

Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco-stirling

AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.- PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier, HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh.

Recibido 2 de Septiembre, 2017; Aceptado 7 de Diciembre, 2017

Resumen

Existe un interés creciente en el uso de fuentes de energía renovables para la generación de electricidad, como la biomasa y la solar como alternativas a los combustibles fósiles. El objetivo de esta trabajo es desarrollar un sistema de generación de electricidad a pequeña escala (impulsado por la energía solar) y económico, que utilice tecnologías existentes y robustas.

El diseño de un motor híbrido Stirling tipo beta, con base en el ciclo adiabático ideal y el intercambiador de calor simple es propuesto, tomando como base un generador a gasolina comercial. El sistema completo está diseñado para obtener niveles crecientes en la salida: 100, 300, 1000 Watts, además, el desarrollo de la sofisticación y la eficacia del motor de Stirling.

Por otra parte, se propone un control PID, con una entrada tipo escalón, debido a que el sistema varía de forma lenta cuando $t \rightarrow \infty$. Los algoritmos propuestos se verifican mediante la implementación en un modelo a escala del seguidor solar.

Motor Stirling, Función de transferencia, Generador

Abstract

There is a growing interest in the use of renewable energy sources for the generation of electricity, such as solar and biomass as alternatives to fossil fuels. The objective of this work is to develop a system of small-scale electricity generation (solar-powered) and inexpensive, to use existing and robust technologies.

The design of a Stirling hybrid engine beta type, based on the ideal adiabatic cycle and simple heat exchanger is proposed, the basis are from a commercial gasoline generator. The complete system is designed for levels increased in the output: 100, 300, 1000 Watts, in addition, the development of sophistication and efficiency of the Stirling engine.

On the other hand, proposes a PID control with an input type, since the system varies slowly when $t \rightarrow \infty$. The proposed algorithms are verified through the implementation in a scale model of the solar Tracker.

Engine Stirling, transfer function, generator

Citación: AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.- PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier, HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh. Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco-stirling. Revista del Diseño Innovativo. 2017. 1-1:21-36

Introducción

En la actualidad existen pequeñas poblaciones en regiones alejadas de la civilización de difícil acceso en donde no es posible contar con una red eléctrica. Para solucionar este problema se desarrolló un modelo de motor Stirling basado en el modelo adiabático ideal y un intercambiador de calor simple.

Sistema completo

El sistema completo se muestra en la Figura 1. El disco parabólico recoge la radiación solar y la concentra en su punto focal en donde se encuentra el receptor solar el cual absorbe este calor derivado de la radiación solar para alimentar al sistema Motor Stirling-Generador eléctrico con este último se genera la energía eléctrica para ser acondicionada para el uso doméstico.

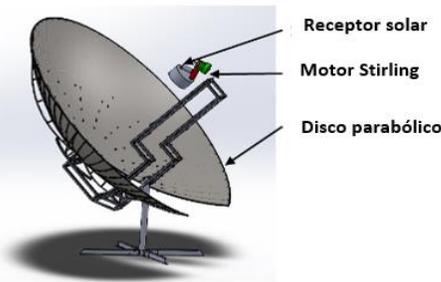


Figura 1. Sistema completo

Motor Stirling

Una patente del primer motor Stirling fue otorgada a Roberto Stirling, en 1816. El ciclo ideal de Stirling también satisface los requisitos de Carnot de reversibilidad y puede describirse con referencia a la Figura 2. Las posiciones de los pistones muestran los cuatro puntos de estado extremo del ciclo, como se observa en los diagramas presión-volumen y temperatura-entropía de la Figura 2.

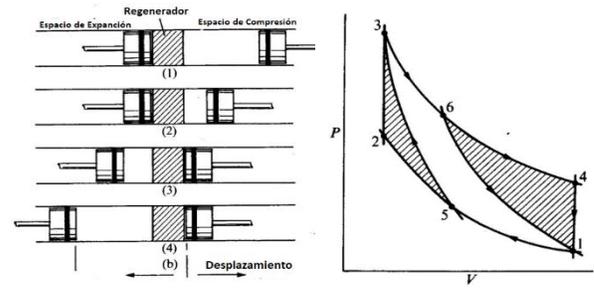


Figura 2. Ciclo Stirling

El proceso 1-2 es de compresión isotérmica, el 3-4 es de expansión isotérmica. Los procesos 2-3 y 4-1 son de desplazamiento de volumen constante, en los que el gas de trabajo pasa a través del regenerador.

Configuraciones Mecánicas

Las configuraciones mecánicas de motores Stirling se dividen generalmente en tres grupos, conocidos como los arreglos Alfa, Beta y Gamma, Kirkley (1962) [1]. Los motores Alpha tienen dos pistones en cilindros separados que están conectados en serie por un calentador, regenerador y enfriador. Los motores Beta así como los Gamma utilizan mecanismos desplazador-pistón. Sin embargo, el motor Beta tiene el desplazador y el pistón en el mismo cilindro, mientras que el motor Gamma utiliza cilindros separados (Figura 3).

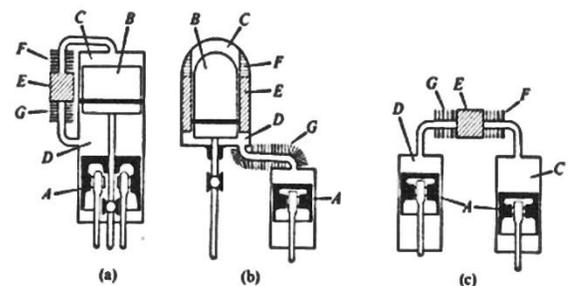


Figura 3. Clasificación de los motores del ciclo Stirling a) tipo alfa, b) tipo beta, y c) tipo gama, donde: a=piston, b=desplazador, c=espacio de expansión, d= espacio de compresión, e=regenerador, f=calentador y g=radiador

Modelo del Motor Stirling

El modelo que se emplea es el intercambiador de calor adiabático ideal (Urieli y Berchowitz, 1984) [2], debido a que los espacios de trabajo adiabáticos son más realistas para un motor bien aislado. El modelo se desarrolla aplicando la conservación de la masa y energía, además de una ecuación de estado a cada volumen de control finito que incluye: calor específico constante (usando un gas ideal), presión uniforme en un instante de tiempo y temperaturas constantes en el intercambiador de calor. Por otra parte, los volúmenes y sus cambios en los espacios de trabajo, considerados como diabáticos, se conocen como una función del ángulo del cigüeñal. La Figura 4 muestra el diseño del motor beta híbrido.

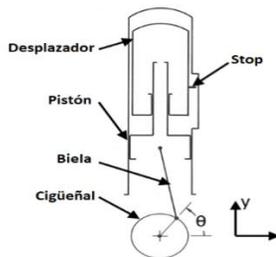


Figura 4. Bosquejo del motor híbrido beta

Las ecuaciones de movimiento del pistón son:

$$\theta_p = (L^2 - (R \cdot \cos \theta)^2)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

$$y_p = R \cdot \sin \theta + \theta_p \tag{2}$$

$$v_p = R \cdot \cos \theta \cdot \left(1 + \frac{R \cdot \sin \theta}{\theta_p} \right) \tag{3}$$

Donde:

- y_p = posición del pistón
- v_p = velocidad del pistón (m / rad)
- L = longitud de la biela
- R = radio de manivela
- θ = ángulo del cigüeñal

Además, para determinar el movimiento del desplazador libre, las fuerzas y la segunda ley de Newton son consideradas. La Figura 5 muestra estas fuerzas.

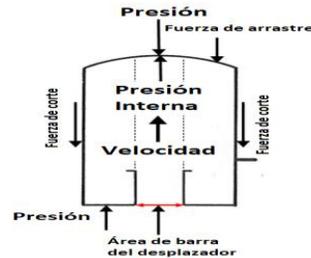


Figura 5. Fuerzas del Desplazador

Tres fuerzas son consideradas, la primera de corte, que actúa en ambos lados en dirección opuesta al movimiento; la segunda de arrastre de presión, que actúa sobre la superficie superior contraria al movimiento y la tercera es presión, en la parte inferior y superior del desplazador, sometido a la presión del espacio de trabajo.

Por lo tanto, la fuerza de presión neta controla el movimiento del desplazador, las ecuaciones de fuerza y movimiento están dadas por:

$$F_{presion} = -A_{rod} \cdot (P - P_d) \tag{4}$$

$$F_{corte} = \frac{2\pi L_d \mu (-v_d)}{\ln(D_d/D_{rod})} \tag{5}$$

$$F_{arrastre} = \frac{1}{2} C_d A_{rod} \rho |v_d| (-v_d) \tag{6}$$

$$a_d = \frac{(F_{presion} + F_{corte} + F_{arrastre})}{m_d \omega^2} \tag{7}$$

La aceleración, la velocidad y la posición se conocen a partir del ángulo del cigüeñal. La posición del desplazador y la velocidad al final del incremento se obtienen integrando la aceleración. Entonces, la aceleración para el siguiente incremento de tiempo se puede obtener utilizando la posición del desplazador, la velocidad y la presión. (Chen, 1989) [3]

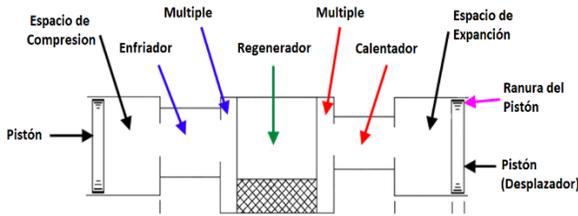


Figura 6: Bosquejo del motor híbrido beta

El motor se divide en ocho volúmenes de control finitos como se muestra en la Figura 6, con una distribución de la temperatura como en la Figura 7 y considerando las temperaturas T_k del enfriador y T_h del calentador como constantes; entonces la temperatura media del regenerador T_r está dada por la diferencia de temperatura media logarítmica de T_k y T_h .

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln(T_h/T_k)} \quad (8)$$

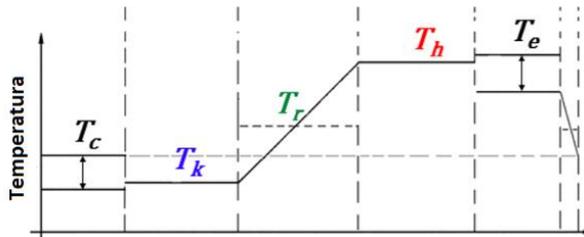


Figura 7. Distribución de temperatura de los volúmenes de control

Por otra parte, las temperaturas del espacio de compresión T_c y expansión T_e son variables; entonces la temperatura del hueco de apéndice T_a se supone constante y es la diferencia de temperatura media logarítmica T_e y T_c .

$$T_a = \frac{(T_e - T_c)}{\ln(T_e/T_c)} \quad (9)$$

La Figura 8 muestra un volumen de control que incluye el flujo masico de entrada y salida, transferencia de calor y trabajo límite ($dW = P * dV$), note que la suma de las masas del gas en cada volumen es constante.

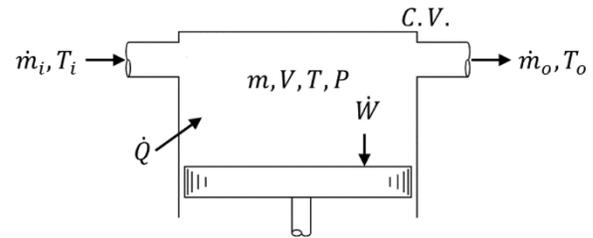


Figura 8. Volumen de control

Entonces, para cada volumen de control se aplican las siguientes ecuaciones:

Gas Ideal $PV = mRT$ (10)

Derivada del gas ideal $\frac{DP}{P} + \frac{DV}{V} = \frac{Dm}{m} + \frac{DT}{T}$ (11)

Conservación de masa $Dm = \dot{m}_i - \dot{m}_o$ (12)

Conservación de energía $C_v D(mT) = \dot{m}_i C_p T_i - \dot{m}_o C_p T_o + D\dot{Q} - D\dot{W}$ (13)

La temperatura del gas que entra en un volumen de control es la misma que de la fuente, por lo que la masa de gas en cada volumen de control se calcula a partir de (10). La velocidad de cambio de masa de cada volumen de control se calcula usando (11).

Para el volumen y temperatura constante de los intercambiadores de calor, colectores, y la brecha del pistón, esta ecuación se simplifica a

$$\frac{DP}{P} = \frac{Dm}{m} \quad (14)$$

El conjunto de ecuaciones resultantes se resuelven para la presión, su derivada, las temperaturas y masas del espacio de trabajo, y las velocidades de transferencia de calor. (Urieli y Berchowitz, 1984) [2] El conjunto completo de ecuaciones analíticas se muestra en el Apéndice A. Por otra parte, el factor de fricción de Reynolds (f_r) para los tubos calentadores y enfriadores utilizados, es la relación de Blasius asumiendo un flujo turbulento constante:

$$f_r = 0.0791 Re^{0.75} \quad (15)$$

$$f_r = 24 \text{ if } Re < 2000 \quad (16)$$

El factor de fricción constante de Reynolds para la malla del regenerador tomada de Kays y London (1964) [4] es

$$f_r = 54 + 1.43Re^{0.78} \quad (17)$$

El trabajo perdido por ciclo debido a la pérdida de presión se calcula a partir de lo siguiente:

$$W_{loss} = \oint (\Sigma \Delta P) dV_e \quad (18)$$

La pérdida debida al funcionamiento no ideal del regenerador se modela exactamente como en Urieli (1984). La eficiencia (ε) del regenerador se deriva como:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{NTU + 1} \quad (19)$$

Donde,

NTU = número de unidades de transferencia.

La NTU se encuentra utilizando el número de Stanton (St). La misma correlación empírica para una malla usada por Urieli (1984)[2] de Kays y Londres (1964) [4] se utiliza:

$$St = 0.46 \frac{Re^{-0.4}}{Pr} \quad (20)$$

De la misma forma la brecha del pistón se modelado como un regenerador no ideal también. La eficiencia de la brecha del pistón que funciona como un regenerador de espacio anular sin malla se evalúa utilizando la misma relación ε - NTU (19). El número de Stanton para la brecha del pistón se encuentra usando el factor de fricción de la brecha anular y luego aplicando la analogía simple de Reynolds:

$$St = \frac{f_r}{2Re \cdot Pr} \quad (21)$$

Una vez que se calculan las pérdidas y se determinan las cargas de trabajo y calor, se ajustan las temperaturas del gas del calentador y del enfriador para reflejar las velocidades de transferencia de calor finita.

En primer lugar, se calculan los números de Reynolds promediados en el ciclo en el calentador y el enfriador. Entonces, los factores de fricción de Reynolds correspondientes se determinan usando el número de Reynolds y la ecuación de correlación de ciclo promedio, (15). Los números de Stanton se encuentran entonces usando la analogía simple de Reynolds ecuación (21). Las temperaturas del gas del intercambiador de calor se resuelven utilizando la Ley de Newton de calentamiento:

$$T_{gk} = T_{wk} - \frac{\dot{Q}_k \cdot f}{U \cdot A_w} \quad (22)$$

Donde,

T_{gk} = temperatura del gas del refrigerador

T_{wk} = temperatura de la pared del refrigerador

\dot{Q}_k = tasa de TC por ciclo desde el enfriador

f = velocidad del motor (ciclo / s)

U = coeficiente de convección de TC

A_w = área de transferencia de calor

El modelo de intercambiador de calor adiabático y simple completo está implementado en un software matemático.

Metodología para determinar eficiencia y potencia del motor Stirling.

El modelo completo de intercambiador de calor adiabático y simple es implementado en Código MATLAB. Los pasos de la metodología son: primero definir los parámetros y dimensiones del motor, segundo paso se realiza el análisis de Schmidt para obtener una estimación inicial de la masa del gas.

Tercer paso, se ejecuta el modelo isotérmico para obtener una masa más precisa de la estimación del gas. Y el modelo isotérmico ajusta la masa hasta que la presión media cíclica es el valor deseado. Cuarto paso se inicia el modelo adiabático ideal mediante el método general de solución es una técnica de integración utilizando la integración Runge-Kutta de 4º orden. Los volúmenes y el cambio de los espacios de compresión y de expansión están en función del ángulo de la manivela. Las temperaturas del gas del intercambiador de calor se fijan inicialmente iguales a las de las paredes.

La Figura 9 muestra el método de solución del modelo. El ángulo del cigüeñal se incrementa se obtiene una nueva presión y los valores de las otras variables. Esto se repite hasta que se completa 360 °. Luego la compresión final y las temperaturas del espacio de expansión se comparan con los valores iniciales. Si hay una diferencia en total más que la tolerancia de error establecida, las temperaturas finales se utilizan como nueva inicial las temperaturas y el ciclo repetido.

Una vez que las temperaturas convergen, se compara la presión media del ciclo con el valor deseado. La masa del gas se ajusta si la presión no es el valor deseado. Una vez que la presión y las temperaturas son convergentes. Se encuentran las pérdidas disociadas. La potencia y las cargas del intercambiador de calor son ajustadas y se calculan nuevamente la temperatura del gas del intercambiador de calor. Las nuevas temperaturas del gas se comparan con la inicial. Si la diferencia total es más que la tolerancia de error, los nuevos valores se utilizan para una nueva iteración.

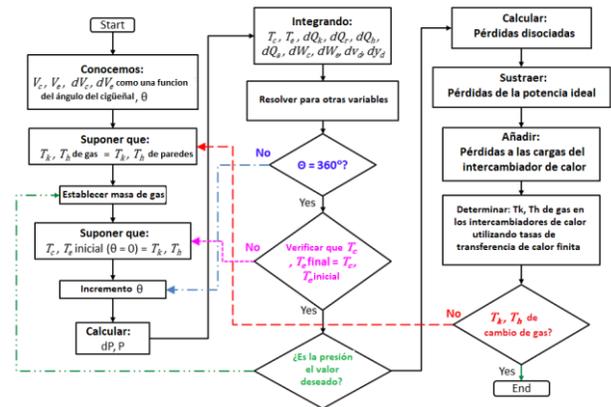


Figura 9. Método de solución

Disco y receptor solar

El disco se modela utilizando la siguiente ecuación,

$$\dot{Q}_o = G_o \cdot A_o \cdot \rho_o \cdot \eta_o \tag{23}$$

Donde,

- Q'_o = radiación entregada al receptor
- G_o = aislador solar
- A_o = area efectiva del disco
- ρ_o = reflectividad del disco
- η_o = eficiencia de la forma del disco

El receptor solar recibe la radiación solar y proporciona aislamiento para el calentador del motor Stirling (Figura 10).

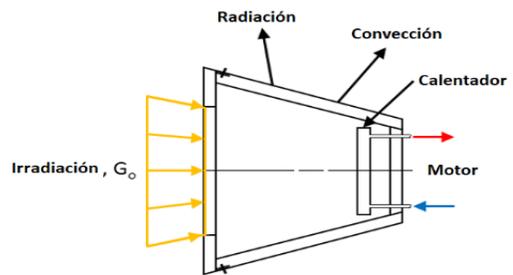


Figura 10: Receptor solar

El calentador se encuentra dentro del receptor y convierte la radiación solar en calor que es absorbido por el motor Stirling; el motor Stirling proporciona energía neta del calor para conducir el alternador, el calor rechazado del motor Stirling es absorbido por el agua de refrigeración, que lo lleva al radiador.

Criterios de diseño del motor Stirling

Los parámetros y dimensiones de operación del motor de Stirling se determinan con base en las dimensiones de un generador eléctrico comercial a gasolina. Los anillos comerciales de pistón de motor de gasolina pueden mantener una presión de 150 a 180 psi, por lo tanto, se estableció una presión de ciclo media de 10 atm (147 psi).

El acero inoxidable es el material más rentable para el calentador, por lo que la temperatura del tubo del calentador se establece a 650 ° C. Los diámetros del enfriador y de los tubos calentadores se proponen ambos de 3,0 mm. Las últimas cinco variables principales se enumeran en la Tabla 1.

Parámetro	Valor
Presión Media	10 atm
Volumen de barrido del pistón	69.1 cm ³
Velocidad de rotación	32 Hz
Temperatura promedio del espacio de expansión	544°C
Temperatura promedio del espacio de compresión	101°C
Potencia de frenado (W)	156.7
Numero West	0.191

Tabla 1 Variables principales

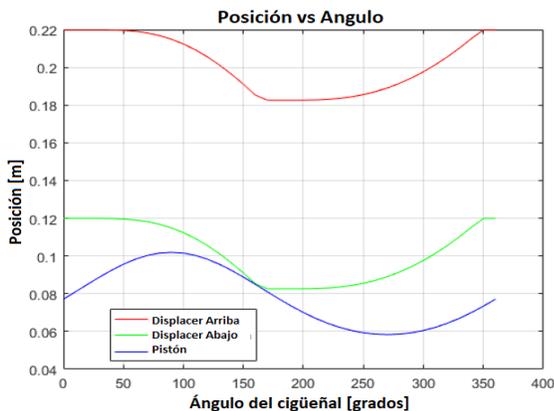


Figura 11. Posición del desplazador y pistón a 10 atm

El motor produce una potencia indicada de 195,9 W con una eficiencia indicada de 17,05%.

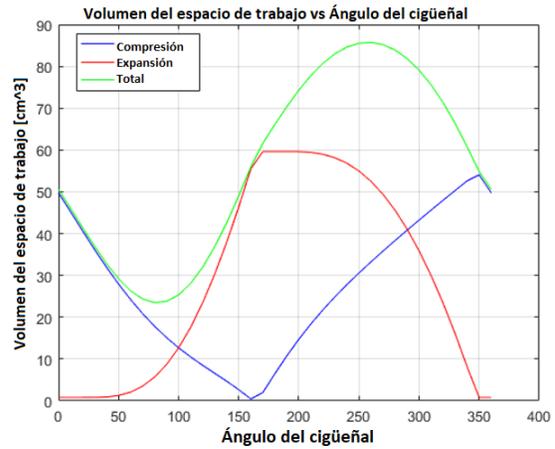


Figura 12. Volúmenes del espacio de trabajo a 10 atm

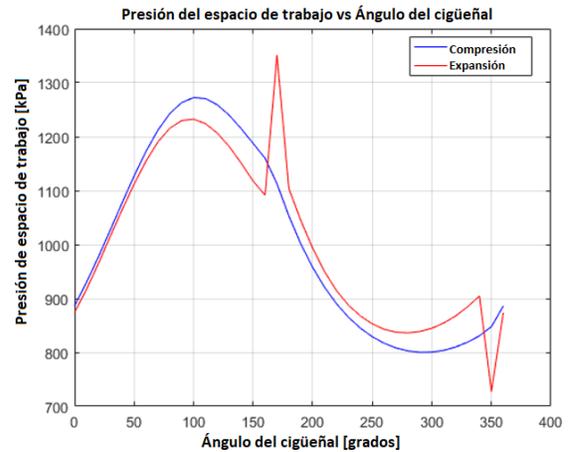


Figura 13. Presiones del espacio de trabajo a 10 atm

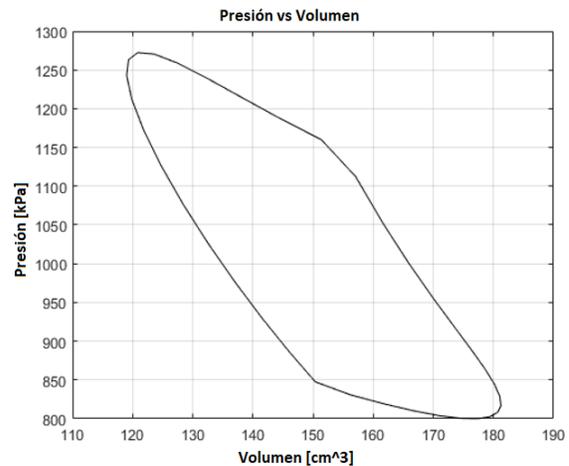


Figura 14. Diagrama de presión vs volumen a 10 atm

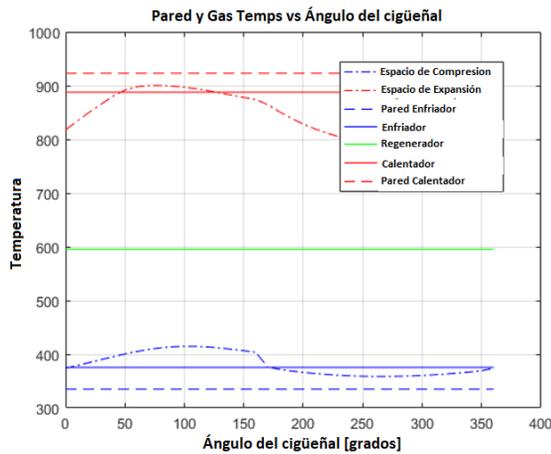


Figura 15. Variación de temperatura a 10 atm

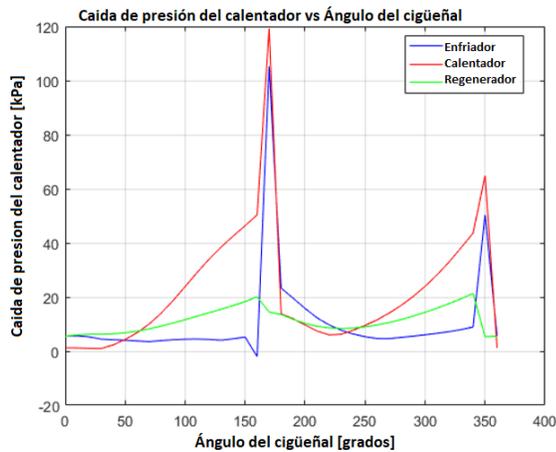


Figura 16. Caída de presión del intercambiador de presión a 10 atm

En las Figura 11 se muestra la posición del desplazador y del pistón según varía el ángulo del cigüeñal.

La carrera del pistón es de 4,36 cm y la carrera del desplazador es de 3,73 cm; también se muestra la variación de los volúmenes del espacio de trabajo en función del ángulo del cigüeñal véase Figura 12, así como la variación de las presiones en los espacios de compresión y de trabajo Figura 13, El diagrama presión-volumen Figura 14 con forma rómbica característica de los motores Stirling híbridos.

El punto en el que el desplazador entra en contacto con el pistón en su carrera descendente tiene un volumen $\approx 152 \text{ cm}^3$, presión $\approx 1160 \text{ kPa}$. El punto en el que el desplazador entra en contacto con su tope superior tiene un volumen $\approx 150 \text{ cm}^3$, presión $\approx 850 \text{ kPa}$.

La temperatura del espacio de expansión promedio es 817 K, mientras que la temperatura del espacio de compresión promedio es de 374 K, Figura 15. Existe una diferencia de temperaturas de 443 °K.

La Figura 16 proporciona la caída de presión en el enfriador, calentador y regenerador.

Sistema de control

Existen muchas técnicas de control y metodologías que se pueden aplicar a los robots manipuladores. El método de control elegido y su implementación pueden tener un impacto significativo en el rendimiento del este.

Por otra parte, el diseño mecánico tiene un impacto también considerable en el control del robot, por ejemplo: un robot accionado por motores de DC de imán permanente con reducción de engranajes en comparación a un robot de accionamiento directo utilizando motores de alto par sin reducción de engranajes, influirá significativamente en el diseño del compenador (W. Spong)[6].

La estrategia de control más simple, es el control independiente de las articulaciones. En este tipo de control, cada eje del manipulador se controla como un sistema de simple entrada, simple salida (SISO). Cualquier efecto de acoplamiento debido al movimiento de los otros eslabones son tratados como perturbaciones al sistema ver Figura 17.

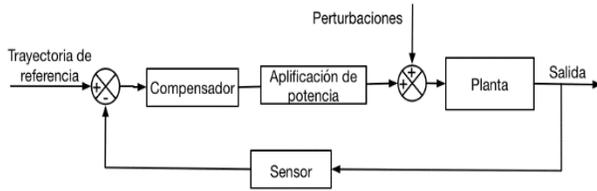


Figura 17: Estructura básica de un sistema de control en lazo cerrado

Actuadores Dinámicos

Un motor de corriente continua funciona básicamente con el principio de que un conductor, con corriente en un campo magnético, experimenta una fuerza $F = i \times \phi$, donde ϕ es el flujo magnético e i es la corriente en el conductor (C. Dorf) [7]. Para este caso donde el estator consiste en un imán permanente, podemos tomar el flujo ϕ como constante. Por lo tanto, el par de torsión en el rotor se controla a través de la corriente inducida i_a . Considerando el diagrama esquemático de la Figura 18, la ecuación diferencial para la corriente de armadura es

$$L \frac{di_a}{dt} + Ri_a = V - V_b \tag{24}$$

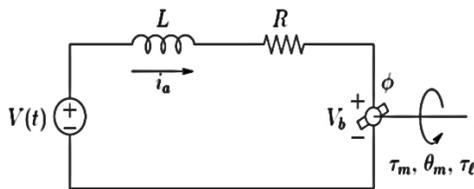


Figura 18: Diagrama de circuito para motor de corriente continua.

Dado que el flujo es constante, el par desarrollado por el motor esta dado por,

$$\tau_m = K_1 \phi i_a = K_m i_a,$$

donde K_m es la constante de par en Nm/amp , además, la fuerza electromotriz de regreso esta dado por

$$V_b = K_2 \phi \omega_m = K_b \omega_m = K_b \frac{d\theta_m}{dt} \tag{25}$$

En la Figura 19 se observa un motor DC en serie con un tren de engranajes con relación de transmisión $r:1$ conectado a un eslabón del manipulador. El radio de los engranajes r típicamente tiene valores en el intervalo de 20 a 200 o más. Haciendo referencia a la Figura 19, tenemos que $J_m = J_a + J_g$, es decir, la suma de las inercias del actuador y del engranaje.

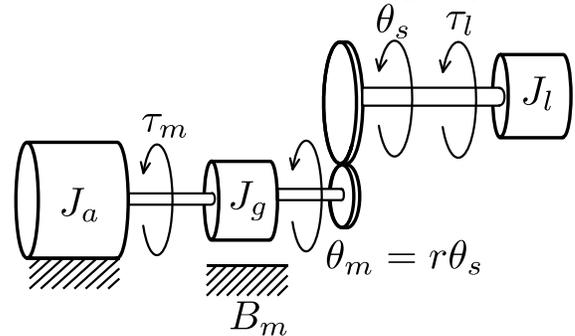


Figura 19: Modelo de articulación de un solo eslabón con tren de engranes

En términos del ángulo θ_m , la ecuación de movimiento del sistema esta dada por:

$$J_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_m}{dt} = \tau_m - \frac{\tau_l}{r} = K_m i_a - \frac{\tau_l}{r} \tag{26}$$

Aplicando la transformada de Laplace y combinando las ecuaciones (24) y (26) se tiene:

$$(Ls + R)I_a(s) = V(s) - K_b s \Theta_m(s) \tag{27}$$

$$(J_m s^2 + B_m s) \Theta_m(s) = K_m I_a(s) - \frac{\tau_l(s)}{r} \tag{28}$$

El diagrama de bloques del sistema (27) y (28) se observa en la Figura 13.

Frecuentemente se supone que la "constante de tiempo eléctrica" L/R es mucho menor que la "constante de tiempo mecánica" J_m/B_m .

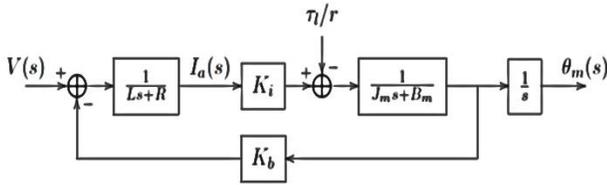


Figura 20: Diagrama de bloques de un sistema de motor de corriente continua

Entonces, la función de transferencia de $V(s)$ a $\Theta_m(s)$, con $\tau_l = 0$, esta dada por

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{K_m/R}{s[J_m s + B_m + K_b K_m/R]} \quad (29)$$

además, para la carga $\tau_l(s)$ a $\Theta_m(s)$, con $V = 0$, esta dada por

$$\frac{\Theta_m(s)}{\tau_l(s)} = \frac{-1/r}{s[J_m s + B_m + K_b K_m/R]} \quad (30)$$

En el dominio del tiempo las ecuaciones (29) y (30) representan, por superposición, la ecuación diferencial de segundo orden

$$J_m \ddot{\theta}_m(t) + \left(B_m + \frac{K_b K_m}{R} \right) \dot{\theta}_m(t) = \left(\frac{K_m}{R} \right) V(t) - \frac{\tau_l(t)}{r} \quad (31)$$

El diagrama de bloques correspondiente al sistema de orden reducido (31) se muestra en la Figura 21.

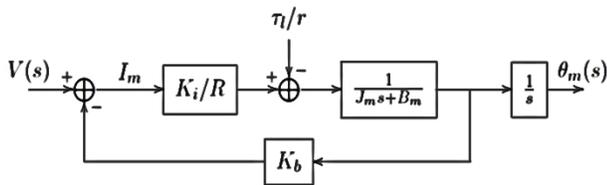


Figura 21: Diagrama de bloques para el sistema de orden reducido

Seguimiento a un punto deseado

El problema de seguimiento a un punto en particular consiste en seguir una referencia constante θ_d (referencia escalón) y conseguir un movimiento punto a punto (K. Ogata) [8].

Cabe destacar que la trayectoria que sigue el sol varía de forma lenta y es posible asumirla como constante.

Compensador PD

Para el diseño del compensador, se implementará un **PD** con retroalimentación de velocidad como estrategia de control. La señal de entrada en el dominio de Laplace está dado por:

$$U(s) = K_p(\theta^d(s) - \theta(s)) - K_d s \theta(s) \quad (32)$$

Donde K_p , K_d son las ganancias proporcional y derivativa, respectivamente; el diagrama a bloques de sistema se muestra en la Figura 22.

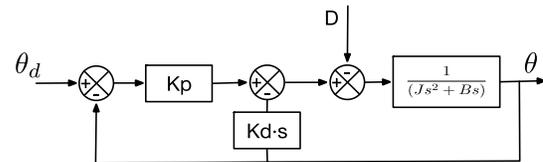


Figura 22: Sistema en lazo cerrado con control PD

La función de transferencia del sistema descrito en la Figura 22 está dada por

$$\Theta(s) = \frac{K_p}{\Omega(s)} \theta^d(s) - \frac{1}{\Omega(s)} D(s) \quad (33)$$

donde $\Omega(s)$ es el polinomio característico de lazo cerrado, es decir, $\Omega(s) = Js^2 + (B + Kd)s + Kp$. El error de seguimiento esta dado por $E(s) = \theta^d(s) - \theta(s)$. Para una entrada escalón $\theta^d(s) = \frac{1}{s}$ y una perturbación constante $D(s) = \frac{D}{s}$ el error en estado estacionario e_{ss} se puede obtener bajo el teorema del valor final:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = -\frac{D}{K_p} \quad (34)$$

Puesto que la magnitud D de la perturbación es proporcional a la reducción de engranajes $1/r$, observamos que el error de estado estacionario es menor para una reducción de engranaje mayor y puede hacerse arbitrariamente pequeño haciendo la ganancia K_p grande.

Para el compensador PD dado por Figura 22 el sistema en lazo cerrado es de segundo orden y por lo tanto la respuesta escalón está determinada por la frecuencia natural ω del sistema y la relación de amortiguación ζ . Dado un valor deseado para estas cantidades, las ganancias K_d y K_p se obtienen de la siguiente expresión

$$s^2 + \frac{B + K_D}{J}s + \frac{K_P P}{J} = s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \quad (35)$$

$$K_P = \omega^2 J, \quad K_D = 2\zeta\omega J - B$$

Para el sistema del seguidor solar, el diseño del compensador PD como se muestra en la Figura 7, tendrá error en estado estacionario al introducirle una perturbación (generada por el acoplamiento de los eslabones y la dinámica de estos).

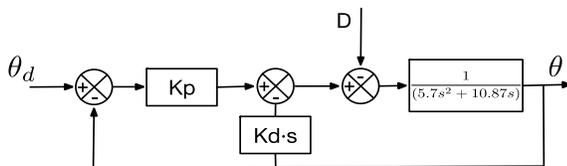


Figura 23: Compensador PD para motor

Por otra parte, el modelo dinámico, para efectos de simulación, está dada por la parametrización en CAD como se puede observar en la Figura 24.

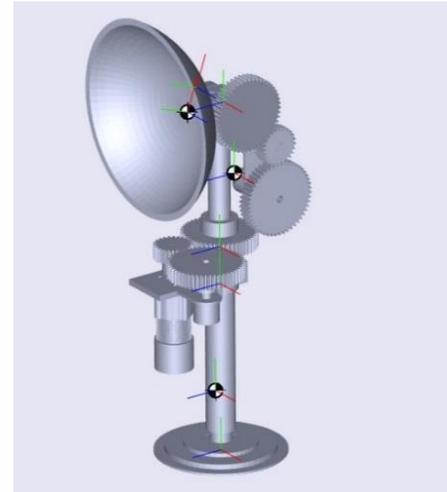


Figura 24: Prototipo sistema de seguidor solar

El sistema de control resultante puede observarse en la Figura 25.

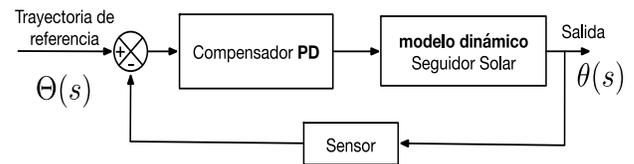


Figura 25: Diseño esquemático de control seguidor solar

Los resultados de simulación del sistema del seguidor solar bajo una entrada escalón $\theta^d(s) = 180$ y $D(s) = 200$ se puede observar en la Figura 26.

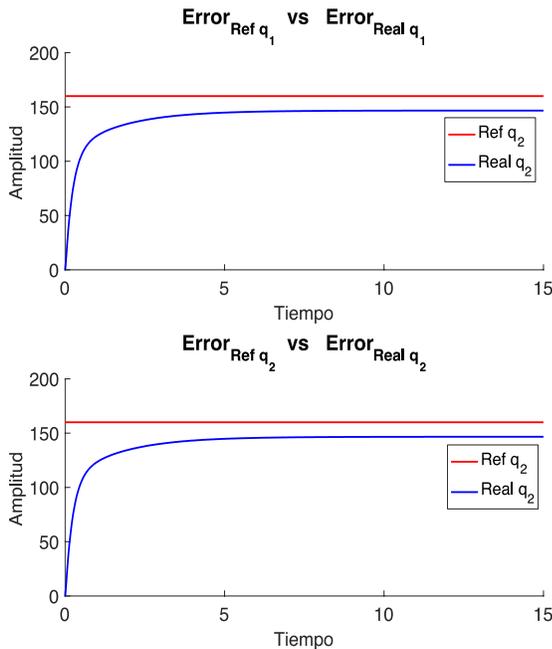


Figura 26: Respuesta de los estados del sistema ante una entrada escalón utilizando compensador PD

Además, en la Figura 27 se observa la señal de control necesaria para asegurar el seguimiento de la referencia en las articulaciones del seguidor solar.

Compensador PID

Con el objetivo de reducir el error en estado estacionario, debido a la perturbación, la acción integral se añade al compensador **PID** (W Spong) [7]. Por consiguiente, conseguir un error en estado estacionario igual a cero; manteniendo ganancias pequeñas.

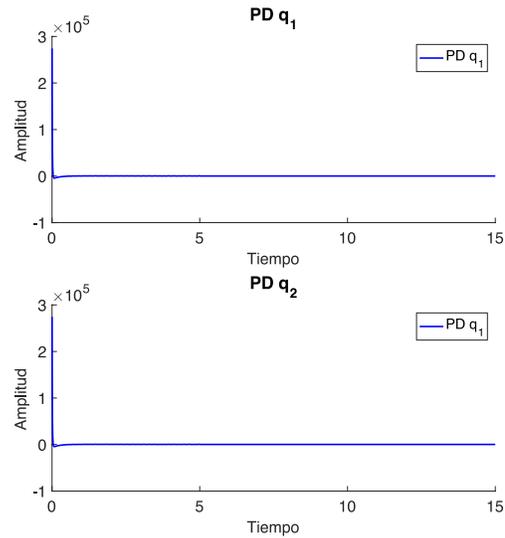


Figura 27: Señal de control para articulaciones q_1 y q_2

El diagrama a bloques del diseño del compensador se muestra en la Figura 28.

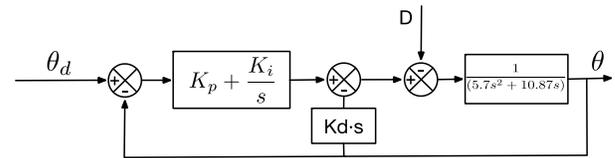


Figura 28: Sistema en lazo cerrado con control PID

La señal de entrada en el dominio de Laplace está dada por:

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) (\theta^d(s) - \theta(s)) - K_d s \theta(s) \quad (36)$$

La función de transferencia del sistema descrito en la Figura 28 está dada por:

$$\theta(s) = \left(\frac{K_p s + K_i}{\Omega_2(s)}\right) \theta^d(s) - \frac{s}{\Omega_2(s)} D(s) \quad (37)$$

Donde, $\Omega_2 = Js^3 + (B + K_d)s^2 + K_p s + K_I$ es el polinomio característico del sistema.

Para el cálculo de las ganancias, debido al grado del polinomio, están dadas a partir del compensador **PD**; la sintonización de K_i se dará de acuerdo al comportamiento del sistema.

Cabe mencionar que K_i debe estar acotada por el análisis de estabilidad del polinomio característico del sistema Ω_2 .

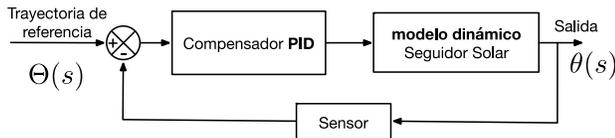


Figura 29: Compensador PID para sistema del seguidor

El desempeño del compensador PID para el sistema del seguidor solar Figura 29, bajo una entrada escalón $\theta^d(s) = 160$ y $D(s) = 0$ se puede observar en la Figura 30.

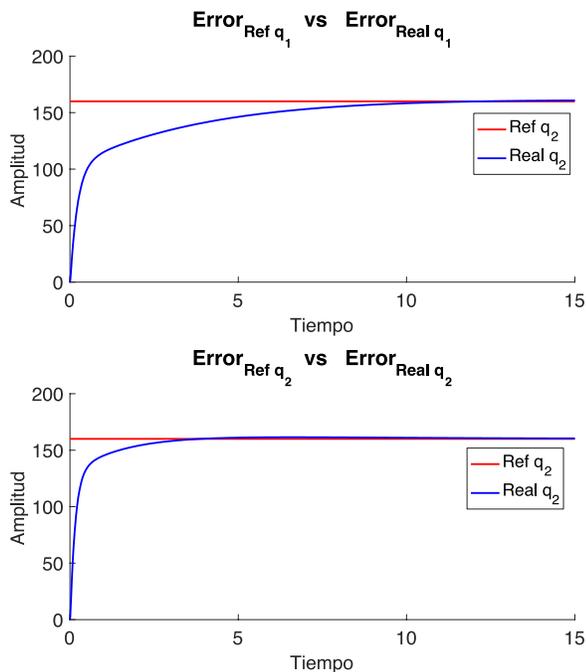


Figura 30: Respuesta de los estados del sistema ante una entrada escalón utilizando compensador PID.

Por otra parte, la señal de control necesaria para asegurar el seguimiento de la referencia en las articulaciones del seguidor solar se observa en la Figura 31.

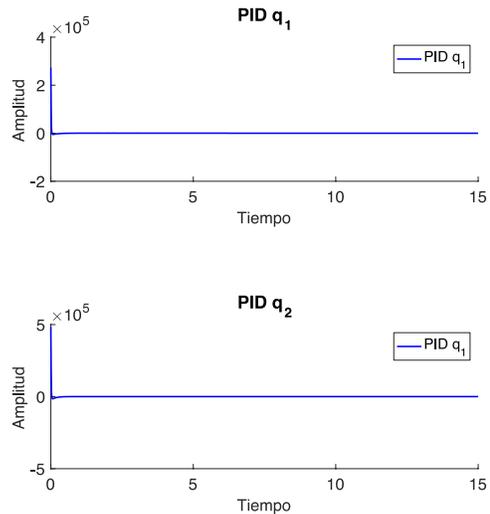


Figura 31: Señal de control para articulaciones q_1 y q_2 .

Compensador PID prototipo del sistema a implementar

El prototipo para el sistema de seguimiento solar, con base en el diseño CAD y su implementación física, se observa en la Figura 32 y 33 respectivamente.



Figura 32: Diseño CAD del prototipo para el sistema de seguidor solar en SolidWorks.



Figura 33: Prototipo real del sistema del seguidor solar.

Ahora bien, para la implementación del control en el prototipo, el sistema de retroalimentación está dado por potenciómetros de precisión con el fin de tener un sistema con memoria.

Los resultados de simulación del sistema bajo una entrada escalón $\theta^d(s) = 160$ y $D(s) = 0$ se puede observar en la Figura 34.

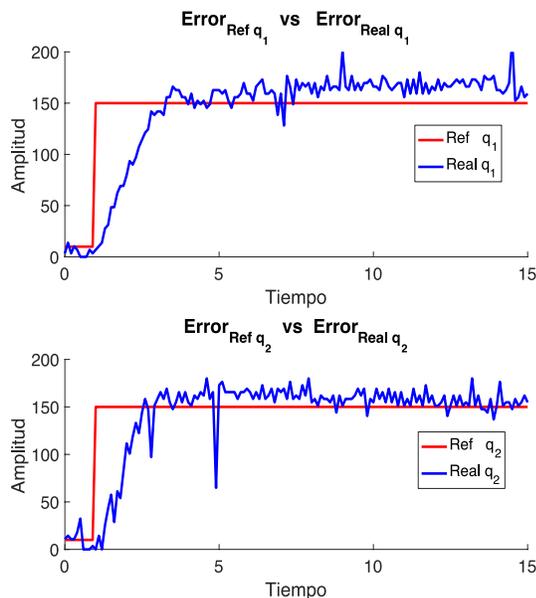


Figura 34: Respuesta de los estados (Prototipo real) del sistema ante una entrada escalón utilizando compensador PID.

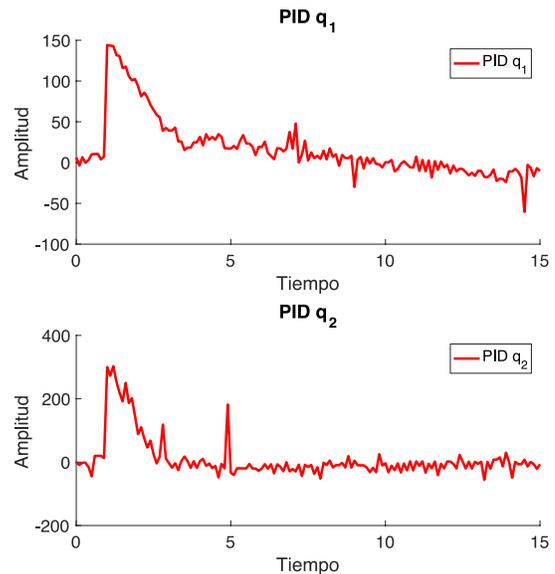


Figura 35: Señal de control para articulaciones q_1 y q_2 del sistema real (Prototipo).

La señal de control necesaria para asegurar el seguimiento de la referencia en las articulaciones del seguidor solar (prototipo) se observa en la Figura 35.

Conclusiones

Se diseñó de un motor Stirling híbrido tipo beta, basado en un generador eléctrico a gasolina comercial y portátil. El motor de gasolina se convierte en un motor Stirling por la adición de un segundo pistón y de intercambiadores de calor.

Para el colector solar se propone de una antena parabólica con superficie reflectante. El sistema está diseñado para funcionar con una variedad de parámetros de funcionamiento del motor. El sistema debe producir 100 W a una presión del motor de 10 atm. La energía eléctrica neta se puede aumentar a 300 W, 1000 W o más aumentando la presión de funcionamiento del motor a 24 atm, 74 atm, o 86 atm y mejorando el plato y el receptor.

De las simulaciones con Matlab se obtuvieron las gráficas de presión, volumen y las temperaturas generadas en el enfriador y calentador y con base en estas se obtienen las eficiencias para las diferentes presiones de trabajo del motor Stirling de 10, 24, 74 y 86 atm les corresponden respectivamente una eficiencia 4.4%, 4.4%, 13.9% y 16.4%. Como se puede apreciar entre mas presión de trabajo mayor eficiencia, pero los costos de construcción se elevan considerablemente para un motor de alta presión.

Además, se desarrolló un compensador PIDE para cada articulación del sistema seguidor solar, la referencia deseada está dada por entradas escalón debido a que la señal varía de forma muy lenta en el tiempo, los algoritmos de control se verifican en un prototipo de prueba.

Apéndice A

Presión, P

$$dP = \frac{-\gamma P \left(\frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}} \right)}{\left[\frac{V_c}{T_{ck}} + \frac{V_e}{T_{he}} + \gamma \left(\frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{ri}}{T_{ri}} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{ro}}{T_{ro}} + \frac{V_a}{T_a} \right) \right]}$$

$$P = \frac{MR}{\left(\frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{ri}}{T_{ri}} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{ro}}{T_{ro}} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e} + \frac{V_a}{T_a} \right)}$$

Masa, m

$$dm_c = \frac{1}{RT_{ck}} \left(P dV_c + \frac{dV_c dP}{\gamma} \right)$$

$$dm_e = \frac{1}{RT_{he}} \left(P dV_e + \frac{dV_e dP}{\gamma} \right)$$

$$dm_k = \frac{m_k}{P} dP \quad dm_r = \frac{m_r}{P} dP$$

$$dm_h = \frac{m_h}{P} dP \quad dm_{ri} = \frac{m_{ri}}{P} dP$$

$$dm_{ro} = \frac{m_{ro}}{P} dP \quad dm_a = \frac{m_a}{P} dP$$

$$m_c = \frac{PV_c}{RT_c} \quad m_e = \frac{PV_e}{RT_e}$$

$$m_k = \frac{PV_k}{RT_k} \quad m_r = \frac{PV_r}{RT_r}$$

$$m_h = \frac{PV_h}{RT_h} \quad m_{ri} = \frac{PV_{ri}}{RT_{ri}}$$

$$m_{ro} = \frac{PV_{ro}}{RT_{ro}} \quad m_a = \frac{PV_a}{RT_a}$$

Flujo másico, \dot{m}

$$\dot{m}_{ck} = -dm_c$$

$$\dot{m}_{kr} = \dot{m}_{ck} - dm_k$$

$$\dot{m}_{rir} = \dot{m}_{kr} - dm_{ri}$$

$$\dot{m}_{rro} = \dot{m}_{rir} - dm_r$$

$$\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{rro} - dm_{ro}$$

$$\dot{m}_{he} = \dot{m}_{rh} - dm_h$$

$$\dot{m}_{ea} = dm_a$$

Temperaturas, T

$$dT_c = T_c \left(\frac{dP}{P} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right)$$

$$dT_e = T_e \left(\frac{dP}{P} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right)$$

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln(T_h/T_k)}$$

$$T_a = \frac{(T_e - T_c)}{\ln(T_e/T_c)}$$

Condiciones de Temperatura

if $\dot{m}_{ck} > 0$ then $T_{ck} = T_c$, else $T_{ck} = T_k$

if $\dot{m}_{he} > 0$ then $T_{he} = T_h$, else $T_{he} = T_e$

Energía, Q

$dQ_k =$

$C_p T_e \dot{m}_{ea}$

Trabajo, W

$dW_c = P \frac{C_v V_k dP}{R} - C_p (T_{ck} \dot{m}_{ck} - T_k \dot{m}_{kr})$

$dQ_r = \frac{C_v V_r dP}{R} - C_p (T_k \dot{m}_{rir} - T_h \dot{m}_{rro})$

$dQ_h = \frac{C_v V_h dP}{R} - C_p (T_h \dot{m}_{rh} - T_{he} \dot{m}_{he})$

$dQ_a = \frac{C_v V_a dP}{R} - dV_c$

$dW_e = P \cdot dV_e$

$dW = dW_c + dW_e$

$W = W_c + W_e$

Dónde:

c -Espacio de compresión

k- Enfriador

ri- Enfriador-regenerador múltiple

r- Regenerador

ro- Regenerador-calentador múltiple

h- Calentador

e- Espacio de expansión

a- Ranura del pistón

ck- Espacio de compresión al enfriador

kr- Enfriador al enfriador-regenerador múltiple

rir- Enfriador-regenerador múltiple al regenerador

rro- Regenerador al regenerador-calentador múltiple

rh- Regenerador-calentador múltiple al calentador

he- Calentador a espacio de expansión

ea- Espacio de expansión a ranura del pistón

Referencias

Kirkley D W 1962 Determination of the Optimum Configuration for a Stirling Engine J. Mech. Eng. Sci. 4 204—12

Urieli, I. and Berchowitz, D.M. 1984. Stirling Cycle Engine Analysis. Adam Hilger Ltd, Bristol.

Chen, M., 1989. Computer Simulation of Ringbom Stirling Engine with Solar Pond. Masters These. Ohio University, Athens, Ohio.

Kays, W., and London, A.L. 1964. Compact Heat Exchangers. 2nd Ed. McGraw-Hill. New York.

Mark W. Spong. Robot Modeling and Control, 1ra Ed. John Wiley & Sons, Inc.

Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. Modern Control Systems, 11va Ed. Prentice Hall, NJ 07458.

Katsuhiko Ogata, Ingeniería de control moderna, 5ta Ed. Prentice Hall.