. *Compendio Investigativo de Academia Journals Celaya 2018*, 10(8), 1649-1654.
- [22] Akkaya, G., Turanoğlu, B., & Öztaş, S. (2015). An integrated fuzzy AHP and fuzzy MOORA approach to the problem of industrial engineering sector choosing. *Expert Systems with Applications*, 42(24), 9565-9573.
- [23] Badi, I., Abdulshahed, A. M., & Shetwan, A. (2018). A case study of supplier selection for a steelmaking company in Libya by using the Combinative Distance-based ASsessment (CODAS) model. *Decision Making: Applications in Management and Engineering*, 1(1), 1-12.
- [24] Badi, I., Ballem, M., & Shetwan, A. (2018). Site selection of desalination plant in Libya by using combinative distance-based assessment (CODAS) method. *International Journal for Quality Research*, 12(3).
- [25] Pamučar, D., Badi, I., Sanja, K., & Obradović, R. (2018). A novel approach for the selection of power-generation technology using a linguistic neutrosophic CODAS method: A case study in Libya. *Energies*, 11(9), 2489.
- [26] Ghorabae, M. K. (2016). Developing an MCDM method for robot selection with interval type-2 fuzzy sets. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 37, 221-232.