

Control Robusto Adaptable para Sistema no inercial: Acrobot sobre un carro**Robust Adaptive Control for System non-inertial: Acrobot on a cart**

TREJO-SOSA, Laura Elena†* & ALAZKI, Hussain

*Universidad Autónoma del Carmen, Facultad de Ingeniería y tecnología*ID 1^{er} Autor: *Laura Elena, Trejo-Sosa* / **ORC ID:** ORC ID - 0000-0002-3114-5216, **Researcher ID Thomson:** AAA-1616-2019, **CVU CONACYT ID:**, 850475ID 1^{er} Coautor: *Hussain, Alazki* / **ORC ID:** 0000-0002-1960-3624, **Researcher ID Thomson:** M-1706-2017**DOI:** 10.35429/JID.2019.9.3.8.15

Recibido 09 Octubre, 2019; Aceptado 03 de Diciembre, 2019

Resumen

En este trabajo se muestra el modelo matemático del sistema no lineal de un péndulo tipo Acrobot sobre un carro, el cual consiste en un brazo planar de dos uniones de revoluta, con un actuador en el codo, pero sin actuador en el hombro, mediante el método de Euler-Lagrange. Además, se propone una estrategia de control robusto para lograr la estabilización del péndulo Acrobot sobre un carro en su posición invertida en un marco de referencia no inercial, en donde este efecto incluye reacción de fuerzas y movimientos relativos que pueden potencialmente alterar el comportamiento del sistema. El algoritmo propuesto es el control adaptable por modos deslizantes (ASMC), el cual altera la dinámica de un sistema no lineal mediante la aplicación de una señal de control discontinua que obliga al sistema a “deslizarse” hasta alcanzar el punto de estabilidad deseado, cuya principal ventaja es el rechazo de incertidumbres, y efectos no inerciales. Para su implementación se cuenta con una simulación numérica en la plataforma de Simulink

Sistemas no lineales, Acrobot, Modos deslizantes**Abstract**

This work shows the mathematical modeling of the non-linear system of an Acrobot on a car, which consist in a planar rotational mechanism with two joints of revolute, with an actuator in the elbow, but without actuator in the shoulder through the classical Euler-Lagrange method. In addition, a robust control strategies is proposed to achieve the attitude stabilization of the inverted position of Acrobot on a car in a non-inertial physical framework, these include reactions forces and relative motions which can potentially alter the performance of the system. The algorithm proposed is the Adaptive Sliding Modes Control (ASMC), which alters the dynamic of a non-linear system applying a discontinuous control signal that forces the system to “slide” until reaching the desired stability point, whose the main advantage is reject modeling uncertainties and non-linear effects , which result from the accelerated framework of reference to which Acrobot on a car. Implementing a scheme by numerical simulations in the platform Simulink.

Non-inertial Systems, Acrobot, Sliding Mode

Citación: TREJO-SOSA, Laura Elena & ALAZKI, Hussain. Control Robusto Adaptable para Sistema no inercial: Acrobot sobre un carro. *Revista del Diseño Innovativo*. 2019 3-9: 8-15

* Correspondencia del Autor (Correo electrónico: laura_lets@hotmail.com)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

El Péndulo invertido sobre un carro es un ejemplo clásico no lineal de un sistema subactuado [10], cuya respuesta física puede ser acoplada a un marco de referencia inercial o no inercial. En el caso de ser no inercial [21], esto significa que una vez que el sistema sea modelado, y se diseñe una estrategia de control, deben incluirse las fuerzas de reacción y movimientos relativos debido al marco referencial acelerado, los cuales alteran el comportamiento del sistema en general, caso contrario al marco de referencia inercial. En el caso de los péndulos, pueden ser analizados y estudiados desde un marco de referencia no inercial ([7],[8], [20]), con un componente móvil (carro o eslabón) tomado como un marco referencial acelerado (no inercial) o marco de referencia inercial (es decir, sin aceleración).

Los péndulos son sistemas ampliamente estudiados tanto en aplicaciones del área de robótica, como por ejemplo cuando se necesita simular un brazo planar como en [2], así como en teoría de control debido a su respuesta inestable, por lo que pueden presentar diferentes configuraciones agregando complejidad al sistema, tal el caso de: el péndulo simple, el péndulo rotatorio, el péndulo Foucault, péndulo de Furuta, péndulo sobre un carro y los péndulos dobles.

En [13] sistema Cart-Pole está constituido por un péndulo simple invertido que rota libremente mientras es colocado sobre un carrito actuado. Por otra parte, el péndulo doble sobre un carro [15] consiste en dos eslabones no actuados, unidos a una plataforma móvil, sin embargo, existen variaciones de este tipo de péndulo doble, tales como el Pendubot [(2),(19)] y el Acrobot, cuya diferencia radica en la ubicación del torque, ya que el Pendubot, asemeja el brazo de una persona, por lo que la entrada de control se localiza en su primera unión u hombro, mientras que el segundo eslabón o codo rota libremente, caso contrario con el Acrobot, el cual es similar al comportamiento de un gimnasta de barras paralelas, dado que el torque está localizado en el segundo eslabón o cadera, mientras que el primer eslabón rota de forma libre [9]. Para este trabajo, se considera un marco de referencia no inercial aplicado al Acrobot sobre un carro, en el cual se incluirán tanto las fuerzas de reacción como los movimientos relativos que genera el carro al péndulo.

En algunos casos, en el estudio de los péndulos, se contempla en un marco referencial no inercial, presentan reacciones que pueden causar inestabilidad incluso al algoritmo de control, por lo que una alternativa para lidiar con dinámicas indeseadas es contemplar en el modelado perturbaciones, incertidumbres y efectos no lineales. Los métodos de control pueden ser enfocados tanto en la tarea de postura como en la de balance, tal el caso del control robusto, quien puede llegar a rechazar dinámicas y perturbaciones desconocidas de un sistema, ejemplo de ello es el Control por Modos Deslizantes (SMC: Sliding Mode Control) que es una estrategia de control para sistemas no lineales ([18],[22]), sin embargo la principal desventaja del SMC es el fenómeno llamado chattering ([5],[6]), aunque existen métodos para controlarlo, tal el caso de [18] o el uso de un controlador de orden superior por Modos deslizantes ([12],[14]). Un ejemplo para el control de postura y estabilización es [14], en donde una estrategia SMC se aplica a un sistema Cart-Pole, el cual rechaza perturbaciones agregadas y reduce el chattering.

El diseño de un controlador robusto basado en el algoritmo de Super-Twisting para un Acrobot en [3] es utilizado para la estabilización de la postura y el rechazo de efectos no deseados en un marco referencial no inercial. Otra variante del SMC es del Control Adaptable por Modos deslizantes (ASMC: Adaptive Sliding Mode Control), el cual contempla dos metodologías desarrolladas en [11], para ambos casos se cuenta con una ganancia ajustable de manera dinámica [11], es decir, adaptable ([16],[17]), lo cual permite rechazar incertidumbres o perturbaciones acotadas sin su conocimiento, implicando así el mejoramiento de las características dinámicas cuando las propiedades de la planta o el entorno estén variando.

En este trabajo, la estrategia de control ASMC asegura la estabilización de la posición invertida del Acrobot sobre un carro en un marco de referencia no inercial, incluyendo fuerzas de reacción y movimientos relativos que pueden alterar el comportamiento del péndulo. El control será comparado con un PID y finalmente los resultados obtenidos mostrarán la robustez del control estudiado para rechazar los efectos no deseados, frente al control clásico PID.

Modelo Matemático Del Acrobot Sobre Un Carro.

El Acrobot es un mecanismo subactuado de dos grados de libertad con un torque aplicado en la unión de los dos eslabones [9]. De esta forma y considerando el modelo del Acrobot como un modelo humano, es posible simular un movimiento, y presentar su dinámica. El Acrobot sobre un carro es presentado en la Figura 1, donde una aceleración constante \bar{w} es tomada en cuenta, debido a que la dinámica del Acrobot es afectada por el movimiento del carro, lo cual significa que el sistema se encuentra bajo un marco de referencia no inercial.

La función Lagrangiana, obtenida por la ya conocida ecuación de Euler-Lagrange, puede ser calculada mediante en la cual Q_i representa el vector de fuerzas generalizadas.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

Los parámetros del Acrobot sobre un carro son:

\bar{w} = Aceleración horizontal del carro.

x = Desplazamiento horizontal del carro.

q_1 = Ángulo entre el eslabón 1 y la horizontal.

q_2 = Ángulo entre el eslabón 2 y el eslabón 1.

τ = Torque de entrada.

g = Aceleración gravitacional.

m_1, m_2 = Masas de los eslabones 1 y 2.

L_1, L_2 = Longitudes de los eslabones 1 y 2.

l_{c1}, l_{c2} = Distancia del eje del centro de masa de los eslabones 1 y 2.

$I_{1,zz}, I_{2,zz}$ = Momentos de inercia de los eslabones 1 y 2.

Por lo que, sean:

$$\begin{aligned} m_{11}\ddot{q}_1 + m_{12}\ddot{q}_2 - \phi\dot{q}_2^2 - 2\phi\dot{q}_1\dot{q}_2 + \dots \\ + (h_1 + h_2)g = \delta_1 \quad (2) \\ m_{21}\ddot{q}_1 + m_{22}\ddot{q}_2 + \phi\dot{q}_1^2 + h_2g = \tau + \delta_2 \end{aligned}$$

Las ecuaciones dinámicas del sistema, la matriz del Acrobot sobre un carro [3] es descrita:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Q \quad (3)$$

Donde $q \in \mathbb{R}^2$ representa el vector de coordenadas generalizadas. La matriz de inercia se describe como:

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \quad (4)$$

Con los coeficientes

$$\begin{aligned} M_{11} &= m_2 L_1^2 + m_1 l_{c1}^2 + m_2 l_{c2}^2 + I_{1,zz} + I_{2,zz} + \dots \\ &+ 2m_2 L_1 l_{c2} \cos(q_2) \\ M_{12} &= M_{21} = m_2 l_{c2}^2 + I_{2,zz} + m_2 L_1 l_{c2} \cos(q_2) \\ M_{22} &= m_2 l_{c2}^2 + I_{2,zz} \end{aligned}$$

La matriz de Coriolis y la matriz de fuerzas centrífugas:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -2\phi\dot{q}_2 & -\phi\dot{q}_2 \\ \phi\dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Donde $\phi = m_2 L_1 l_{c2} \sin(q_2)$. El vector de gravedad está dado por:

$$G(q) = [(h_1 + h_2) \quad h_2 g]^T \quad (6)$$

Tomando en cuenta que:

$$\begin{aligned} h_1 &= (m_1 l_{c1} + m_2 L_1) \cos(q_1) \\ h_2 &= m_2 l_{c2} \cos(q_1 + q_2) \end{aligned} \quad (7)$$

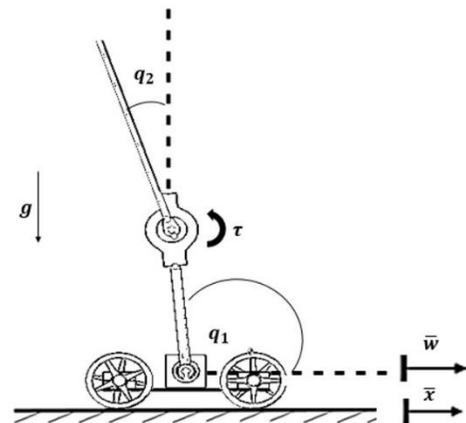


Figura 1 Péndulo Acrobot sobre un carro en un marco de referencia no inercial

Fuente: Elaboración Propia

El vector de fuerzas generalizadas es presentado de la siguiente forma:

$$Q = [\delta_1 \quad \tau + \delta_2]^T \quad (8)$$

Donde $\tau \in \mathbb{R}$ es el torque de entrada, y $\delta_1, \delta_2 \in \mathbb{R}$ son los efectos inducidos no lineales por el movimiento del carro:

$$\begin{aligned} \delta_1 &= [(m_1 l_{c1} + m_2 L_1) \sin(q_1) + m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2)] \bar{w} \\ \delta_2 &= [m_2 l_{c2} \sin(q_1 + q_2)] \bar{w} \end{aligned}$$

Además, el Acrobot sobre un carro puede ser representado mediante Espacio del estado. Dado que

$$\det(M) = M_{11}M_{22} - M_{12}^2 > 0 \quad (9)$$

El Acrobot en [18] es reorganizado y multiplicado por la matriz de inercia $M^{-1}(q)$, resultado

$$\ddot{q} = M^{-1}[Q - C(q, \dot{q})\dot{q} - G(q)] = \begin{bmatrix} \delta_1 + \mu_1 \\ \tau + \delta_2 + \mu_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Ahora, los términos son:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= -\phi\dot{q}_2^2 - 2\phi\dot{q}_1\dot{q}_2 + (h_1 + h_2)g \\ \mu_2 &= \phi_1\dot{q}_1^2 + h_2g \end{aligned} \quad (11)$$

La matriz inversa M^{-1} es:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \bar{M}_{11} & \bar{M}_{12} \\ \bar{M}_{12} & \bar{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (12)$$

Con los componentes,

$$\begin{aligned} \bar{M}_{11} &= \frac{M_{22}}{M_{11}M_{22} - M_{12}^2} \\ \bar{M}_{12} = \bar{M}_{21} &= \frac{-M_{12}}{M_{11}M_{22} - M_{12}^2} \\ \bar{M}_{22} &= \frac{M_{11}}{M_{11}M_{22} - M_{12}^2} \end{aligned}$$

Las ecuaciones para las aceleraciones son dadas por:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= \bar{M}_{11}(\delta_1 + \mu_1) + \bar{M}_{12}(\delta_2 + \mu_2) \\ \ddot{q}_2 &= \bar{M}_{12}(\delta_1 + \mu_1) + \bar{M}_{22}(\delta_2 + \mu_2) \end{aligned} \quad (13)$$

La ecuación (13) puede ser reducida sustituyendo:

$$\begin{aligned} f_1(t, q(t)) &= \bar{M}_{11}(\delta_1 + \mu_1) + \bar{M}_{12}(\delta_2 + \mu_2) \\ f_2(t, q(t)) &= \bar{M}_{12}(\delta_1 + \mu_1) + \bar{M}_{22}(\delta_2 + \mu_2) \end{aligned} \quad (14)$$

Los términos representan los efectos no deseados actuando en el sistema. Los efectos no inerciales δ_1, δ_2 inducidos por el carro son incluidos como parte de f_1, f_2 . Con $\tau := u(t)$,

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 &= f_1(t, q) + \bar{M}_{12}u(t) \\ \ddot{q}_2 &= f_2(t, q) + \bar{M}_{22}u(t) \end{aligned} \quad (15)$$

El Espacio del Estado es definido de la siguiente manera:

$$x := [q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2]^T = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \quad (16)$$

Así, la dinámica del Péndulo, en la representación de Espacio del Estado es:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ f_1(t, x(t)) + \bar{M}_{12}u(t) \\ f_2(t, x(t)) + \bar{M}_{22}u(t) \end{bmatrix} \quad (17)$$

A. Diseño del Controlador Adaptable

El propósito del control para el Acrobot en un marco referencial no inercial está basado en el Control Adaptable por Modos deslizantes, asegurando un ajuste adecuado de la magnitud de la discontinuidad del control como en [11], dentro de la “fase de alcance”, esto es, cuando las trayectorias están fuera de la superficie de deslizamiento.

La estrategia de control consiste en estabilizar la posición de los estados del Acrobot en su forma invertida mientras rechaza los efectos inducidos no deseados con el movimiento del carro, lo cual se logra con la ganancia dinámica de la parte adaptable. Algunas aproximaciones del control robusto para el sistema péndulo invertido son diseñados como un control de switchado, con una parte que provee el impulso para elevar el péndulo a la posición invertida y otra parte que controla el balanceo, sin embargo, para este trabajo no se toma en cuenta la fase de impulso, ya que serán fijadas las condiciones iniciales indicando la postura de arranque, en donde los eslabones 1 y 2 tendrán la posición invertida:

$$\begin{aligned} x(0) &= (x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) \\ x(0) &= \left(\frac{\pi}{2}, 0, 0, 0\right) \end{aligned} \quad (18)$$

Para diseñar el ASMC es necesario definir la variable de deslizamiento. Como en [19], esta variable tomará en cuenta los estados correspondientes a la posición y velocidad del péndulo. Esta variable de deslizamiento, en particular, es elegida para que el sistema tenga una respuesta de orden reducido cuando se obligue a esto [17]. La variable de deslizamiento se define como:

$$\begin{aligned} s &:= c_1x_1 + c_2x_2 + x_3 + x_4, \\ c_1, c_2 &> 0 \end{aligned} \quad (19)$$

La cual toma en cuenta a todos los estados del Acrobot. Por otra parte, la variable dinámica de deslizamiento es:

$$\begin{aligned} \dot{s} &= f_1(x, t) + f_2(x, t) + c_1x_3 + \dots \\ &+ c_2x_4 + (\bar{M}_{12} + \bar{M}_{22})u(t) \\ \dot{s} &= \varphi(x, t) + c_1x_3 + c_2x_4 + \bar{M}\tau \end{aligned} \quad (20)$$

Donde $\bar{M} = \bar{M}_{12} + \bar{M}_{22}$, y los efectos no deseados $f_1(x, t) + f_2(x, t)$ se agrupan

$$\varphi(x, t) := f_1(x, t) + f_2(x, t) \quad (21)$$

El control $\tau(t)$ debe conducir a la variable deslizante (19) a la estabilidad en tiempo finito, y esto puede ser obtenido con el ASMC considerando:

$$\tau(t) = -\frac{1}{\bar{m}}(u + c_3x_3 + c_4x_4), \quad c_3, c_4 > 0 \quad (22)$$

$$u(s, t) = -K(t) \left(1 + \lambda \sqrt{|x|} + \epsilon \right) \text{sign}(s(x)) \quad (23)$$

Donde la ganancia $K(t)$ puede variar en un rango de $[\eta, k^+]$, $\eta > 0$ es un mínimo valor de K , $\lambda \geq 0, \epsilon > 0$. El parámetro ϵ es introducido para obtener solo valores positivos para K . De modo que el controlador es descrito como:

$$\begin{aligned} \tau(t) &= -\frac{1}{\bar{m}}(K(t) \left(1 + \lambda \sqrt{|x|} + \epsilon \right) * \dots \\ &* \text{sign}(s) + c_3x_3 + c_4x_4 \end{aligned} \quad (24)$$

Simulación de Resultados

De forma que se muestre el comportamiento del método propuesto en este trabajo, se realizaron simulaciones numéricas para el Péndulo Acrobot. Este control fue probado en el Acrobot sobre un carro con el ASMC usando los parámetros físicos en la simulación mostrados en la Tabla 1, además, un control PID fue comparado en él, de la forma:

$$P + I \frac{1}{s} + D \frac{N}{1 + N \frac{1}{s}} \quad (25)$$

Notación	Valor numérico	Notación	Valor numérico
m_1	0.265kg	l_{c1}	0.103m
m_2		l_{c2}	
L_1	0.206m	$I_{1,zz}$	2.3428×10^{-4}
L_2		$I_{2,zz}$	kgm^2
c_1	1	c_2	3
η	0.001	\bar{w}	$0.5m/s^2$
k^+	3	g	$9.81m/s^2$
λ	3.2	ϵ	0.003
P	-0.0115	c_3, c_4	1
I	-0.0017	D	-0.0183

Tabla 1 Parámetros para la simulación del Péndulo Acrobot sobre un carro del control ASMC y el PID

Las condiciones iniciales, en ambos casos, son elegidas en el punto de equilibrio inestable, es decir, posición invertida

$$\begin{aligned} x(0) &= (x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) \\ x(0) &= \left(\frac{\pi}{2}, 0, 0, 0 \right) \end{aligned} \quad (1)$$

El ASMC estabiliza los estados x_1 , correspondiente al primer eslabón y x_2 , que corresponde al segundo eslabón, en las posiciones deseadas, de modo que en las Figuras 2 y 3, respectivamente, se presentan sus comportamientos.

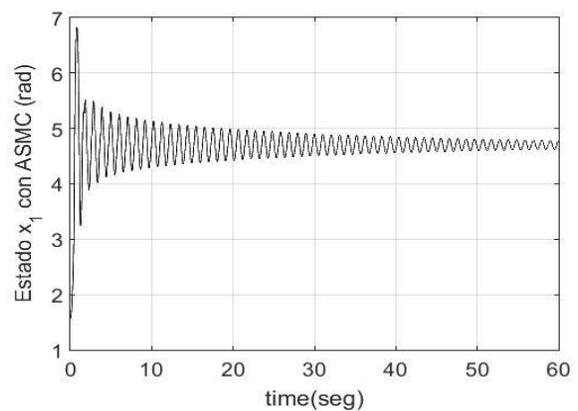


Figura 2 Respuesta del estado x_1 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: Elaboración Propia

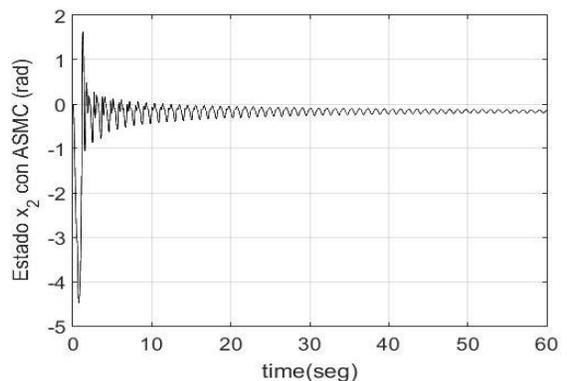


Figura 3 Respuesta del estado x_2 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: Elaboración Propia

Ambos estados cumplen con las condiciones iniciales. Respecto al estado x_1 se aprecia que estabiliza muy cerca de 4.7124 radianes o $\frac{3\pi}{2}$, lo cual significa que el primer eslabón da algunas vueltas antes de alcanzar el punto deseado y el estado x_2 se encuentra cerca de los 0 radianes, lo que físicamente representa varios movimientos previos a la posición invertida, mientras que los estados correspondientes a la velocidad angular x_3 y x_4 presentan en la Figura 4.

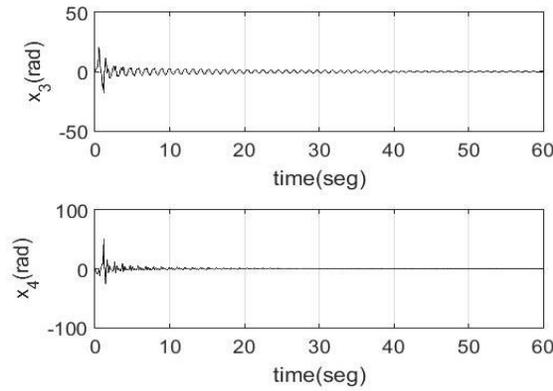


Figura 4 Respuesta de los estados x_3 y x_4 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: *Elaboración Propia*

El error a la respuesta del estado x_1 , es decir, el correspondiente a la posición angular del eslabón 1, se presenta en la Figura 5,

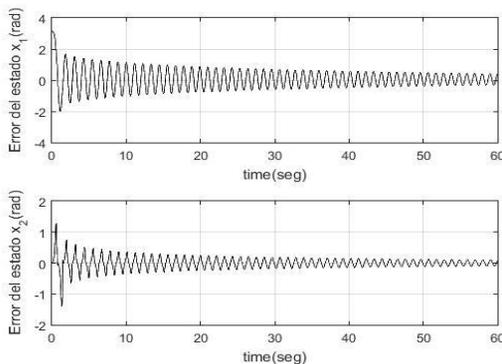


Figura 5 Respuesta del error de los estados x_1 y x_2 con ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: *Elaboración Propia*

Donde, en la parte superior, mientras que en la parte inferior, se muestra el error correspondiente al estado del segundo eslabón, x_2 .

La respuesta de la señal de control del ASMC respecto al comportamiento del sistema es mostrado en la Figura 6.

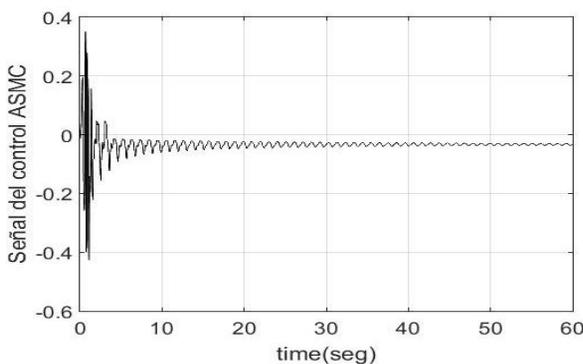


Figura 6 Respuesta de la señal del control ASMC del Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: *Elaboración Propia*

Por otra parte y como objeto de demostración de la robustez del ASMC frente a otro control, se eligió el control clásico PID en su forma paralela. La respuesta de los estados x_1, x_2, x_3 , y x_4 que corresponden a las posiciones angulares y las velocidades angulares del Acrobot sobre un carro se pueden apreciar en la Figuras 7, respectivamente.

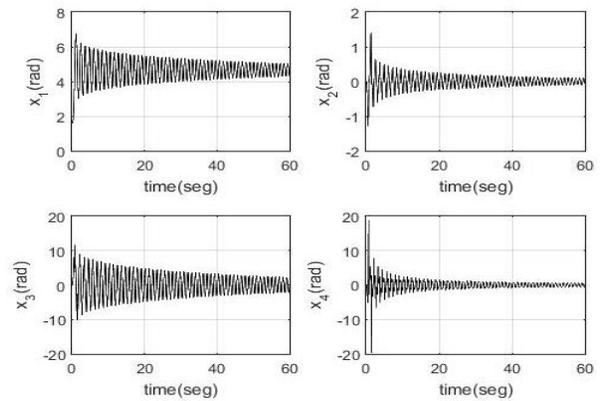


Figura 7 Respuesta de los estados del Péndulo Acrobot sobre un carro con PID
Fuente: *Elaboración Propia*

La respuesta del error del estado x_1 aplicando el control PID se ve en la Figura 8 en la parte superior, mientras que en la parte inferior se ve el error correspondiente al estado x_2 .

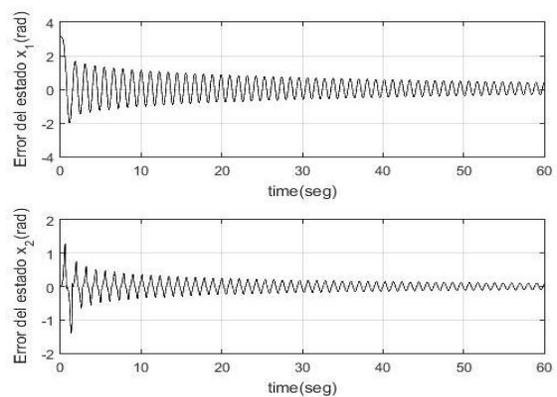


Figura 8 Respuesta del error de los estados x_1 y x_2 con PID del Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: *Elaboración Propia*

Con las Figuras previas, se realizó una comparación del uso de los controladores ya mencionados.

Es por ello que, en la Figura 9, se presenta la respuesta del estado x_1 cuando el ASMC es aplicado, así como con el PID.

En ella se aprecia la robustez del control elegido frente a la comparación realizada con el PID. Lo mismo se hizo para el estado x_2 (véase Figura 10).

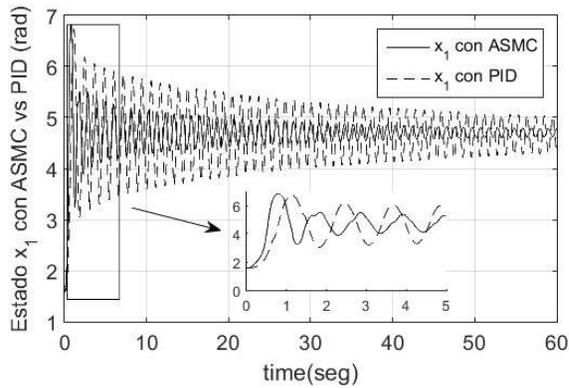


Figura 9 Comparación de la respuesta del estado x_1 aplicando ASMC y PID al Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: Elaboración Propia

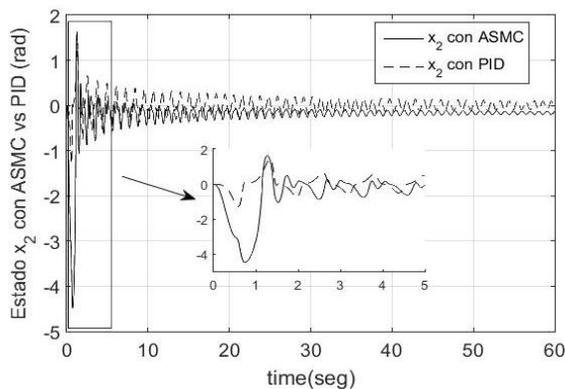


Figura 10 Comparación de la respuesta del estado x_2 aplicando ASMC y PID al Péndulo Acrobot sobre un carro
Fuente: Elaboración Propia

Conclusión

En este trabajo se presentó un modelo matemático a partir del Lagrangiano seguido de las matrices correspondientes al Espacio del estado para el Acrobot sobre un carro en un marco de referencia no inercial. Además, el diseño del Control Adaptable por Modos Deslizantes fue implementado para estabilizar al sistema en suposición invertida. En la simulación mediante la plataforma de Simulink del software de Matlab[®], se visualizó el comportamiento del sistema no inercial con la metodología adaptable, la cual fue comparada con la respuesta de un control PID, y los resultados mostraron robustez cuando se aplicó el ASMC al rechazar los efectos no inerciales no deseados.

Referencias

- Adhikary, N., & Mahanta, C. (2013). Integral backstepping sliding mode control for underactuated systems: Swing-up and stabilization of the Cart-Pendulum System. *ISA transactions*, 52(6), 870-880.
- Alazki, H., Ordaz, P., & Poznyak, A.. (2013, December). Robust bounded control for the flexible arm robot. In *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, (pp. 3061-3066). IEEE.
- Arevalo, D. I., & Alazki, H. (2018, September). Robust Control for Stabilization of Non-Inertial System: Pendulum-Acrobot. In *2018 15th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE)*(pp. 1-6), IEEE.
- Astrom, K. J., & Wittenmark, B. (1994). *Adaptive control 2nd Edition*. Addison-Wesley Pub Co., 1994.
- Boiko, I., & Fridman, L. (2005). Analysis of chattering in continuous sliding-mode controllers. *IEEE transactions on automatic control*, 50(9), 1442-1446.
- Boiko, I., Fridman, L., Pisano, A., & Usai, E.. (2007). Analysis of chattering in systems with second-order sliding modes. *IEEE transactions on Automatic control*, 52(11), 2085-2102.
- From, P. J., Gravdahl, J. T., & Pettersen, K. Y. (2016). *Vehicle-manipulator systems*. Springer London Limited.
- Graichen, K., Treuer, M., & Zeitz, M.. (2007). Swing-up of the double pendulum on a cart by feedforward and feedback control with experimental validation. *Automatica*, 43(1), 63-71.
- Hauser, J., & Murray, R. M. . (1990). Nonlinear controllers for non-integrable systems: The acrobot example.
- Henmi, T., Deng, M., & Inoue, A. (2009). Swing-up controller for the acrobot using skill of human movements. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 6(3), 222-229.
- Huang, Y. J., Kuo, T. C., & Chang, S. H.. (2008). Adaptive sliding-mode control for nonlinear systems with uncertain parameters. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)* , 38(2), 534-539.

- 12 Levant, A. (1993). Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International journal of control*, 58(6), 1247-1263.
- 13 Mori, S., Nishihara, H., & Furuta, K.. (1976). Control of unstable mechanical system control of pendulum. *International Journal of Control*, 23(5), 673-692.
- 14 Plestan, F., Glumineau, A., & Laghrouche, S. (2008). A new algorithm for high-order sliding mode control . *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 18(4-5), 441-453.
- 15 Rubi, J., Rubio, A., & Avello, A. (2002). Swing-up control problem for a self-erecting double inverted pendulum. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 149(2), 169-175.
- 16 Sastry, S., & Bodson, M. (2011). *Adaptive control: stability, convergence and robustness*. Courier Corporation.
- 17 Shtessel, Y., Edwards, C., Fridman, L., & Levant, A. (2014). *Sliding mode control and observation*. New York: Springer New York, pp. 163-166.
- 18 Slotine, J. J., & Sastry, S. S. (1983). Tracking control of non-linear systems using sliding surfaces, with application to robot manipulators. *International journal of control*, 38(2), 465-492.
- 19 Spong, M. W., & Block, D. J. (1995, December). The pendubot: A mechatronic system for control research and education. . In *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, (Vol. 1, pp. 555-556). IEEE.
- 20 Teodorescu, P. P. (2008.). *Mechanical Systems, Classical Models: Volume II: Mechanics of Discrete and Continuous Systems*. Springer Science & Business Media.
- 21 Tocaci, E. (2012). *Relativistic mechanics, time and inertia (Vol.8)*. Springer Science & Business Media.
- 22 Utkin, V., & Gulder, J. Y. Shi j. (1999). "Sliding Mode Control in Electromechanical Systems". Taylor & Francis.
- 23 Utkin, V. I., & Poznyak, A. S. (2013). *Adaptive sliding mode control*. In *Advances in sliding mode control* (pp. 21-53). Springer, Berlin, Heidelberg