

ISSN: 2523-6830

Volumen I, Número I — Octubre — Diciembre - 2017

# Revista del Diseño Innovativo

**ECORFAN®**



**ECORFAN-Taiwán**

## **Indización**

- Research Gate
- Google Scholar
- Hispana
- Mendeley

**ECORFAN-Taiwán**

**Directorio Principal**

RAMOS-ESCAMILLA, María. PhD.

**Director Regional**

VARGAS-DELGADO, Oscar. PhD.

**Director de la Revista**

PERALTA-CASTRO, Enrique. MsC.

**Edición Tipográfica**

TIGUA-CEDEÑO, Kimberly. BsC.

**Edición de Logística**

QUIMI-POZO, Victoria. BsC.

Revista del Diseño Innovativo, Volumen 1, Número 1, de Octubre a Diciembre 2017, es una revista editada trimestralmente por ECORFAN-Taiwán. Taiwan, Taipei. YongHe district, ZhongXin, Street 69. Postcode: 23445. WEB: [www.ecorfan.org/taiwan](http://www.ecorfan.org/taiwan), [revista@ecorfan.org](mailto:revista@ecorfan.org). Editora en Jefe: RAMOS-ESCAMILLA, María. ISSN 2523-6830. Responsables de la última actualización de este número de la Unidad de Informática ECORFAN. ESCAMILLA-BOUCHÁN Imelda, LUNA-SOTO, Vladimir, actualizado al 31 de Diciembre 2017.

Las opiniones expresadas por los autores no reflejan necesariamente las opiniones del editor de la publicación.

Queda terminantemente prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin permiso del Instituto Nacional de defensa de la competencia y protección de la propiedad intelectual.

## **Consejo Editorial**

BELTRÁN-MIRANDA, Claudia. PhD  
Universidad Industrial de Santander, Colombia

BELTRÁN-MORALES, Luis Felipe. PhD  
Universidad de Concepción, Chile

RUIZ-AGUILAR, Graciela. PhD  
University of Iowa, U.S.

SOLIS-SOTO, María. PhD  
Universidad San Francisco Xavier de Chuquisaca, Bolivia

GOMEZ-MONGE, Rodrigo. PhD  
Universidad de Santiago de Compostela, España

ORDÓÑEZ-GUTIÉRREZ, Sergio. PhD  
Université Paris Diderot-Paris, Francia

ARAUJO-BURGOS, Tania. PhD  
Universita Degli Studi Di Napoli Federico II, Italia

SORIA-FREIRE, Vladimir. PhD  
Universidad de Guayaquil, Ecuador

## **Consejo Arbitral**

VGPA. MsC

Universidad Nacional de Colombia, Colombia

EAO. MsC

Universidad Nacional de Colombia, Colombia

MMD. PhD

Universidad Juárez Autónoma de Tabasco, México

BRIIIG. PhD

Bannerstone Capital Management, U.S.

EAO. MsC

Bannerstone Capital Management, U.S.

OAF. PhD

Universidad Panamericana, México

CAF. PhD

Universidad Panamericana, México

RBJC. MsC

Universidad Panamericana, México

## Presentación

ECORFAN, es una revista de investigación que publica artículos en el área de: Revista del Diseño Innovativo.

En Pro de la Investigación, Enseñando, y Entrenando los recursos humanos comprometidos con la Ciencia. El contenido de los artículos y opiniones que aparecen en cada número son de los autores y no necesariamente la opinión de la Editora en Jefe.

Como primer artículo *Control de Seguimiento de Trayectoria en el espacio operacional de robot manipulador actuado por motores de inducción* por TORRES DEL CARMEN, Felipe, MONTES-RENDÓN, Azucena, GONZÁLEZ-HUITRÓN, Víctor, GUERRERO-RAMIREZ, Gerardo, y MOTA-CRUZ, Juan Esteban, con adscripción en Tecnológico Nacional de México y Universidad Politécnica del Estado de Guerrero, como siguiente artículo *Diseño de un absorbente pendular para una estructura tipo edificio* por FLORES-SANCHEZ, Diego Armando, ZAMORA-CAMPOS, Luis Alberto y ABUNDIS-FONG, Hugo Francisco, con adscripción en Universidad Politécnica de Pachuca e Instituto Tecnológico de La Laguna, como siguiente artículo *Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco- stirling* por AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.-PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier y HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh, como siguiente artículo *Instrumentación y desarrollo de una plataforma de vehículo terrestre para la obtención de posicionamiento RTK* por RODRÍGUEZ-CRESPO, Marco Antonio, TREJO-MACOTELA, Francisco, ESPINOZA-QUESADA, Eduardo y FREY, Andreas, como siguiente artículo *Modelado difuso T-S de un motor de CD y diseño de una estrategia de control PI difuso con ganancias programables* por PADRE-ÑONTHE, Juan David, RAMOS-FERNÁNDEZ, Julio Cesar, MÁRQUEZ-VERA, Marco Antonio y LAFONT-Frederic, con adscripción en Universidad Politécnica de Pachuca y Université de Toulon, como siguiente artículo *Sincronización de sistemas caóticos descritos por modelos T-S usando propiedades de regulación y observabilidad difusa* por Hernández-Cortés, Tonatiuh, Rivera-Arreola, Daniel E., Meda-Campaña & Jesús A., con adscripción en Universidad Politécnica de Pachuca e Instituto Politécnico Nacional.

## Contenido

Artículo	Página
<b>Control de Seguimiento de Trayectoria en el espacio operacional de robot manipulador actuado por motores de inducción</b> TORRES DEL CARMEN, Felipe, MONTES-RENDÓN, Azucena, GONZÁLEZ-HUITRÓN, Víctor, GUERRERO-RAMIREZ, Gerardo, & MOTA-CRUZ, Juan Esteban	1-9
<b>Diseño de un absorbente pendular para una estructura tipo edificio</b> FLORES-SANCHEZ, Diego Armando, ZAMORA-CAMPOS, Luis Alberto & ABUNDIS-FONG, Hugo Francisco	10-20
<b>Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco- stirling</b> AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.-PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier & HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh	21-36
<b>Instrumentación y desarrollo de una plataforma de vehículo terrestre para la obtención de posicionamiento RTK</b> RODRÍGUEZ-CRESPO, Marco Antonio, TREJO-MACOTELA, Francisco, & ESPINOZA-QUESADA, Eduardo & FREY, Andreas	37-43
<b>Modelado difuso T-S de un motor de CD y diseño de una estrategia de control PI difuso con ganancias programables</b> PADRE-ÑONTHE, Juan David, RAMOS-FERNÁNDEZ, Julio Cesar, MÁRQUEZ-VERA, Marco Antonio & LAFONT-Frederic	44-52
<b>Sincronización de sistemas caóticos descritos por modelos T-S usando propiedades de regulación y observabilidad difusa</b> Hernández-Cortés, Tonatiuh, Rivera-Arreola, Daniel E. & Meda-Campaña, Jesús A.	53-65

*Instrucciones para Autores*

*Formato de Originalidad*

*Formato de Autorización*

## Control de Seguimiento de Trayectoria en el Espacio Operacional de Robot Manipulador Actuado por Motores de Inducción

TORRES DEL CARMEN, Felipe<sup>i†</sup>, GUERRERO-RAMIREZ, Gerardo<sup>ii</sup>, MONTES-RENDÓN, Azucena<sup>i</sup>, MOTA-CRUZ, Juan Esteban<sup>iii</sup>, GONZÁLEZ-HUITRÓN, Víctor<sup>i</sup>

<sup>i</sup> Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Tlalpan

<sup>ii</sup> Tecnológico Nacional de México/Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico

<sup>iii</sup> Universidad Politécnica del Estado de Guerrero

Recibido: 4 de Septiembre, 2017; Aceptado 7 de Diciembre, 2017

### Resumen

Este trabajo trata con el control de seguimiento de trayectoria en el espacio operacional de un robot manipulador actuado por motores de inducción con disponibilidad del espacio total del estado del sistema. El par requerido por el robot manipulador es considerado como el par de carga para los motores de inducción. La ley de control se ha diseñado en base a la metodología de Lyapunov para mantener convergencia global y asintótica de los errores de seguimiento en su respuesta en lazo cerrado. Las simulaciones realizadas con parámetros reales, obtenidos de hojas de datos, muestran que el controlador propuesto logra el seguimiento de la trayectoria deseada en un tiempo finito.

### Abstract

This paper deals with the tracking control on the operational space of a robot manipulator driven by induction motors in the case where the full state-space is available. The required torque for the robot manipulator is used to be the load torque for the induction motor. The control law has been designed based on the Lyapunov methodology to yield global asymptotic convergence of the tracking closed-loop errors. Simulations with real parameters taken from data sheets show that the controller reaches the tracking of the desired trajectory in a finite time.

**Robot Manipulador, Seguimiento de Trayectoria, Diseño de Lyapunov, Motor de inducción**

**Robot Manipulador, Tracking Control, Lyapunov Design, Induction Motor**

**Citación:** TORRES-DEL CARMEN, Felipe de Jesús<sup>†</sup>, MONTES-RENDÓN, Azucena, MOTA-CRUZ, Juan Esteban, GONZÁLEZ-HUITRÓN, Víctor. Control de seguimiento de trayectoria en el espacio operacional de robot manipulador actuado por motores de inducción. Revista del Diseño Innovativo. 2017 1-1: 1-9

\*Correspondencia al Autor Correo Electrónico: felipetorres6@hotmail.com

† Investigador contribuyendo como primer autor.



## Introducción

Los robots manipuladores industriales comúnmente utilizan motores de corriente directa (CD) tipo sin escobillas (*brushless*) como actuadores. Los imanes permanentes que requieren estos motores, los hacen costosos en su inversión inicial así como en el mantenimiento preventivo que debe realizarse.

Una alternativa para reducir estos costos en los actuadores, ha sido el uso de motores de inducción trifásicos de jaula de ardilla. Los motores de inducción (MI) tienen la ventaja de brindar un alto par de salida, bajo costo de inversión inicial y prácticamente nulo mantenimiento. Su desventaja se aprecia en la alta no linealidad de su dinámica que dificulta el control en tareas de seguimiento de trayectoria, en particular en el espacio operacional o de trabajo.

En (Hu, Dawson y Qian, 1996) se describe un controlador adaptable de seguimiento de posición de una articulación por realimentación de estado parcial en el espacio de articulación, sin mediciones del flujo del rotor.

En (Seleme, 1999) se estudia el control de robots manipuladores rígidos conducidos por motores de inducción en el espacio de articulación. Incluyeron la dinámica total del sistema en el diseño del controlador para el seguimiento de la trayectoria eléctrica y mecánica de un robot manipulador rígido de 2 grados de libertad (g.d.l.).

En (Guerrero-Ramírez y Tang, 2001) se ataca el problema del control descentralizado de robots rígidos actuados por motores de inducción por alimentación de corriente, en el espacio de articulación. Así también, en (Hsu y Fu, 2005) se trata con el control descentralizado adaptable de robots manipuladores actuados por MI por alimentación de corriente.

Se acoplaron los motores de inducción como actuadores de las 3 articulaciones de un robot PUMA 560, en el espacio de articulación.

En (Diniz et al., 2012) se controla un robot planar de dos grados de libertad, actuado por motores de inducción trifásicos bajo un control de modos deslizantes, en el espacio de articulación.

En todos los trabajos citados, la ley de control se diseña en el espacio de articulación. Por tanto, el objetivo de este trabajo consiste en diseñar una ley de control que incluya las dinámicas del robot manipulador y del motor de inducción para el seguimiento de trayectoria deseada en el espacio operacional o de trabajo.

El artículo está estructurado de la siguiente manera: en la sección II se describe el modelo dinámico del robot manipulador y las propiedades del mismo. En la sección III se presenta el modelo dinámico y control del motor de inducción. En la sección IV se muestra el acoplamiento de las dinámicas del robot manipulador y del motor de inducción. En la sección V se diseña la ley de control basado en la metodología de Lyapunov. En la sección VI se exponen las pruebas y resultados de las simulaciones realizadas, las conclusiones son presentadas en la sección VII.

## Metodología

### Modelo del robot manipulador

Se considera un robot manipulador, completamente actuado, sin fricción, con  $i = 1, \dots, n$  articulaciones. Los vectores de coordenadas de las articulaciones de los robots son  $q_i \in \mathbb{R}^n$ . Usando el formulismo de Euler-Lagrange, el modelo dinámico del robot es dado por:

$$\mathbf{M}(q_i)\ddot{q}_i + \mathbf{C}(q_i, \dot{q}_i)\dot{q}_i + \mathbf{g}(q_i) = \boldsymbol{\tau}_i, \quad (1)$$

Donde  $M(q_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de inercias,  $C(q_i, \dot{q}_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de fuerzas de Coriolis y fuerzas centrífugas,  $g(q_i) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de fuerzas debidas a la acción de la gravedad y  $\tau_i \in \mathbb{R}^n$  es el vector de pares de entrada. Por simplicidad de notación, se evitará el uso de negrita para vectores y matrices.

Este modelo contempla las siguientes propiedades (Rodríguez-Ángeles y Nijmeijer, 2004):

- P1. La matriz de inercias  $M_i(q_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es simétrica y definida positiva para todo  $q_i \in \mathbb{R}^n$ .  
 P2. La matriz  $[\dot{M}_i(q_i) - 2C_i(q_i, \dot{q}_i)]$  es antisimétrica, por lo que para toda  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $x^T [\dot{M}_i(q_i) - 2C_i(q_i, \dot{q}_i)] x = 0$ .

### Modelo y control del motor de inducción

El modelo dinámico del motor de inducción y su control no lineal fue tomado de (Marino et al. 2010), donde los vectores de corriente y flujo  $(i_a, i_b)$ ,  $(\lambda_a, \lambda_b)$  del modelo (a.b) fijo al estator, son utilizados para expresar las ecuaciones del modelo en un esquema de campo orientado  $(d, q)$ .

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \mu \lambda_d i_q - \frac{T_L}{J}, \\ \frac{d\lambda_d}{dt} &= -\alpha \lambda_d + \alpha L_m i_d, \\ \frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + \alpha \beta \lambda_d + n_p \omega_m i_q \\ &\quad + \alpha L_m \frac{i_q^2}{\lambda_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_d, \\ \frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q - \beta n_p \omega_m \lambda_d - n_p \omega_m i_d \\ &\quad - \alpha L_m \frac{i_q i_d}{\lambda_d} + \frac{1}{\sigma L_s} u_q, \\ \frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega_m + \alpha L_m \frac{i_q}{\lambda_d}, \end{aligned} \quad (2)$$

Donde  $\rho = \arctan \frac{\lambda_b}{\lambda_a}$ ,  $\alpha = \frac{R_r}{L_r}$ ,  $\beta = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r}$ ,  $\mu = \frac{3}{2} n_p \frac{L_m}{J L_r}$ ,  $\gamma = \frac{R_s L_r^2 + R_r L_m^2}{\sigma L_s L_r^2}$ ,  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ ,  $\omega_m$  es la velocidad angular del rotor,  $i_d$ ,  $i_q$  son las corrientes en el eje  $d$  y eje  $q$ ;  $\lambda_d$  los enlaces de flujo del rotor en el eje  $d$ .  $n_p$ ,  $T_L$  son número de pares de polos y par de carga, respectivamente.  $J$  es el momento de inercia del motor, definido constante.  $L_m$ ,  $L_s$  y  $L_r$  inductancia mutua y auto-inductancia del estator y rotor, obtenidas de  $L_{(m,s,r)} = \frac{X_{(m,s,r)}}{2\pi f}$ , en la cual  $X_{(m,s,r)}$  es la reactancia inductiva mutua, del estator o rotor, según corresponda;  $f$  es la frecuencia nominal en Hertz (Hz).  $R_s$  y  $R_r$  resistencia del estator y rotor.  $u_d$  y  $u_q$  son las entradas de control no lineal de realimentación de estados, descritas por:

$$\begin{pmatrix} u_d \\ u_q \end{pmatrix} = \sigma L_s \begin{pmatrix} -n_p \omega_m i_q - \alpha L_m \frac{i_q^2}{\lambda_d} - \alpha \beta \lambda_d + v_d \\ n_p \beta \omega_m \lambda_d + n_p \omega_m i_d + \alpha L_m \frac{i_d i_q}{\lambda_d} + v_q \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Aplicando (3) al modelo, se obtiene el siguiente sistema de lazo cerrado:

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_m}{dt} &= \mu \lambda_d i_q - \frac{T_L}{J}, \\ \frac{d\lambda_d}{dt} &= -\alpha \lambda_d + \alpha L_m i_d, \\ \frac{di_d}{dt} &= -\gamma i_d + v_d, \\ \frac{di_q}{dt} &= -\gamma i_q + v_q, \\ \frac{d\rho}{dt} &= n_p \omega_r + \alpha L_m \frac{i_q}{\lambda_d}, \end{aligned} \quad (4)$$

Donde  $v_d$  y  $v_q$  son las nuevas entradas de control obtenidas al aplicar lazos PI:

$$v_d = K_{d1}(\lambda_{d\text{ref}} - \lambda_d) + K_{d2} \int (\lambda_{d\text{ref}} - \lambda_d) dt, \quad (5)$$

$$v_q = K_{q1}(T_{\text{ref}} - T_{em}) + K_{q2} \int (T_{\text{ref}} - T_{em}) dt, \quad (6)$$

$$T_{\text{ref}} = K_{q3}(\omega_{\text{ref}} - \omega_m) + K_{q4} \int (\omega_{\text{ref}} - \omega_m) dt, \quad (7)$$

Donde  $\lambda_{d\text{ref}}$ ,  $T_{\text{ref}}$ ,  $\omega_{\text{ref}}$ , son los enlaces de flujo del rotor, par y velocidad angular de referencia, respectivamente.  $K_{d1}$ ,  $K_{d2}$ ,  $K_{q1}$ ,  $K_{q2}$ ,  $K_{q3}$ ,  $K_{q4}$  son ganancias constantes positivas.  $T_{em}$  es el par electromagnético, definido como  $T_{em} = \mu J \lambda_d \dot{i}_q$ .

### Acoplamiento del robot manipulador-motor de inducción

Se considera que la  $i$ -ésima  $i = 1, 2, \dots, n$ , articulación del robot manipulador está siendo actuada directamente por un motor de inducción. Además se asume que la amplitud de los enlaces de flujo  $\lambda_{d,i}$  es regulada al valor de la referencia constante  $\lambda_{d\text{ref},i}$  a través del lazo de control (5), por lo cual el sistema de lazo cerrado para cada MI (4) se reduce a:

$$\begin{aligned} J_i \frac{d\omega_{m,i}}{dt} &= \mu_i J_i \lambda_{d\text{ref},i} \dot{i}_{q,i} - T_{L,i}, \\ \frac{di_{d,i}}{dt} &= -\gamma_i i_{d,i} + v_{d,i}, \\ \frac{di_{q,i}}{dt} &= -\gamma_i i_{q,i} + v_{q,i}, \end{aligned} \quad (8)$$

Sea  $v_i = [v_{d,i} \ v_{q,i}]^T$ ,  $I_i = [i_{d,i} \ i_{q,i}]^T$ ,  $J_i = \text{diag}[J_1, J_2, \dots, J_n]$ ,  $\Omega_i = [\omega_{m,1}, \omega_{m,2}, \dots, \omega_{m,n}]^T$ ,  $B_i = \text{diag}[\mu_{i1} J_{i1}, \mu_{i2} J_{i2}, \dots, \mu_{in} J_{in}]$ ,  $\Lambda_i = [\lambda_{d\text{ref},1} i_{q,1}, \lambda_{d\text{ref},2} i_{q,2}, \dots, \lambda_{d\text{ref},n} i_{q,n}]$ . Donde  $\Omega_i, T_{L,i}, \Lambda_i \in \mathbb{R}^n$ ;  $J_i, B_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ .

El modelo reducido en lazo cerrado que representa los  $i = 1, 2, \dots, n$  MI para el robot manipulador, se muestra como:

$$\begin{aligned} J_i \dot{\Omega}_i &= B_i \Lambda_i - T_{L,i}, \\ \dot{I}_i &= -\gamma_i I_i + v_i, \end{aligned} \quad (9)$$

Donde  $\dot{\Omega}_i = \frac{d\Omega_i}{dt} \in \mathbb{R}^n$ . Así mismo el vector de posición angular  $\theta_i \in \mathbb{R}^n$  de los  $i = 1, 2, \dots, n$  MI para el robot manipulador, es definido como  $\theta_i = [\theta_{m,1}, \theta_{m,2}, \dots, \theta_{m,n}]^T$ .

Suposición 1. Existe un acoplamiento mecánico directo entre el MI y la articulación del robot manipulador, por tanto:

$$\begin{aligned} q_i &= \theta_i, \\ \dot{q}_i &= \dot{\Omega}_i, \\ \ddot{q}_i &= \ddot{\Omega}_i. \end{aligned} \quad (10)$$

Suposición 2. El par de entrada o par requerido para cada articulación del robot manipulador, se considera como el par de carga aplicado a cada motor de inducción

$$T_{L,i} = \tau_i = M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + g_i(q_i). \quad (11)$$

Sustituyendo (11) y (10) en (9), se tiene que:

$$\begin{aligned} J_i \dot{\Omega}_i &= B_i \Lambda_i - [M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + g_i(q_i)], \\ B_i \Lambda_i &= J_i \ddot{q}_i + [M_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + g_i(q_i)], \\ B_i \Lambda_i &= (J_i + M_i) \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + g_i(q_i), \\ D_i \ddot{q}_i + C_i \dot{q}_i + g_i(q_i) &= B_i \Lambda_i, \end{aligned} \quad (12)$$

donde  $D_i = J_i + M_i$ .

Este sistema acoplado MI-Robot (12) tiene las mismas propiedades enunciadas en la sección II, debido a que  $\dot{D}_i = \dot{J}_i + \dot{M}_i = \dot{M}_i$ ,  $J_i$  es constante.

### Diseño de la ley de control de seguimiento de trayectoria en el espacio operacional

La posición y orientación del efector final en el espacio de trabajo, denotado por  $x(t) \in \mathbb{R}^m$ , es definido como (Behal et al. 2010):

$$x = f(q), \quad (13)$$

Donde  $f(q) \in \mathbb{R}^m$  denota la cinemática directa y  $q(t) \in \mathbb{R}^n$  denota la posición del eslabón. Las relaciones diferenciales entre las variables de la posición del efector final y la posición del eslabón puede ser calculada como:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= J(q)\dot{q}, \\ \ddot{x} &= \dot{J}(q)\dot{q} + J(q)\ddot{q}, \end{aligned} \quad (14)$$

Donde  $\dot{q}(t)$ ,  $\ddot{q}(t) \in \mathbb{R}^n$  representan los vectores de velocidad y aceleración del eslabón, respectivamente.

El Jacobiano del manipulador, denotado por  $J(q) \in \mathbb{R}^{m \times n}$ , es definido como:

$$J(q) = \frac{\partial f(q)}{\partial q}. \quad (15)$$

La pseudo inversa de  $J(q)$ , descrita por  $J^+(q) \in \mathbb{R}^{n \times m}$ , es definida como:

$$J^+ = J^T (J J^T)^{-1}. \quad (16)$$

El error de posición en el espacio de trabajo  $e(t) \in \mathbb{R}^m$ , es definido como:

$$e = x_d - x. \quad (17)$$

Donde  $x_d \in \mathbb{R}^m$  representa la trayectoria deseada en el espacio de trabajo, los términos de trayectoria deseada  $x_d(t)$ ,  $\dot{x}_d(t)$  y  $\ddot{x}_d(t)$  se asumen como funciones de tiempo acotadas. Por su parte, se describe un error que permitirá realizar la tarea en particular de seguimiento a una trayectoria deseada.

Este error se denota por  $e_N(t) \in \mathbb{R}^n$ , es definido como:

$$e_N = (I_n - J^+ J)(\vartheta - \dot{q}), \quad (18)$$

Donde  $I_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz identidad  $n \times n$  y  $\vartheta(t) \in \mathbb{R}^n$  es una señal construida de acuerdo al objetivo de control requerido, así  $\vartheta(t)$  y  $\dot{\vartheta}(t)$  son señales acotadas.

Tomando la derivada de (17) y sustituyendo (14), se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \dot{x}_d - \dot{x} = \dot{x}_d - J(q)\dot{q} + \alpha e - \alpha e \\ &= -\alpha e + J(J^+(\dot{x}_d + \alpha e) \\ &\quad + (I_n - J^+ J)\vartheta - \dot{q}), \end{aligned} \quad (19)$$

Donde el término  $\alpha e$  ha sido sumado y sustraído para facilitar la formulación del control,  $\alpha \in \mathbb{R}^{m \times m}$  denota una matriz diagonal de ganancias, definida positiva.

Basado en la estructura de (19), el error filtrado de seguimiento para reducir el orden del sistema dinámico, expresado por  $r(t) \in \mathbb{R}^n$ , es definido como:

$$r = J^+(\dot{x}_d + \alpha e) + (I_n - J^+ J)\vartheta - \dot{q}. \quad (20)$$

Así, el error de posición del sistema MI-Robot en el espacio de trabajo, puede ser escrito usando  $r(t) \in \mathbb{R}^n$  como:

$$\dot{e} = -\alpha e + J r. \quad (21)$$

Si se toma la derivada respecto al tiempo de (21), pre-multiplicando por la matriz de inercias  $D(q)$  del sistema acoplado MI-Robot (12) y sustituyendo la dinámica del manipulador, se mantiene dicha dinámica en lazo abierto:

$$D(q)\dot{r} = -C(q, \dot{q})r + Y\phi - B_i\Lambda_i, \quad (22)$$

Donde la formulación de la matriz de regresión/vector de parámetros  $Y\phi$  es definida por:

$$Y\phi = D(q) \frac{d}{dt} \{J^+(\dot{x}_d + \alpha e) + (I_n - J^+ J)\vartheta\} + C(q, \dot{q})\{J^+(\dot{x}_d + \alpha e) + (I_n - J^+ J)\vartheta\} + g(q), \quad (23)$$

Donde  $Y(\ddot{x}_d, \dot{x}_d, x, q, \dot{q}, g, \dot{g}) \in \mathbb{R}^{n \times r}$  es la matriz de regresión y  $\phi \in \mathbb{R}^r$  denota los parámetros constantes del sistema (por ejemplo: masa, inercia, coeficientes de fricción, etc.).

#### A. Diseño del control basado en Lyapunov

Basado en el desarrollo de los errores del sistema, mostrado anteriormente, la entrada de control es diseñada a través del método de Lyapunov.

**Teorema.** Los errores de seguimiento de trayectoria  $r(t) \in \mathbb{R}^n$  y  $e(t) \in \mathbb{R}^m$  del sistema acoplado MI-Robot (12) son global y asintóticamente estables si la ganancia de la ley de control (27)  $K$ , es definida positiva.

**Demostración.** Se propone la función de Lyapunov:

$$V(r, e) = \sum_{i=1}^p \left\{ \frac{1}{2} r^T D r + \frac{1}{2} e^T e \right\}. \quad (24)$$

La matriz  $V(r, e)$  es definida positiva para todo  $r, e$  y  $V(r, e) = 0$  si y solo si  $r = 0, e = 0$ .

La derivada de  $V(r, e)$  es:

$$\dot{V}(r, e) = r^T D \dot{r} + \frac{1}{2} r^T \dot{D} r + e^T \dot{e}.$$

Por propiedad de escalares  $e^T J r = r^T J^T e$ . Además, sustituyendo (22)  $D \dot{r} = -C r + Y\phi - B_i\Lambda_i$  y (21)  $\dot{e} = -\alpha e + J r$  en  $\dot{V}(r, e)$ :

$$\begin{aligned} \dot{V}(r, e) &= r^T (-C r + Y\phi - B_i\Lambda_i) \\ &+ \frac{1}{2} r^T \dot{D} r + e^T (-\alpha e + J r) \\ &= r^T \left( \frac{1}{2} \dot{D} - C \right) r - e^T \alpha e \\ &+ r^T (Y\phi - B_i\Lambda_i + J^T e). \end{aligned}$$

Por la propiedad de antisimetría de la matriz  $(\dot{D} - 2C)$ , se obtiene que:

$$\begin{aligned} \dot{V}(r, e) &= -e^T \alpha e \\ &+ r^T (Y\phi - B_i\Lambda_i + J^T e). \end{aligned} \quad (25)$$

Para forzar que  $\dot{V}(r, e) < 0$  se establece la igualdad:

$$Y\phi - B_i\Lambda_i + J^T e = -K r, \quad (26)$$

Donde  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz de ganancias constante, definida positiva. Sustitución de (26) en (25)  $\dot{V}(r, e)$ :

$$\dot{V}(r, e) = -(e^T \alpha e + r^T K r) < 0.$$

De acuerdo a (Behal, 2010), se dice que los errores  $e(t), r(t)$  son global asintóticamente estables.

Por tanto, de (26) se desarrolla la ley de control que llevará a seguimiento de trayectoria deseada al sistema acoplado MI-Robot en el espacio operacional o de trabajo, como:

$$B_i\Lambda_i = Y\phi + K r + J^T e. \quad (27)$$

**Pruebas y resultados**

Para probar el enfoque de seguimiento de trayectoria (27), se utilizó la plataforma de Simulink® del software Matlab®, con la codificación de S-Function level-2.

Los parámetros de los robots manipuladores se tomaron de las hojas de datos del modelo BOSH® SR-8. Es un robot manipulador tipo SCARA con  $i = 4$  articulaciones. Estos parámetros se muestran en la Tabla 1. En la Tabla 2 se aprecian los datos del fabricante de los motores de inducción.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$l_1$	0.43 m	$m_1$	15 kg	$I_1$	0.2313 kg · m <sup>2</sup>
$l_2$	0.37 m	$m_2$	12 kg	$I_2$	0.13704 kg · m <sup>2</sup>
$l_{c1}$	0.215 m	$m_3$	3 kg	$I_3 = I_4$	0.10074 kg · m <sup>2</sup>
$l_{c2}$	0.185 m	$m_4$	3 kg	$g$	9.81 $\frac{m}{s^2}$

**Tabla 1.** Parámetros del robot SCARA, BOSH®-SR8.

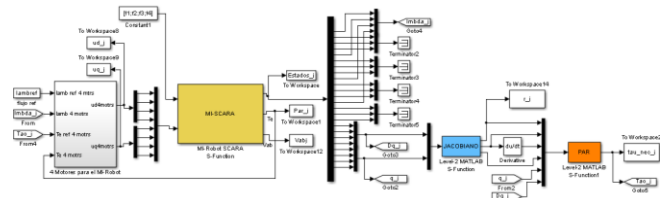
Los MI tuvieron la misma referencia de los enlaces de flujo  $\lambda_{ref} = 0.4 Wb$ , tomada de (Ibrahim, 2015).

Las ganancias se establecieron como:  $K_{d1} = diag[2000]$ ,  $K_{d2} = diag[8000]$ ,  $K_{q3} = diag[150]$ ,  $K_{q4} = diag[150]$ ,  $K = diag[30]$ ,  $\alpha = diag[200]$ .

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
Potencia	200 W	Polos	4
Velocidad	1732 rpm	Voltaje	220V-3 Fases
$R_s$	1.77 $\Omega$	$R_r$	1.34 $\Omega$
$L_{ls}$	0.024 H	$L_m$	0.245 H
$L_{lr}$	0.013 H	$J$	0.025 kg · m <sup>2</sup>

**Tabla 2.** Parámetros del Motor de Inducción.

El esquema de simulación es presentado en la Figura 1.



**Figura 1.** Esquema de simulación del seguimiento de trayectoria del MI-Robot en el espacio operacional.

La trayectoria deseada en el espacio operacional o de trabajo es descrita por la expresión:

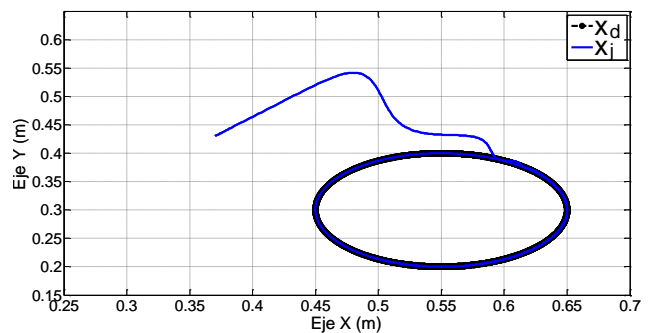
$$x_d(t) = \begin{bmatrix} 0.55 + 0.1\text{sen}(2t) \\ 0.3 + 0.1\text{cos}(2t) \\ 0.08t \end{bmatrix} m. \quad (28)$$

La posición inicial en el espacio operacional del sistema acoplado MI-Robot es puesta a:

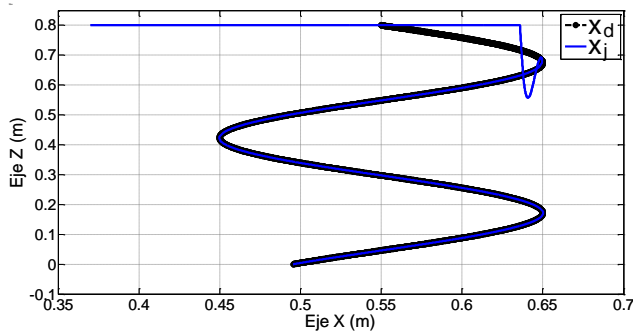
$$x_i(0) = \begin{bmatrix} 0.37 \\ 0.43 \\ 0 \end{bmatrix} m. \quad (29)$$

En la Figura 2 se muestra la vista en el plano  $x - y$  del seguimiento de trayectoria en el espacio operacional del MI-Robot.

En la Figura 3 se aprecia la vista en el plano  $x - z$ . En línea de color negro se describe la trayectoria deseada. La línea de color azul se utiliza para la trayectoria del MI-Robot.



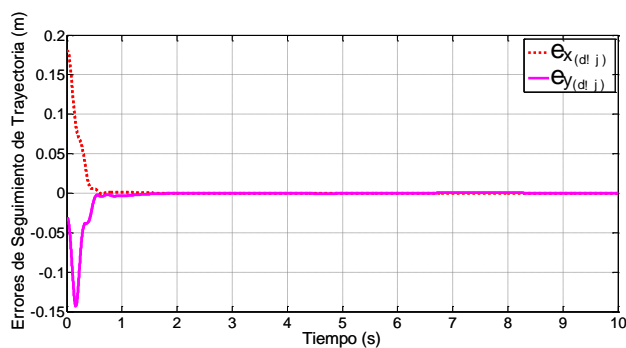
**Figura 2.** Seguimiento de trayectoria en el espacio operacional del MI-Robot. Plano x-y.



**Figura 3.** Seguimiento de trayectoria en el espacio operacional del MI-Robot. Plano x-z

El error de seguimiento de trayectoria se muestra en la Figura 4. Con línea punteada de color rojo se describe el error en la coordenada  $x$ .

En color magenta, se representa el error en la coordenada  $y$ .



**Figura 4.** Error del seguimiento de trayectoria en el espacio operacional del MI-Robot. En las coordenadas  $x$ ,  $y$ .

## Conclusiones

Se ha diseñado la ley de control para seguimiento de trayectoria en el espacio operacional o de trabajo, a diferencia del espacio de articulación como en los trabajos anteriores, de un robot manipulador actuado completamente por motores de inducción trifásicos.

La ley de control en base a la metodología de Lyapunov, se probó en simulación a través de la dinámica de un robot SCARA de 4 grados de libertad.

Los resultados mostraron que el controlador logra el objetivo de seguir la trayectoria deseada en el espacio operacional o de trabajo en un tiempo finito, manteniendo una convergencia global y asintótica de los errores de seguimiento de trayectoria en su respuesta en lazo cerrado.

## Referencias

Behal et al. 2010] A. Behal, W. Dixon, D. Dowson y B. Xian, "Lyapunov-Based Control of Robotic Sysmtes", CRC Press. 2010.

Diniz et al. 2012. E. Diniz, A. Júnior, D. Honório y otros, "An elbow planar manipulator driven by induction motors using sliding mode control for current loop". Control and Cybernetics, vol. 41, No. 2, pp. 395-413, 2012.

Guerrero y Tang, 2001. G. Guerrero y Y. Tang, "Motion control of rigid robots driven by current-fed induction motors". Mechatronics, vol. 11, pp. 13-25, 2001.

Hsu y Fu, 2005] S. Hsu y L. Fu, "Adaptive decentralized control of robot manipulators driven by current-fed induction motors". Mechatronics, IEEE/ASME Transactions, vol.10, no.4, pp. 465-468, 2005.

Hu et al. 1996. J. Hu, D.M. Dawson, Y. Qian, "Position tracking control for robot manipulators driven by induction motors without flux measurements". Robotics and Automation, IEEE Transactions, vol.12, no.3, pp. 419-438, 1996.

Ibrahim, 2015. S. Ibrahim, N. Faris, E. Elzahab, "Implementation of fuzzy modeling system for faults detection and diagnosis in three phase induction motor drive system". Journal of Electrical Systems and Information Technology, vol. 2, No. 1, pp. 27-46, 2015.

Marino et al. 2010. R. Marino, S. Peresada y P. Valigi. "Induction motor control design". Springer Science & Business Media. 2010.

Rodriguez-Angeles y Nijmeijer, 2004. A. Rodriguez-Angeles y H. Nijmeijer (2004), "Mutual Synchronization of Robots via Estimated State Feedback: A Cooperative Approach", IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 12, No. 4, pp. 542 – 554, 2004.

Seleme, 1999. I. Seleme, "Robot Motion Control with Induction Motors". Proceedings of the 38th Conference on Decision & Control, Phoenix, Arizona USA, December 1999, pp. 347-352.



## Diseño de un absorbente pendular para una estructura tipo edificio

FLORES-SANCHEZ, Diego Armando†, ABUNDIS-FONG, Hugo Francisco & ZAMORA-CAMPOS, Luis Alberto.

*Universidad Politécnica de Pachuca  
Instituto Tecnológico de La Laguna*

Recibido 3 de Septiembre, 2017; Aceptado 8 de Diciembre, 2017

### Resumen

El objetivo de este trabajo es el control de las oscilaciones en una estructura tipo edificio en condiciones de resonancia, donde el daño al sistema es significativo. El control de las oscilaciones en la estructura se realiza con un absorbente pasivo/activo tipo pendular, cuya dinámica del sistema se analiza para dos configuraciones diferentes, péndulo con rotación en el plano vertical y péndulo con rotación en el plano horizontal, para una estructura tipo edificio discretizada en un grado de libertad. Como primer paso se obtiene la frecuencia natural, modelando la estructura como un sistema masa resorte, posteriormente se obtiene el modelo de la estructura con el absorbente de vibraciones para las dos configuraciones. Con los datos obtenidos se calcula la longitud del péndulo para que atenúe las oscilaciones del sistema primario. Finalmente, se comparan las respuestas dinámicas de la estructura bajo las dos configuraciones implementadas del absorbente.

**Absorción pasiva/activa de vibraciones, Absorbente pendular, Resonancia primaria.**

### Abstract

The objective of this work is the control of the oscillations in a building-like structure under resonance conditions, where the damage to the system is probable. The control of the oscillations in the primary system is performed with a pendulum absorber. The dynamic of the system is analyzed under two different configurations, pendulum with rotation in vertical plane and pendulum with rotation in horizontal plane, for a building-like structure with one floor. As a first step the natural frequency is obtained by modeling the structure as a spring mass system, then the model of the structure is obtained with the vibration absorber in both configurations. With the data obtained the length of the pendulum is calculated to dissipate the energy supplied to the primary system. Finally, the dynamic responses of the structure are compared for the two configurations of the absorber.

**Passive/active Vibration absorption, Pendulum absorber, Primary resonance.**

**Citación:** FLORES-SANCHEZ, Diego Armando†, ABUNDIS-FONG, Hugo Francisco & ZAMORA-CAMPOS, Luis Alberto. Diseño de un absorbente pendular para una estructura tipo edificio. Revista del Diseño Innovativo. 2017 1-1: 10-20

\*Correspondencia al Autor Correo Electrónico: diego@micorreo.upp.edu.mx

† Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

El control de vibraciones ha sido importante durante varias décadas y se han presentado muchos dispositivos capaces de atenuar las oscilaciones en estructuras (Guo & Chen, 2007). Mediante la adición de un sistema vibratorio extra al sistema primario con rigidez y amortiguación adecuadas, la respuesta de la estructura principal podría disminuir significativamente durante la excitación externa, como sismos o cargas debidas al viento (Roffel y Narasimhan, 2014).

Una forma común de abordar el problema de control de vibraciones se lleva a cabo mediante técnicas pasivas (lineales o no lineales) aprovechando las propiedades físicas del propio sistema, donde el enfoque de la ingeniería para evitar los efectos indeseables producidos por las vibraciones es modificar, principalmente, las propiedades de masa, rigidez y amortiguamiento con respecto a la configuración inicial de la estructura.

Dentro del enfoque de control pasivo lineal, uno de los dispositivos ampliamente utilizados es el amortiguador de masa sintonizada (TMD, por sus siglas en inglés) (Sakr, 2015), “que es ampliamente utilizado por sus propiedades tales como eficacia, fiabilidad y bajo costo, con aplicaciones tales como maquinaria y estructuras civiles” (Sakr, 2015). El TMD fue estudiado a principios del siglo pasado desde que su conceptualización fue aplicada por primera vez por Frahm (Rao, 2011) (Habib y Kerschen, 2016) en 1909 para reducir el movimiento de balanceo de los buques, así como las vibraciones del casco de la nave.

Después de un mayor desarrollo en su comportamiento dinámico, el TMD se utilizó para controlar la respuesta estructural en diferentes campos, además, en (1928) Ormondroyd y Den Hartog (Ormondroyd, J. y Den Hartog, J.P, 1947) encontraron que un TMD con elemento amortiguador puede suprimir la amplitud del sistema primario en un rango de frecuencia más amplio, seguido por una discusión detallada de la optimización que ajusta los parámetros de amortiguamiento.

Los TMD se introdujeron en aplicaciones prácticas de ingeniería civil en los años setenta. Los primeros grandes edificios con un TMD en los Estados Unidos de América fueron la John Hancock Tower en Boston, MA, completada en 1975 y el Citicorp Center en Nueva York, completado en 1976 (Ricciardelli, Occhiuzzi, y Clemente, 2000). En ambos casos los dispositivos estaban dirigidos a mitigar la respuesta inducida por la acción del viento. Entre las estructuras más recientes que utilizan un TMD para el control de vibraciones se encuentra el Shanghai World Finance Center en Shanghai, (2008). El TMD de 660 toneladas instalado en la parte superior de la Torre Taipei 101 en Taiwán (2004) se considera como el TMD más grande y más conocido (Connor y Nepf, 2012).

Los TMDs se utilizan en los edificios no sólo para controlar la respuesta dinámica en cargas laterales, sino también para mitigar el comportamiento de torsión de los edificios con acoplamiento torsional significativo (Jangid, 1997). En la teoría clásica del TMD la estructura primaria es modelada como una estructura masa resorte, sin embargo, otros modelos también son de mucho interés en la investigación y en las aplicaciones de ingeniería (Anh, Matsuhisa, Viet, y Yasuda, 2007).

Por otro lado, el estudio del control pasivo de vibraciones utilizando dispositivos no lineales es un tema interesante debido a los fenómenos que pueden ocurrir y que no suceden en su contraparte lineal (Kerschen et al, 2006). Existe una clase especial de absorbentes de vibraciones no lineales llamados absorbentes autoparamétricos los cuales se caracterizan por un acoplamiento interno no lineal que involucra la interacción dinámica de al menos dos modos de vibración.

Esta condición resulta en la transferencia de energía de un modo a otro. Desde el trabajo pionero realizado en este tipo de dispositivos (Haxton y Barr, 1972) varios investigadores han estudiado las características dinámicas presentes cuando éstos se sintonizan a un sistema primario. Desde el punto de vista de control pasivo, los absorbentes autoparamétricos han sido diseñados para mitigar vibraciones resonantes. Cartmell Y Roberts (Cartmell y Roberts, 1988) ilustran las respuestas altamente complejas que se pueden presentar en dos vigas en voladizo acopladas entre ellas cuando existen dos resonancias internas muy próximas entre sí.

La respuesta dinámica de un sistema formado por una viga con masa en el extremo y péndulo acoplado sometido a excitación armónica fue investigada por Cuvalci y Ertas (Cuvalci y Ertas, 1996) trabajo en el que se desarrollan las ecuaciones de movimiento no lineales para investigar la interacción autoparamétrica entre los modos dominantes del sistema. Recientemente, se han estudiado las características no lineales generales de un sistema autoparamétrico, en las que dependiendo la aplicación de dicho sistema el comportamiento dinámico complejo puede ser tratado o evitado (Yan, 2017).

Un absorbente pendular pasivo/activo es considerado en este trabajo para dos configuraciones diferentes, rotación en el plano vertical y rotación en el plano horizontal.

El propósito de este análisis es estudiar y comparar la respuesta dinámica de una estructura tipo edificio con un sólo piso para las configuraciones antes mencionadas. Se muestra que con una selección cuidadosa de parámetros se puede lograr una gran disminución de la amplitud de oscilación de la estructura. Por último, se mencionan las conclusiones acerca de las ventajas y desventajas de ambos esquemas de absorción de vibración.

### Desarrollo

El sistema primario simula una estructura tipo edificio de un piso con masa  $m_1$ , soportada por cuatro columnas flexibles con rigidez equivalente  $k_{eq} = 4 * 12EI/L^3$  (Bottega, 2006). Sobre el sistema primario se coloca un absorbente de vibraciones tipo pendular con masa  $m_2$  y longitud  $l$ , para dos configuraciones diferentes.

En la primera configuración el absorbente de vibraciones, también llamado sistema secundario, se acopla de tal manera que su dinámica suceda en un plano vertical, lo cual tiene como consecuencia que los efectos gravitatorios asociados a la masa del péndulo  $m_2$  deban ser considerados (figura 1). Esta configuración del absorbente pendular es bien conocida en la literatura de dinámica estructural ya que su comportamiento emula al de un absorbente clásico de vibraciones tipo amortiguador de masa sintonizado (TMD, por sus siglas en inglés). (Korenev, 1993)

La segunda configuración consiste en restringir la dinámica del sistema secundario en un plano horizontal (i.e., los efectos gravitatorios son despreciados).

Es importante mencionar que esta configuración equivale a tener un absorbente de vibraciones no lineal de tipo autoparamétrico, bajo la cual, se pueden llegar a producir una serie de fenómenos complejos que no acontecen en su contraparte lineal (figura 2).

En ambas configuraciones, la excitación proporcionada al sistema primario se considera en la base de la estructura y es de tipo armónica, de la forma  $F(t) = F_0 \text{sen}(\Omega t)$ , donde la frecuencia de excitación  $\Omega$  es igual al valor de la primera frecuencia natural del sistema primario en modo a flexión, esta es  $\Omega \approx (k_{eq}/(m_1 + m_2))^{0.5}$ , por lo tanto ambos esquemas de absorción pasiva se desarrollan para atenuar las vibraciones resonantes de la estructura tipo edificio.

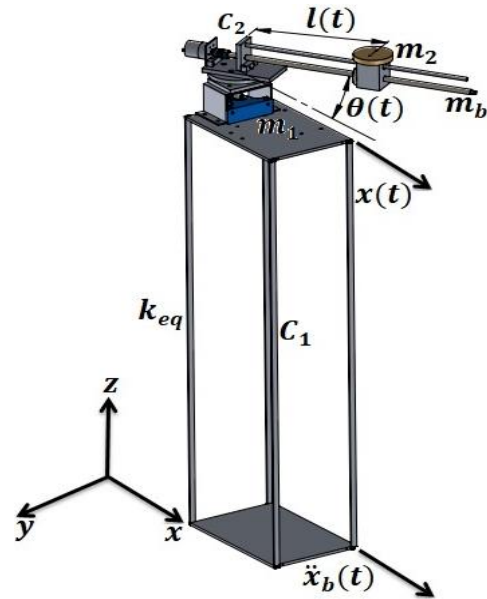


Figura 2. Estructura con péndulo horizontal  
Fuente: Diseño realizado en SolidWorks.

Primera configuración

Las ecuaciones que rigen la dinámica del sistema discretizado en dos grados de libertad formado por la estructura tipo edificio y el absorbente pendular pasivo se obtiene usando el formulismo de Euler-Lagrange.

Si se considera que la dinámica del sistema secundario acontece en un plano vertical (ver Figura 1), la energía cinética y potencial del sistema están dadas por (1) y (2) respectivamente.

$$T = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_b \dot{x}^2 + m_b \dot{x} l_b \dot{\theta} \cos\theta + \frac{1}{2} m_b l_b^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m_2 l^2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{l}^2 + m_2 \dot{x} l \text{sen}\theta + m_2 \dot{x} l \theta \text{cos}\theta \tag{1}$$

$$V = \frac{1}{2} kx^2 + m_b g l_b + mgl - m_b g l_b \text{cos}\theta - mgl \text{cos}\theta \tag{2}$$

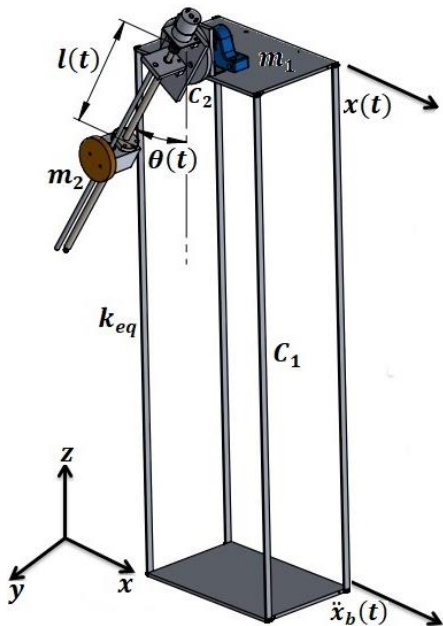


Figura 1. Estructura con péndulo vertical  
Fuente: Diseño realizado en SolidWorks.

Las ecuaciones rectoras de la dinámica del sistema se obtienen calculando el *Lagrangiano*  $L = T - V$ , y desarrollando las ecuaciones de *Euler-Lagrange*, se consideran oscilaciones pequeñas, esto es,  $\sin\theta \approx \theta$  y  $\cos\theta \approx 1$ , amortiguamiento viscoso en cada grado de libertad ( $c_1$  y  $c_2$ ) y una fuerza externa debido al movimiento de la base, dando como resultado

$$(m_1 + m_b + m_2)\ddot{x} + (m_b l_b + m_2 l)\ddot{\theta} + c_1 \dot{x} + kx = F_0 \quad (3)$$

$$(m_b l_b + m_2 l)\ddot{x} + (J + m_2 l^2 + m_b l_b^2)\ddot{\theta} + c_2 \dot{\theta} + (m_b g l_b + m_2 g l)\theta = 0 \quad (4)$$

Donde  $x$  y  $\theta$  denotan el movimiento longitudinal del piso del sistema primario y el desplazamiento angular del absorbente pasivo implementado, respectivamente.

### Segunda configuración

Cuando el sistema secundario se implementa para que trabaje como absorbente autoparamétrico las ecuaciones que rigen la dinámica del sistema son

$$(m_1 + m_b + m_2)\ddot{x} - (ml + 0.5m_b l_b)\ddot{\theta} \sin\theta + c_1 \dot{x} - (ml + 0.5m_b l_b)\dot{\theta}^2 \cos\theta + kx = F(t) \quad (5)$$

$$\left(\frac{7}{12}m_b l_b^2 + ml^2\right)\ddot{\theta} - (ml + 0.5m_b l_b)\ddot{x} \sin\theta + c_2 \dot{\theta} + k_t \theta = u(t) \quad (6)$$

Es importante notar el acoplamiento altamente no lineal presente en las ecuaciones anteriores.

En esencia, el absorbente pendular con dinámica en plano horizontal, está inercialmente acoplado al piso del sistema primario de tal manera que una sintonización apropiada permita una condición autoparamétrica (operación no lineal de dos modos de vibración) donde la respuesta ante una excitación armónica resonante puede ser atenuada, además el sistema es subactuado y la salida a controlar  $x$  no es controlable con la entrada  $u$  exactamente en los puntos de equilibrio de interés, sin embargo, la posición de la masa  $m$  si es controlable desde  $u$  y por lo tanto se propone en esquema de control prealimentado y realimentado para controlar indirectamente la respuesta en estado estable del sistema primario.

### Control pasivo de vibraciones

El control de vibraciones en sistema mecánicos trata sobre la cancelación o atenuación de las oscilaciones presentes en el sistema. De la teoría de dinámica estructural se sabe que una de las maneras de lograr dicho objetivo es por medio del control pasivo (Korenev, 1993) de vibraciones, en el cual se modifica la estructura física del sistema empleando técnicas de amortiguamiento pasivo, es decir, agregando masa, rigidez o amortiguamiento. Este método es efectivo para frecuencias específicas y condiciones de operación estable, teniendo como desventaja que no es robusto ante frecuencias variables e incertidumbre en los parámetros, además, el rediseño del sistema puede implicar costos más elevados.

A continuación, se presentan las condiciones de sintonización de ambos esquemas de absorción de vibraciones en modalidad pasiva para después llevar a cabo las simulaciones pertinentes y realizar la comparación del desempeño dinámico entre ambas configuraciones del absorbente pendular acoplado a la estructura tipo edificio.

**Absorbente Pendular (Configuración Tmd)**

$m_1$	Masa del piso	2.5 kg
$m_b$	Masa de la barra del péndulo	0.01 kg
$m_2$	Masa del péndulo	0.5 kg
$k_{eq}$	Rigidez equivalente de las columnas	113.8133 N/m
$l$	Longitud del péndulo	0.2586 m
$l_b$	Longitud del centro de gravedad de la barra del péndulo al eje de rotación	0.25 m
$g$	Aceleración debido a la gravedad	9.81 m/s <sup>2</sup>
$E$	Módulo de elasticidad del aluminio	70 GPa
$I$	Segundo momento de inercia	3.3873x10 <sup>-11</sup> m <sup>4</sup>
$b$	Base de la solera	0.0127 m
$h$	Altura de la solera	0.003175 m
$L$	Longitud de las columnas	1 m
$c_1$	Amortiguamiento sistema primario	1.5 Ns/m
$c_2$	Amortiguamiento sistema secundario	0.045 Nms/rad
$\Omega$	Frecuencia circular forzada	6.1594 rad/s
$F_0$	Fuerza de excitación	1.5 N

**Tabla 1:** Parámetros de la estructura y absorbente péndular en configuración TMD y autoparamétrico.

Fuente: Parámetros mecánicos obtenidos en SolidWorks.

El diseño del absorbente pendular configurado como un absorbente clásico de vibraciones (TMD) implementado sobre el sistema primario para atenuar su primer modo a flexión, se puede realizar de la siguiente forma:

- Se calcula los parámetros principales del sistema secundario, es decir, masa ( $m_2$ ) y longitud ( $l$ ) de tal forma que su frecuencia natural desacoplada coincida con la frecuencia natural del sistema primario, i.e.,

$$\omega_{abs} = \sqrt{g/l} \cong \omega_n \quad (7)$$

- Debido a que en el presente trabajo el sistema secundario es un péndulo, su masa ( $m_2$ ) no influye en el cálculo de su frecuencia natural, sin embargo, ésta no deja de ser un parámetro de diseño debido a que debe de tener en valor congruente en comparación con la masa del sistema primario ( $m_1$ ).
- Se selecciona un valor apropiado de amortiguamiento viscoso ( $c_2$ ) con el fin de garantizar estabilidad asintótica y cierta robustez ante pequeños cambios en la frecuencia de excitación ( $\Omega$ )

**Absorbente pendular (configuración autoparamétrico)**

Para garantizar la interacción autoparamétrica (absorción de vibración) entre el sistema primario y el sistema secundario, se deben de satisfacer las siguientes relaciones de frecuencia, las cuales son conocidas como condiciones de sintonización externa e interna, respectivamente.

$$\Omega = \omega_n \quad (8)$$

$$\omega_n = 2\omega_{abs} \quad (9)$$

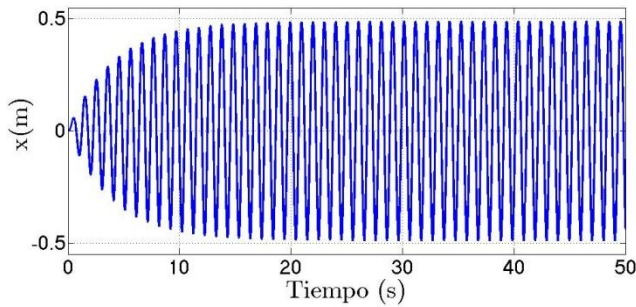
Donde  $\Omega$  es la frecuencia de excitación en el movimiento de la base,  $\omega_n$  es la frecuencia natural del sistema primario y  $\omega_{abs}$  es la frecuencia natural del absorbente pendular.

**Resultados en simulación**

Los parámetros considerados del sistema completo se muestran en la tabla 1.

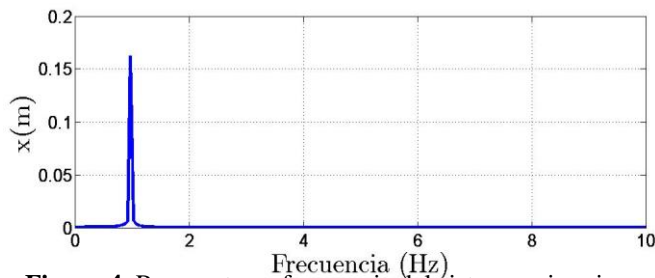
Tomando los valores de la tabla 1 y considerando una excitación sinusoidal en la base de la estructura de frecuencia  $\Omega$ , y condiciones iniciales  $x(0) = 0$  m y  $\dot{x} = 0$  m/s, se obtiene la figura 3, en la cual se aprecia la respuesta en el dominio del tiempo del sistema primario sin absorbente, obteniendo un valor máximo de 0.5m.

En la plataforma física la amplitud estará restringida por las propiedades físicas de los componentes.



**Figura 3.** Sistema primario sin absorbente  
Fuente: Simulación realizada en Matlab.

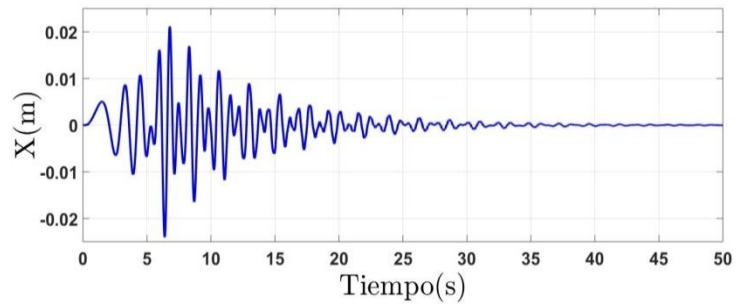
La figura 4 muestra la respuesta en el dominio de la frecuencia del sistema primario sin absorbente, ante una excitación sinusoidal en la base del sistema.



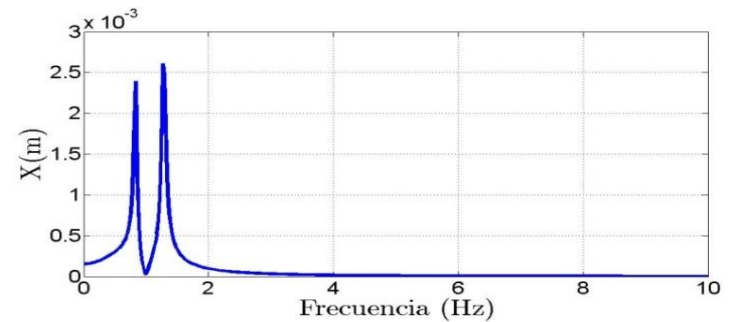
**Figura 4.** Respuesta en frecuencia del sistema primario sin absorbente  
Fuente: Simulación realizada en Matlab.

Para simular un excitación sísmica el sistema es sometido a un barrido sinusoidal de 0 a 5 hz y condiciones iniciales  $x(0) = 0 m$ ,  $\dot{x} = 0 m/s$ ,  $\theta = 0 rad$  y  $\dot{\theta}(0) = -0.037669 rad/s$ , que es la sincronización de fase para la sintonización exacta del péndulo, en la figura 5 se observa como la amplitud de oscilación de la masa del edificio es mucho menor que la mostrada en la figura 3, esto debido a la acción del absorbente pendular en la estructura.

En la figura 6 se muestra la respuesta en frecuencia de la estructura con absorbente pendular, se puede observar como la amplitud de oscilación de la masa de la estructura decrece en 1 Hz, frecuencia a la cual el TMD fue sintonizado.



**Figura 5.** Sistema primario con absorbente en plano horizontal  
Fuente: Simulación realizada en Matlab.



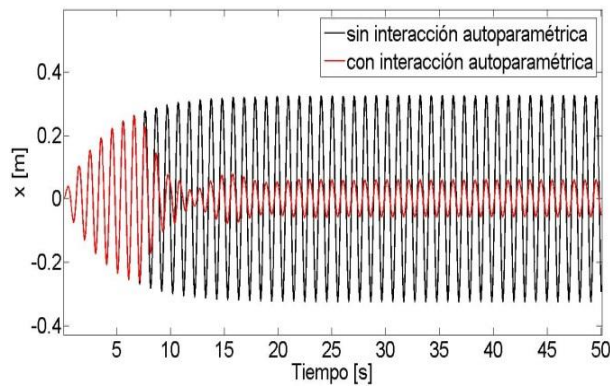
**Figura 1.** Respuesta en frecuencia del sistema primario con absorbente en plano horizontal  
Fuente: Simulación realizada en Matlab.

En la Figura 7 se muestra la respuesta dinámica del sistema primario sin y con interacción autoparamétrica. Es evidente que el absorbente autoparamétrico disipa en gran medida la energía suministrada externamente al sistema primario bajo la condición resonante. Si bien es cierto que bajo este esquema de absorción existe la interacción dinámica entre dos modos de vibración, su función de respuesta frecuencial no se ve alterada debido al tipo de acoplamiento no lineal que se presenta en la dinámica del mismo, es decir, el espectro de la señal obtenida mediante la FFT es exactamente igual a la presentada en la Figura 4.

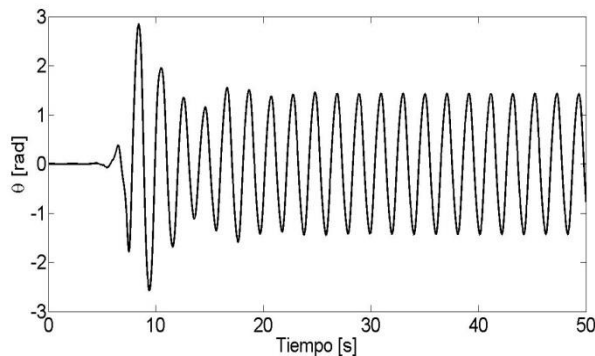
La respuesta dinámica del absorbente pendular en configuración autoparamétrica se muestra en la Fig. 8 la cual muestra amplitudes en estado estable ligeramente mayores a 1 rad.

**Control activo de vibraciones (caso autoparamétrico)**

En caso de que la frecuencia de excitación  $\Omega$  en el movimiento de la base  $z(t)$  sea desconocida o variante en el tiempo, el absorbente autoparamétrico tipo pendular ya no será capaz de atenuar la respuesta del sistema primario. Sin embargo, cuando la frecuencia de excitación cambia de tal forma que  $\Omega \neq \omega_n$ ,



**Figura 7.** Sistema primario sin y con absorbente autoparamétrico  
Fuente: Simulación realizada en Matlab.



**Figura 8.** Respuesta temporal del sistema secundario con interacción autoparamétrica.  
Fuente: Simulación realizada en Matlab.

Todavía sería posible satisfacer la condición interna de sintonización  $\omega_n = 2\omega_{abs}$  para lograr la absorción de vibraciones en la estructura tipo edificio. Esto se puede lograr implementando una adecuada ley de control sobre un servomecanismo para modificar a conveniencia la longitud efectiva del péndulo y de esta forma cambiar el valor de su frecuencia natural.

El objetivo del control activo de vibraciones sobre la estructura tipo edificio utilizando un absorbente autoparamétrico tipo pendular se puede plantear de forma general de la siguiente manera:

- Dada una frecuencia de excitación  $\Omega$ , se calcula la longitud óptima del péndulo  $l^*(\Omega)$ , la cual minimiza la amplitud en estado estable de la estructura tipo edificio ( $a$ ), es decir,

$$\min_{l_{min} \leq l \leq l_{max}} |a(\Omega, l)| \tag{10}$$

Donde  $a(\Omega, l)$  denota la amplitud en estado estable parametrizada en términos de  $\Omega$  y  $l$  para un intervalo cerrado  $[l_{min}, l_{max}]$  asociado a las limitaciones físicas del servomecanismo diseñado. Esta solución se calcula numéricamente.

- Con el conocimiento de la longitud óptima del péndulo  $l^*(\Omega)$  se sintetiza una adecuada ley de control prealimentada en la frecuencia y retroalimentada en los estados del sistema, con la cual la ecuación (9) se satisface.

$$u(t) = f(\ddot{x}, \theta, \dot{\theta}) + k_p e + k_d \dot{e} + \int_0^t e(\tau) d\tau \tag{11}$$

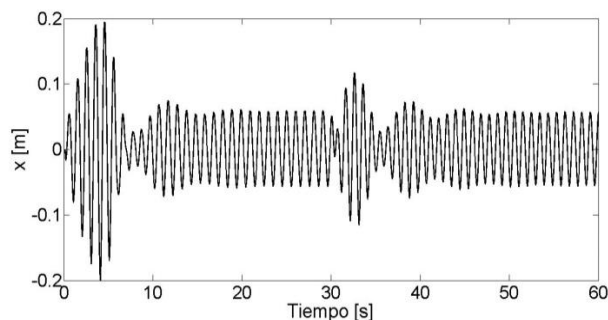


Una vez que la ley de control (11) se implementa, la dinámica del sistema completo converge al caso de absorción pasiva de vibraciones y, por lo tanto, el esfuerzo de control es pequeño comparado con un enfoque de control activo completo.

### Resultados en simulación

Con el objetivo de mostrar el desempeño dinámico del absorbente autoparamétrico pasivo/activo tipo pendular cuando la frecuencia de excitación cambia de valor, usamos los parámetros de la tabla 1. Los valores de las condiciones iniciales correspondientes son  $x(0) = 0 \text{ m}$ ,  $\dot{x} = 0 \text{ m/s}$ ,  $\theta = 0.087 \text{ rad}$  y  $\dot{\theta}(0) = 0 \text{ rad/s}$ . Es importante mencionar que para que el absorbedor autoparamétrico se sintonice, es necesario perturbarlo en al menos en una de sus condiciones iniciales.

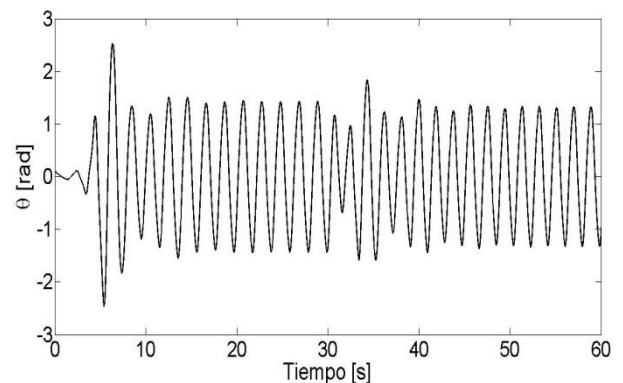
En la Fig. 9 se muestra el comportamiento dinámico de la estructura tipo edificio con la ley de control descrita en (11). Antes de los 30s el sistema trabaja en forma pasiva (i.e.,  $u=0$ ) con frecuencia de excitación  $\Omega = \omega_n$  y  $\omega_{abs} = 0.5\omega_n$ . En  $t=30s$  la frecuencia de excitación se incrementa a  $\Omega = 6.3594 \text{ rad/s}$  ( $\varepsilon\rho_1 = 0.2 \text{ rad/s}$ ). Se puede observar que después de un periodo transitorio cercano a 15s el sistema primario mantiene amplitudes pequeñas en estado estable.



**Figura 9.** Respuesta temporal del sistema primario con interacción autoparamétrica y control activo.

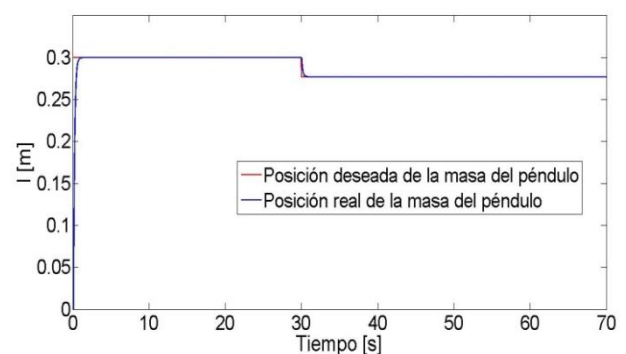
*Fuente: Simulación realizada en Matlab.*

La respuesta dinámica del absorbente pasivo/activo tipo autoparamétrico se muestra en la Figura 9. Es evidente que el absorbente no lineal se mantiene sintonizado aún ante el cambio en la frecuencia de excitación. La Figura 10 muestra el comportamiento temporal del absorbedor activo. La Figura 11 muestra la posición que sigue la masa del péndulo con la ley de control representada en (11), donde se muestra que el error es muy pequeño.



**Figura 10.** Respuesta temporal del sistema secundario con interacción autoparamétrica y control activo.

*Fuente: Simulación realizada en Matlab.*



**Figura 11.** Posición de la masa del sistema secundario con el enfoque activo de vibraciones

*Fuente: Simulación realizada en Matlab.*

## Conclusiones

En este artículo hemos desarrollado una comparación teórica-numérica relacionada con el control pasivo/activo de vibraciones en una estructura tipo edificio de un piso usando un absorbente pendular implementado en dos configuraciones diferentes.

En términos generales, se puede concluir que el absorbente pendular tipo autoparamétrico es particularmente eficaz en sistemas sometidos a frecuencias de excitación de banda ancha cuando es necesario reducir las condiciones específicas de resonancia. De hecho, el absorbente autoparamétrico sólo funciona en su frecuencia de sintonización y no da lugar a grandes amplitudes o condiciones de resonancia a diferentes frecuencias, en contraste con el absorbente pendular configurado como TMD, el cual está adecuadamente sintonizado en su frecuencia de diseño (antiresonancia) pero proporciona otras resonancias a otras frecuencias, no obstante, tiene la ventaja de que el tiempo de sintonización es menor comparado con el caso autoparamétrico.

El trabajo a futuro se centrará en validar los resultados sobre una plataforma experimental completamente diseñada y construida para este propósito, además, de generalizar la sintonización de un absorbente de vibraciones para una estructura tipo edificio de  $n$  grados de libertad usando análisis modal.

## Referencias

Anh, N. D., Matsuhisa, H., Viet, L. D., & Yasuda, M. (2007). Vibration control of an inverted pendulum type structure by passive mass-spring-pendulum dynamic vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 307(1–2), 187–201. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.06.060>

Bottega, W. J. (2006). *Engineering Vibrations* (1st ed.). New York and London: CRC Press.

Cartmell, M. P., y Roberts, J. W. (1988). Simultaneous combination resonances in an autoparametrically resonant system. *Journal of Sound and Vibration*, 123(1), 81–101. [https://doi.org/10.1016/S0022-460X\(88\)80080-4](https://doi.org/10.1016/S0022-460X(88)80080-4)

Connor, J. J., y Nepf, V. M. (2012). Effects of a Tuned Mass Damper on Wind-Induced Motions in Tall Buildings. Massachusetts Institute of Technology: Tesis de maestría.

Cuvalci, O., y Ertas, A. (1996). Pendulum as Vibration Absorber for Flexible Structures: Experiments and Theory. *Journal of Vibration and Acoustics*, 118(4), 558–566. <https://doi.org/10.1115/1.2888335>

Guo, Y. Q., y Chen, W. Q. (2007). Dynamic analysis of space structures with multiple tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 29(12), 3390–3403. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2007.09.004>

Habib, G., y Kerschen, G. (2016). A principle of similarity for nonlinear vibration absorbers. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 332(June), 1–8. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2016.06.001>

Haxton, R. S., y Barr, A. D. S. (1972). The Autoparametric Vibration Absorber. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 94(1), 119–125. <https://doi.org/10.1115/1.3428100>

Jangid, R. S. (1997). Performance of multiple tuned mass dampers for torsionally coupled system. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 26(August 1996), 307–317.

Kerschen, G., Worden, K., Vakakis, A.F. & Golinval, J.C. (2006) Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(3), 505–592.

Korenev, B.G., Reznikov, L.M. (1993). *Dynamic Vibration Absorber: Theory and Technical Applications*, John Wiley & Sons.,

Ormondroyd y Den Hartog (1947). The theory of the dynamic vibration absorber. *Transactions of ASME*, Vol. 50, 1928, p. APM-241.

Rao, S. S. (2011). *Mechanical Vibrations* (5th ed.). Pearson.

Ricciardelli, F., Occhiuzzi, A., y Clemente, P. (2000). Semi-active tuned mass damper control strategy for wind-excited structures. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 88(1), 57–74. [https://doi.org/10.1016/S0167-6105\(00\)00024-6](https://doi.org/10.1016/S0167-6105(00)00024-6)

Roffel, A. J., y Narasimhan, S. (2014). Extended Kalman filter for modal identification of structures equipped with a pendulum tuned mass damper. *Journal of Sound and Vibration*, 333(23), 6038–6056. <https://doi.org/10.1016/j.jsv.2014.06.030>

Sakr, T. A. (2015). Vibration control of buildings by using partial floor loads as multiple tuned mass dampers. *HBRC Journal*, 13(2), 133–144. <https://doi.org/10.1016/j.hbrcj.2015.04.004>

Yan, Z., Taha, H.E. y Tan, T. (2017). Nonlinear characteristics of an autoparametric vibration system. *Journal of Sound and Vibration*, 390(1), 1-22, 2017.

## Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco-stirling

AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.- PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier, HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh.

Recibido 2 de Septiembre, 2017; Aceptado 7 de Diciembre, 2017

### Resumen

Existe un interés creciente en el uso de fuentes de energía renovables para la generación de electricidad, como la biomasa y la solar como alternativas a los combustibles fósiles. El objetivo de esta trabajo es desarrollar un sistema de generación de electricidad a pequeña escala (impulsado por la energía solar) y económico, que utilice tecnologías existentes y robustas.

El diseño de un motor híbrido Stirling tipo beta, con base en el ciclo adiabático ideal y el intercambiador de calor simple es propuesto, tomando como base un generador a gasolina comercial. El sistema completo está diseñado para obtener niveles crecientes en la salida: 100, 300, 1000 Watts, además, el desarrollo de la sofisticación y la eficacia del motor de Stirling.

Por otra parte, se propone un control PID, con una entrada tipo escalón, debido a que el sistema varía de forma lenta cuando  $t \rightarrow \infty$ . Los algoritmos propuestos se verifican mediante la implementación en un modelo a escala del seguidor solar.

**Motor Stirling, Función de transferencia, Generador**

### Abstract

There is a growing interest in the use of renewable energy sources for the generation of electricity, such as solar and biomass as alternatives to fossil fuels. The objective of this work is to develop a system of small-scale electricity generation (solar-powered) and inexpensive, to use existing and robust technologies.

The design of a Stirling hybrid engine beta type, based on the ideal adiabatic cycle and simple heat exchanger is proposed, the basis are from a commercial gasoline generator. The complete system is designed for levels increased in the output: 100, 300, 1000 Watts, in addition, the development of sophistication and efficiency of the Stirling engine.

On the other hand, proposes a PID control with an input type, since the system varies slowly when  $t \rightarrow \infty$ . The proposed algorithms are verified through the implementation in a scale model of the solar Tracker.

**Engine Stirling, transfer function, generator**

**Citación:** AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.- PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier, HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh. Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco-stirling. Revista del Diseño Innovativo. 2017. 1-1:21-36

**Introducción**

En la actualidad existen pequeñas poblaciones en regiones alejadas de la civilización de difícil acceso en donde no es posible contar con una red eléctrica. Para solucionar este problema se desarrolló un modelo de motor Stirling basado en el modelo adiabático ideal y un intercambiador de calor simple.

**Sistema completo**

El sistema completo se muestra en la Figura 1. El disco parabólico recoge la radiación solar y la concentra en su punto focal en donde se encuentra el receptor solar el cual absorbe este calor derivado de la radiación solar para alimentar al sistema Motor Stirling-Generador eléctrico con este último se genera la energía eléctrica para ser acondicionada para el uso doméstico.

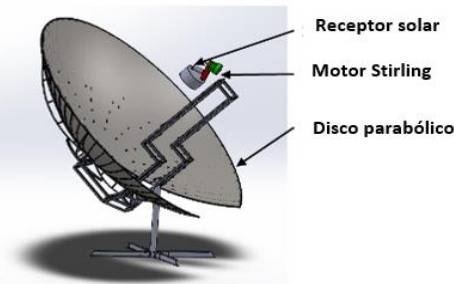


Figura 1. Sistema completo

**Motor Stirling**

Una patente del primer motor Stirling fue otorgada a Roberto Stirling, en 1816. El ciclo ideal de Stirling también satisface los requisitos de Carnot de reversibilidad y puede describirse con referencia a la Figura 2. Las posiciones de los pistones muestran los cuatro puntos de estado extremo del ciclo, como se observa en los diagramas presión-volumen y temperatura-entropía de la Figura 2.

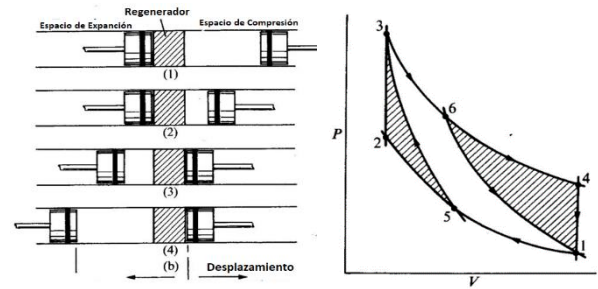


Figura 2. Ciclo Stirling

El proceso 1-2 es de compresión isotérmica, el 3-4 es de expansión isotérmica. Los procesos 2-3 y 4-1 son de desplazamiento de volumen constante, en los que el gas de trabajo pasa a través del regenerador.

**Configuraciones Mecánicas**

Las configuraciones mecánicas de motores Stirling se dividen generalmente en tres grupos, conocidos como los arreglos Alfa, Beta y Gamma, Kirkley (1962) [1]. Los motores Alpha tienen dos pistones en cilindros separados que están conectados en serie por un calentador, regenerador y enfriador. Los motores Beta así como los Gamma utilizan mecanismos desplazador-pistón. Sin embargo, el motor Beta tiene el desplazador y el pistón en el mismo cilindro, mientras que el motor Gamma utiliza cilindros separados (Figura 3).

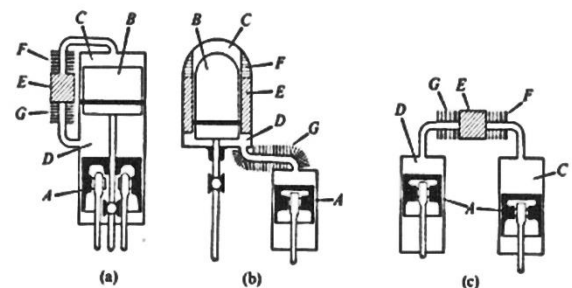


Figura 3. Clasificación de los motores del ciclo Stirling a) tipo alfa, b) tipo beta, y c) tipo gama, donde: a=piston, b=desplazador, c=espacio de expansión, d= espacio de compresión, e=regenerador, f=calentador y g=radiador

**Modelo del Motor Stirling**

El modelo que se emplea es el intercambiador de calor adiabático ideal (Urieli y Berchowitz, 1984) [2], debido a que los espacios de trabajo adiabáticos son más realistas para un motor bien aislado. El modelo se desarrolla aplicando la conservación de la masa y energía, además de una ecuación de estado a cada volumen de control finito que incluye: calor específico constante (usando un gas ideal), presión uniforme en un instante de tiempo y temperaturas constantes en el intercambiador de calor. Por otra parte, los volúmenes y sus cambios en los espacios de trabajo, considerados como diabáticos, se conocen como una función del ángulo del cigüeñal. La Figura 4 muestra el diseño del motor beta híbrido.

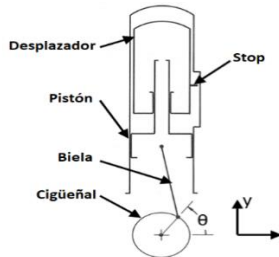


Figura 4. Bosquejo del motor híbrido beta

Las ecuaciones de movimiento del pistón son:

$$\theta_p = (L^2 - (R \cdot \cos \theta)^2)^{\frac{1}{2}} \tag{1}$$

$$y_p = R \cdot \sin \theta + \theta_p \tag{2}$$

$$v_p = R \cdot \cos \theta \cdot \left(1 + \frac{R \cdot \sin \theta}{\theta_p}\right) \tag{3}$$

Donde:

- $y_p$  = posición del pistón
- $v_p$  = velocidad del pistón (m / rad)
- $L$  = longitud de la biela
- $R$  = radio de manivela
- $\theta$  = ángulo del cigüeñal

Además, para determinar el movimiento del desplazador libre, las fuerzas y la segunda ley de Newton son consideradas. La Figura 5 muestra estas fuerzas.

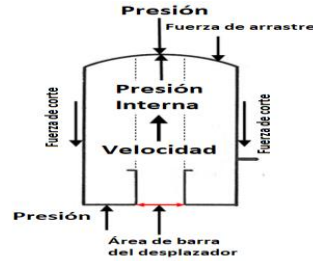


Figura 5. Fuerzas del Desplazador

Tres fuerzas son consideradas, la primera de corte, que actúa en ambos lados en dirección opuesta al movimiento; la segunda de arrastre de presión, que actúa sobre la superficie superior contraria al movimiento y la tercera es presión, en la parte inferior y superior del desplazador, sometido a la presión del espacio de trabajo.

Por lo tanto, la fuerza de presión neta controla el movimiento del desplazador, las ecuaciones de fuerza y movimiento están dadas por:

$$F_{presion} = -A_{rod} \cdot (P - P_d) \tag{4}$$

$$F_{corte} = \frac{2\pi L_d \mu (-v_d)}{\ln(D_d/D_{rod})} \tag{5}$$

$$F_{arrastre} = \frac{1}{2} C_d A_{rod} \rho |v_d| (-v_d) \tag{6}$$

$$a_d = \frac{(F_{presion} + F_{corte} + F_{arrastre})}{m_d \omega^2} \tag{7}$$

La aceleración, la velocidad y la posición se conocen a partir del ángulo del cigüeñal. La posición del desplazador y la velocidad al final del incremento se obtienen integrando la aceleración. Entonces, la aceleración para el siguiente incremento de tiempo se puede obtener utilizando la posición del desplazador, la velocidad y la presión. (Chen, 1989) [3]

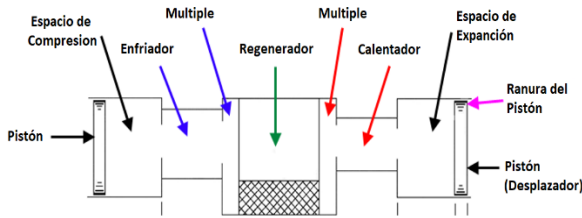


Figura 6: Bosquejo del motor híbrido beta

El motor se divide en ocho volúmenes de control finitos como se muestra en la Figura 6, con una distribución de la temperatura como en la Figura 7 y considerando las temperaturas  $T_k$  del enfriador y  $T_h$  del calentador como constantes; entonces la temperatura media del regenerador  $T_r$  está dada por la diferencia de temperatura media logarítmica de  $T_k$  y  $T_h$ .

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln(T_h/T_k)} \quad (8)$$

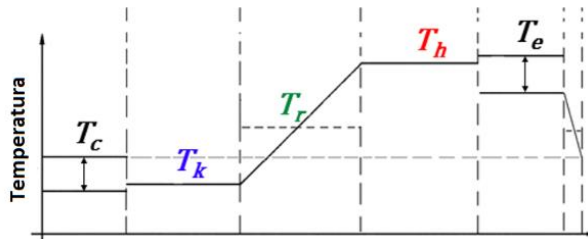


Figura 7. Distribución de temperatura de los volúmenes de control

Por otra parte, las temperaturas del espacio de compresión  $T_c$  y expansión  $T_e$  son variables; entonces la temperatura del hueco de apéndice  $T_a$  se supone constante y es la diferencia de temperatura media logarítmica  $T_e$  y  $T_c$ .

$$T_a = \frac{(T_e - T_c)}{\ln(T_e/T_c)} \quad (9)$$

La Figura 8 muestra un volumen de control que incluye el flujo masico de entrada y salida, transferencia de calor y trabajo límite ( $dW = P * dV$ ), note que la suma de las masas del gas en cada volumen es constante.

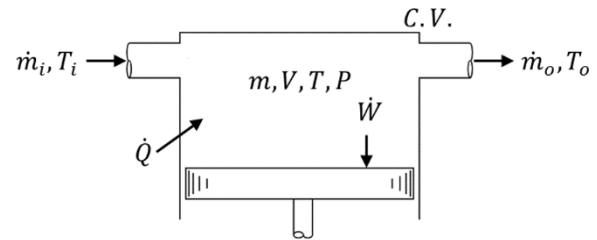


Figura 8. Volumen de control

Entonces, para cada volumen de control se aplican las siguientes ecuaciones:

Gas Ideal  $PV = mRT$  (10)

Derivada del gas ideal  $\frac{DP}{P} + \frac{DV}{V} = \frac{Dm}{m} + \frac{DT}{T}$  (11)

Conservación de masa  $Dm = \dot{m}_i - \dot{m}_o$  (12)

Conservación de energía  $C_v D(mT) = \dot{m}_i C_p T_i - \dot{m}_o C_p T_o + D\dot{Q} - D\dot{W}$  (13)

La temperatura del gas que entra en un volumen de control es la misma que de la fuente, por lo que la masa de gas en cada volumen de control se calcula a partir de (10). La velocidad de cambio de masa de cada volumen de control se calcula usando (11).

Para el volumen y temperatura constante de los intercambiadores de calor, colectores, y la brecha del pistón, esta ecuación se simplifica a

$$\frac{DP}{P} = \frac{Dm}{m} \quad (14)$$

El conjunto de ecuaciones resultantes se resuelven para la presión, su derivada, las temperaturas y masas del espacio de trabajo, y las velocidades de transferencia de calor. (Urieli y Berchowitz, 1984) [2] El conjunto completo de ecuaciones analíticas se muestra en el Apéndice A. Por otra parte, el factor de fricción de Reynolds ( $f_r$ ) para los tubos calentadores y enfriadores utilizados, es la relación de Blasius asumiendo un flujo turbulento constante:

$$f_r = 0.0791 Re^{0.75} \quad (15)$$

$$f_r = 24 \text{ if } Re < 2000 \quad (16)$$

El factor de fricción constante de Reynolds para la malla del regenerador tomada de Kays y London (1964) [4] es

$$f_r = 54 + 1.43Re^{0.78} \quad (17)$$

El trabajo perdido por ciclo debido a la pérdida de presión se calcula a partir de lo siguiente:

$$W_{loss} = \oint (\Sigma \Delta P) dV_e \quad (18)$$

La pérdida debida al funcionamiento no ideal del regenerador se modela exactamente como en Urieli (1984). La eficiencia ( $\varepsilon$ ) del regenerador se deriva como:

$$\varepsilon = \frac{NTU}{NTU + 1} \quad (19)$$

Donde,

$NTU$  = número de unidades de transferencia.

La  $NTU$  se encuentra utilizando el número de Stanton ( $St$ ). La misma correlación empírica para una malla usada por Urieli (1984)[2] de Kays y Londres (1964) [4] se utiliza:

$$St = 0.46 \frac{Re^{-0.4}}{Pr} \quad (20)$$

De la misma forma la brecha del pistón se modelado como un regenerador no ideal también. La eficiencia de la brecha del pistón que funciona como un regenerador de espacio anular sin malla se evalúa utilizando la misma relación  $\varepsilon$ - $NTU$  (19). El número de Stanton para la brecha del pistón se encuentra usando el factor de fricción de la brecha anular y luego aplicando la analogía simple de Reynolds:

$$St = \frac{f_r}{2Re \cdot Pr} \quad (21)$$

Una vez que se calculan las pérdidas y se determinan las cargas de trabajo y calor, se ajustan las temperaturas del gas del calentador y del enfriador para reflejar las velocidades de transferencia de calor finita.

En primer lugar, se calculan los números de Reynolds promediados en el ciclo en el calentador y el enfriador. Entonces, los factores de fricción de Reynolds correspondientes se determinan usando el número de Reynolds y la ecuación de correlación de ciclo promedio, (15). Los números de Stanton se encuentran entonces usando la analogía simple de Reynolds ecuación (21). Las temperaturas del gas del intercambiador de calor se resuelven utilizando la Ley de Newton de calentamiento:

$$T_{gk} = T_{wk} - \frac{\dot{Q}_k \cdot f}{U \cdot A_w} \quad (22)$$

Donde,

$T_{gk}$  = temperatura del gas del refrigerador

$T_{wk}$  = temperatura de la pared del refrigerador

$\dot{Q}_k$  = tasa de TC por ciclo desde el enfriador

$f$  = velocidad del motor (ciclo / s)

$U$  = coeficiente de convección de TC

$A_w$  = área de transferencia de calor

El modelo de intercambiador de calor adiabático y simple completo está implementado en un software matemático.

### Metodología para determinar eficiencia y potencia del motor Stirling.

El modelo completo de intercambiador de calor adiabático y simple es implementado en Código MATLAB. Los pasos de la metodología son: primero definir los parámetros y dimensiones del motor, segundo paso se realiza el análisis de Schmidt para obtener una estimación inicial de la masa del gas.



Tercer paso, se ejecuta el modelo isotérmico para obtener una masa más precisa de la estimación del gas. Y el modelo isotérmico ajusta la masa hasta que la presión media cíclica es el valor deseado. Cuarto paso se inicia el modelo adiabático ideal mediante el método general de solución es una técnica de integración utilizando la integración Runge-Kutta de 4º orden. Los volúmenes y el cambio de los espacios de compresión y de expansión están en función del ángulo de la manivela. Las temperaturas del gas del intercambiador de calor se fijan inicialmente iguales a las de las paredes.

La Figura 9 muestra el método de solución del modelo. El ángulo del cigüeñal se incrementa se obtiene una nueva presión y los valores de las otras variables. Esto se repite hasta que se completa 360 °. Luego la compresión final y las temperaturas del espacio de expansión se comparan con los valores iniciales. Si hay una diferencia en total más que la tolerancia de error establecida, las temperaturas finales se utilizan como nueva inicial las temperaturas y el ciclo repetido.

Una vez que las temperaturas convergen, se compara la presión media del ciclo con el valor deseado. La masa del gas se ajusta si la presión no es el valor deseado. Una vez que la presión y las temperaturas son convergentes. Se encuentran las pérdidas disociadas. La potencia y las cargas del intercambiador de calor son ajustadas y se calculan nuevamente la temperatura del gas del intercambiador de calor. Las nuevas temperaturas del gas se comparan con la inicial. Si la diferencia total es más que la tolerancia de error, los nuevos valores se utilizan para una nueva iteración.

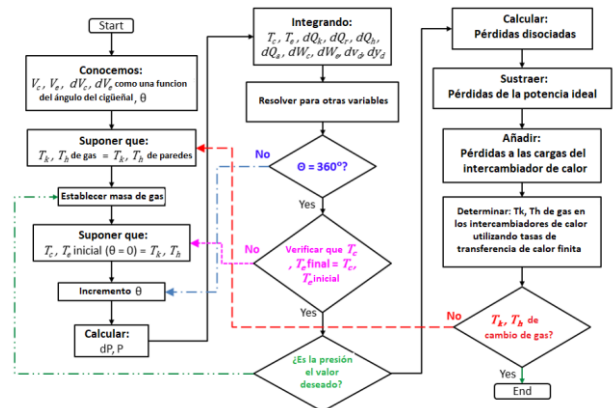


Figura 9. Método de solución

Disco y receptor solar

El disco se modela utilizando la siguiente ecuación,

$$\dot{Q}_o = G_o \cdot A_o \cdot \rho_o \cdot \eta_o \tag{23}$$

Donde,

- $Q'_o$  = radiación entregada al receptor
- $G_o$  = aislador solar
- $A_o$  = area efectiva del disco
- $\rho_o$  = reflectividad del disco
- $\eta_o$  = eficiencia de la forma del disco

El receptor solar recibe la radiación solar y proporciona aislamiento para el calentador del motor Stirling (Figura 10).

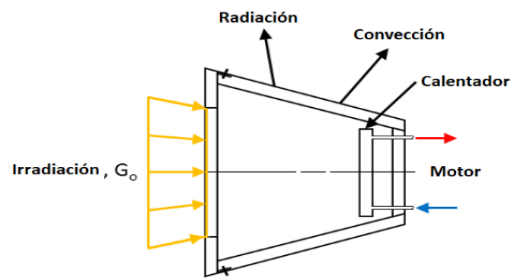


Figura 10: Receptor solar

El calentador se encuentra dentro del receptor y convierte la radiación solar en calor que es absorbido por el motor Stirling; el motor Stirling proporciona energía neta del calor para conducir el alternador, el calor rechazado del motor Stirling es absorbido por el agua de refrigeración, que lo lleva al radiador.

### Criterios de diseño del motor Stirling

Los parámetros y dimensiones de operación del motor de Stirling se determinan con base en las dimensiones de un generador eléctrico comercial a gasolina. Los anillos comerciales de pistón de motor de gasolina pueden mantener una presión de 150 a 180 psi, por lo tanto, se estableció una presión de ciclo media de 10 atm (147 psi).

El acero inoxidable es el material más rentable para el calentador, por lo que la temperatura del tubo del calentador se establece a 650 ° C. Los diámetros del enfriador y de los tubos calentadores se proponen ambos de 3,0 mm. Las últimas cinco variables principales se enumeran en la Tabla 1.

Parámetro	Valor
Presión Media	10 atm
Volumen de barrido del pistón	69.1 cm <sup>3</sup>
Velocidad de rotación	32 Hz
Temperatura promedio del espacio de expansión	544°C
Temperatura promedio del espacio de compresión	101°C
Potencia de frenado (W)	156.7
Numero West	0.191

Tabla 1 Variables principales

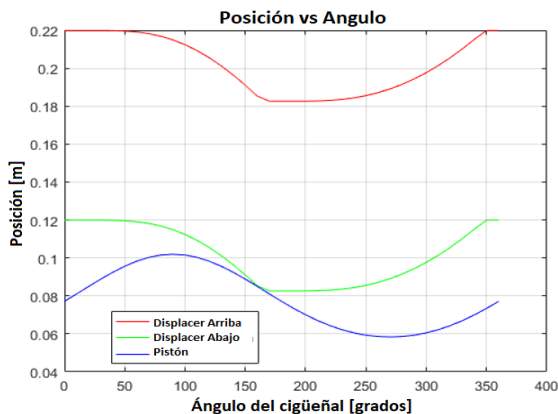


Figura 11. Posición del desplazador y pistón a 10 atm

El motor produce una potencia indicada de 195,9 W con una eficiencia indicada de 17,05%.

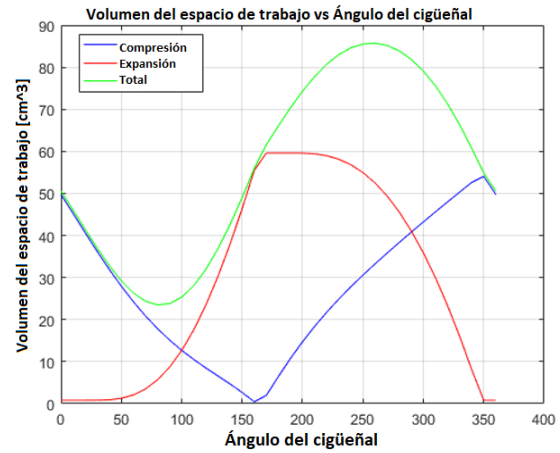


Figura 12. Volúmenes del espacio de trabajo a 10 atm

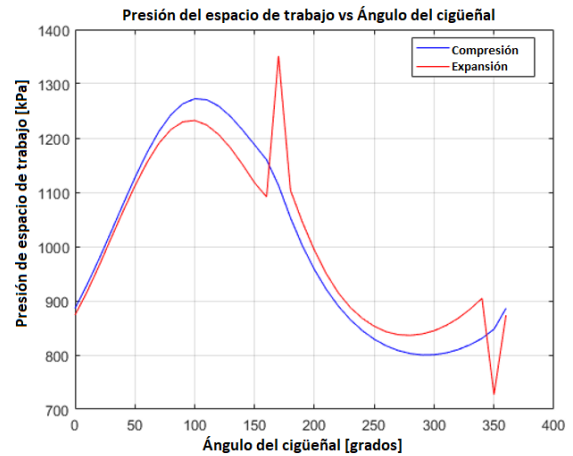


Figura 13. Presiones del espacio de trabajo a 10 atm

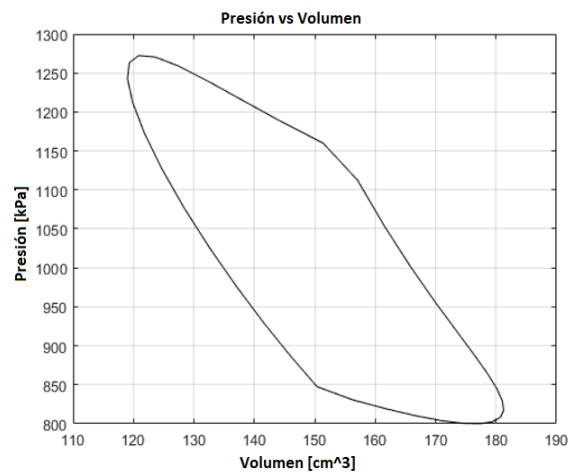


Figura 14. Diagrama de presión vs volumen a 10 atm

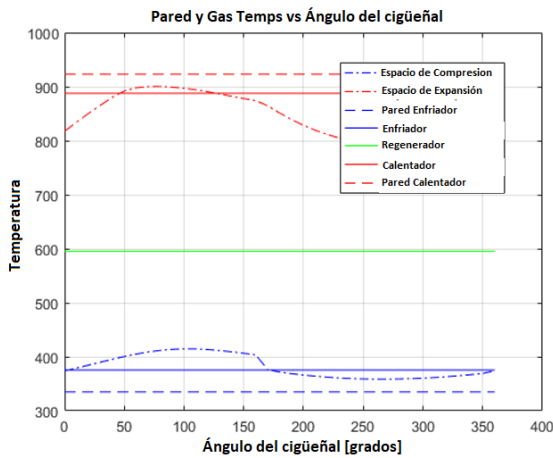


Figura 15. Variación de temperatura a 10 atm

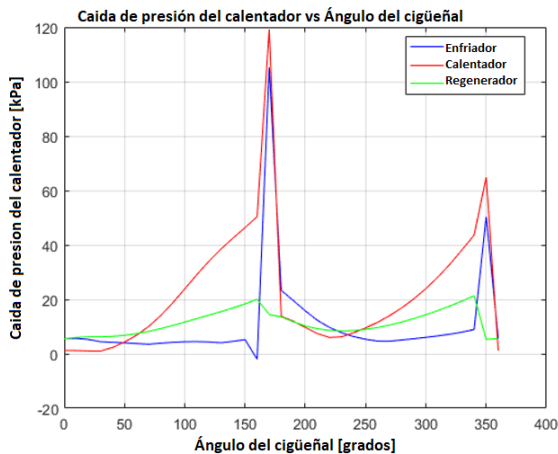


Figura 16. Caída de presión del intercambiador de presión a 10 atm

En las Figura 11 se muestra la posición del desplazador y del pistón según varía el ángulo del cigüeñal.

La carrera del pistón es de 4,36 cm y la carrera del desplazador es de 3,73 cm; también se muestra la variación de los volúmenes del espacio de trabajo en función del ángulo del cigüeñal véase Figura 12, así como la variación de las presiones en los espacios de compresión y de trabajo Figura 13, El diagrama presión-volumen Figura 14 con forma rómbica característica de los motores Stirling híbridos.

El punto en el que el desplazador entra en contacto con el pistón en su carrera descendente tiene un volumen  $\approx 152 \text{ cm}^3$ , presión  $\approx 1160 \text{ kPa}$ . El punto en el que el desplazador entra en contacto con su tope superior tiene un volumen  $\approx 150 \text{ cm}^3$ , presión  $\approx 850 \text{ kPa}$ .

La temperatura del espacio de expansión promedio es 817 K, mientras que la temperatura del espacio de compresión promedio es de 374 K, Figura 15. Existe una diferencia de temperaturas de 443 °K.

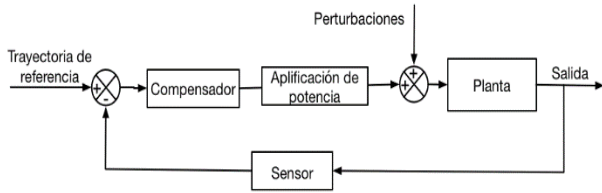
La Figura 16 proporciona la caída de presión en el enfriador, calentador y regenerador.

## Sistema de control

Existen muchas técnicas de control y metodologías que se pueden aplicar a los robots manipuladores. El método de control elegido y su implementación pueden tener un impacto significativo en el rendimiento del este.

Por otra parte, el diseño mecánico tiene un impacto también considerable en el control del robot, por ejemplo: un robot accionado por motores de DC de imán permanente con reducción de engranajes en comparación a un robot de accionamiento directo utilizando motores de alto par sin reducción de engranajes, influirá significativamente en el diseño del compenador (W. Spong)[6].

La estrategia de control más simple, es el control independiente de las articulaciones. En este tipo de control, cada eje del manipulador se controla como un sistema de simple entrada, simple salida (SISO). Cualquier efecto de acoplamiento debido al movimiento de los otros eslabones son tratados como perturbaciones al sistema ver Figura 17.

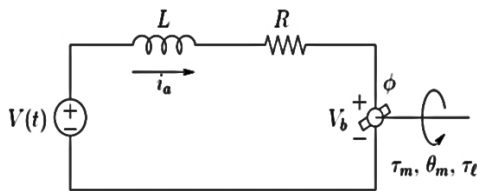


**Figura 17:** Estructura básica de un sistema de control en lazo cerrado

**Actuadores Dinámicos**

Un motor de corriente continua funciona básicamente con el principio de que un conductor, con corriente en un campo magnético, experimenta una fuerza  $F = i \times \phi$ , donde  $\phi$  es el flujo magnético e  $i$  es la corriente en el conductor (C. Dorf) [7]. Para este caso donde el estator consiste en un imán permanente, podemos tomar el flujo  $\phi$  como constante. Por lo tanto, el par de torsión en el rotor se controla a través de la corriente inducida  $i_a$ . Considerando el diagrama esquemático de la Figura 18, la ecuación diferencial para la corriente de armadura es

$$L \frac{di_a}{dt} + Ri_a = V - V_b \tag{24}$$



**Figura 18:** Diagrama de circuito para motor de corriente continua.

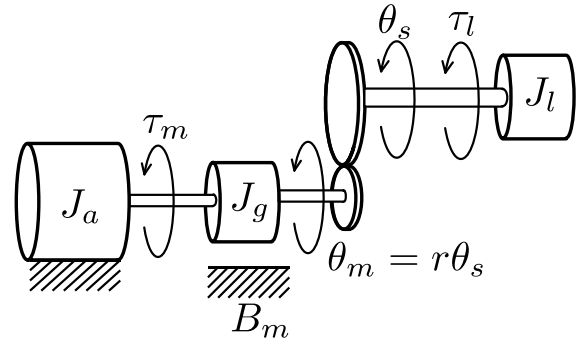
Dado que el flujo es constante, el par desarrollado por el motor esta dado por,

$$\tau_m = K_1 \phi i_a = K_m i_a,$$

donde  $K_m$  es la constante de par en  $Nm/amp$ , además, la fuerza electromotriz de regreso esta dado por

$$V_b = K_2 \phi \omega_m = K_b \omega_m = K_b \frac{d\theta_m}{dt} \tag{25}$$

En la Figura 19 se observa un motor DC en serie con un tren de engranajes con relación de transmisión  $r:1$  conectado a un eslabón del manipulador. El radio de los engranajes  $r$  típicamente tiene valores en el intervalo de 20 a 200 o más. Haciendo referencia a la Figura 19, tenemos que  $J_m = J_a + J_g$ , es decir, la suma de las inercias del actuador y del engranaje.



**Figura 19:** Modelo de articulación de un solo eslabón con tren de engranes

En términos del ángulo  $\theta_m$ , la ecuación de movimiento del sistema esta dada por:

$$J_m \frac{d^2\theta_m}{dt^2} + B_m \frac{d\theta_m}{dt} = \tau_m - \frac{\tau_l}{r} = K_m i_a - \frac{\tau_l}{r} \tag{26}$$

Aplicando la transformada de Laplace y combinando las ecuaciones (24) y (26) se tiene:

$$(Ls + R)I_a(s) = V(s) - K_b s \Theta_m(s) \tag{27}$$

$$(J_m s^2 + B_m s) \Theta_m(s) = K_m I_a(s) - \frac{\tau_l(s)}{r} \tag{28}$$

El diagrama de bloques del sistema (27) y (28) se observa en la Figura 13.

Frecuentemente se supone que la "constante de tiempo eléctrica"  $L/R$  es mucho menor que la "constante de tiempo mecánica"  $J_m/B_m$ .

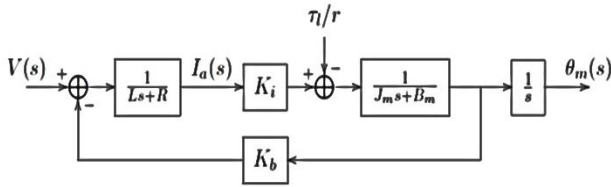


Figura 20: Diagrama de bloques de un sistema de motor de corriente continua

Entonces, la función de transferencia de  $V(s)$  a  $\Theta_m(s)$ , con  $\tau_l = 0$ , esta dada por

$$\frac{\Theta_m(s)}{V(s)} = \frac{K_m/R}{s[J_m s + B_m + K_b K_m/R]} \quad (29)$$

además, para la carga  $\tau_l(s)$  a  $\Theta_m(s)$ , con  $V = 0$ , esta dada por

$$\frac{\Theta_m(s)}{\tau_l(s)} = \frac{-1/r}{s[J_m s + B_m + K_b K_m/R]} \quad (30)$$

En el dominio del tiempo las ecuaciones (29) y (30) representan, por superposición, la ecuación diferencial de segundo orden

$$J_m \ddot{\theta}_m(t) + \left( B_m + \frac{K_b K_m}{R} \right) \dot{\theta}_m(t) = \left( \frac{K_m}{R} \right) V(t) - \frac{\tau_l(t)}{r} \quad (31)$$

El diagrama de bloques correspondiente al sistema de orden reducido (31) se muestra en la Figura 21.

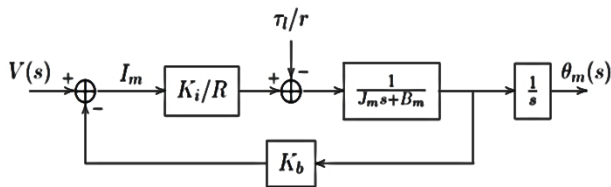


Figura 21: Diagrama de bloques para el sistema de orden reducido

### Seguimiento a un punto deseado

El problema de seguimiento a un punto en particular consiste en seguir una referencia constante  $\theta_d$  (referencia escalón) y conseguir un movimiento punto a punto (K. Ogata) [8].

Cabe destacar que la trayectoria que sigue el sol varía de forma lenta y es posible asumirla como constante.

### Compensador PD

Para el diseño del compensador, se implementará un **PD** con retroalimentación de velocidad como estrategia de control. La señal de entrada en el dominio de Laplace está dado por:

$$U(s) = K_p(\theta^d(s) - \theta(s)) - K_d s \theta(s) \quad (32)$$

Donde  $K_p$ ,  $K_d$  son las ganancias proporcional y derivativa, respectivamente; el diagrama a bloques de sistema se muestra en la Figura 22.

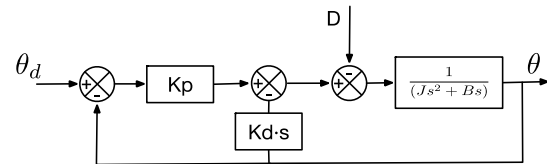


Figura 22: Sistema en lazo cerrado con control PD

La función de transferencia del sistema descrito en la Figura 22 está dada por

$$\Theta(s) = \frac{K_p}{\Omega(s)} \theta^d(s) - \frac{1}{\Omega(s)} D(s) \quad (33)$$

donde  $\Omega(s)$  es el polinomio característico de lazo cerrado, es decir,  $\Omega(s) = J s^2 + (B + K_d) s + K_p$ . El error de seguimiento esta dado por  $E(s) = \theta^d(s) - \theta(s)$ . Para una entrada escalón  $\theta^d(s) = \frac{1}{s}$  y una perturbación constante  $D(s) = \frac{D}{s}$  el error en estado estacionario  $e_{ss}$  se puede obtener bajo el teorema del valor final:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = -\frac{D}{K_p} \quad (34)$$

Puesto que la magnitud  $D$  de la perturbación es proporcional a la reducción de engranajes  $1/r$ , observamos que el error de estado estacionario es menor para una reducción de engranaje mayor y puede hacerse arbitrariamente pequeño haciendo la ganancia  $K_p$  grande.

Para el compensador PD dado por Figura 22 el sistema en lazo cerrado es de segundo orden y por lo tanto la respuesta escalón está determinada por la frecuencia natural  $\omega$  del sistema y la relación de amortiguación  $\zeta$ . Dado un valor deseado para estas cantidades, las ganancias  $K_d$  y  $K_p$  se obtienen de la siguiente expresión

$$s^2 + \frac{B + K_D}{J}s + \frac{K_P P}{J} = s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \quad (35)$$

$$K_P = \omega^2 J, \quad K_D = 2\zeta\omega J - B$$

Para el sistema del seguidor solar, el diseño del compensador PD como se muestra en la Figura 7, tendrá error en estado estacionario al introducirle una perturbación (generada por el acoplamiento de los eslabones y la dinámica de estos).

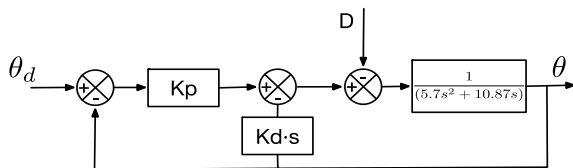


Figura 23: Compensador PD para motor

Por otra parte, el modelo dinámico, para efectos de simulación, está dada por la parametrización en CAD como se puede observar en la Figura 24.

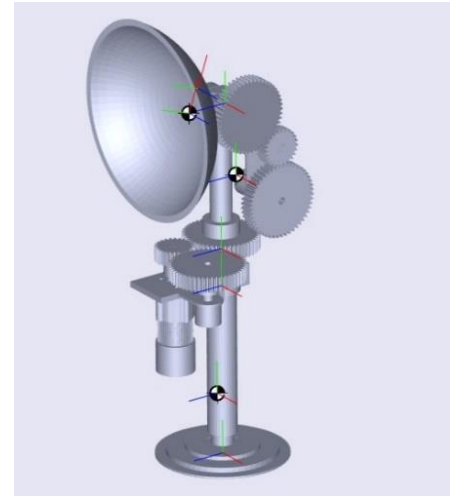


Figura 24: Prototipo sistema de seguidor solar

El sistema de control resultante puede observarse en la Figura 25.

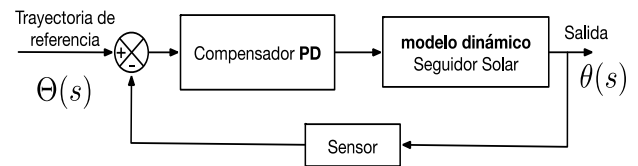
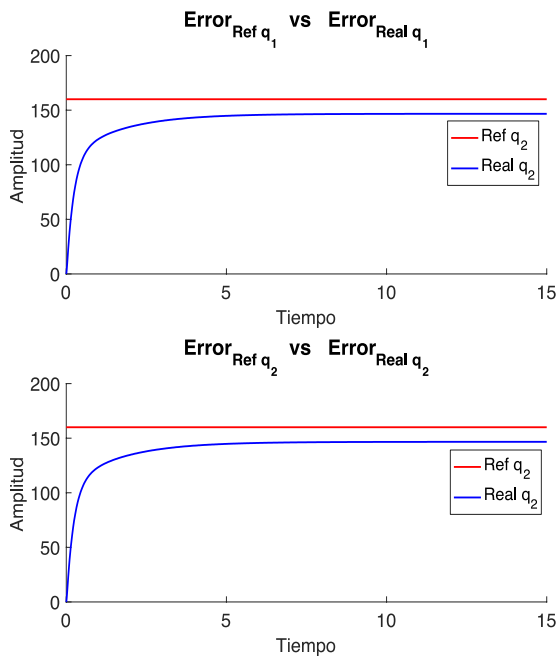


Figura 25: Diseño esquemático de control seguidor solar

Los resultados de simulación del sistema del seguidor solar bajo una entrada escalón  $\theta^d(s) = 180$  y  $D(s) = 200$  se puede observar en la Figura 26.

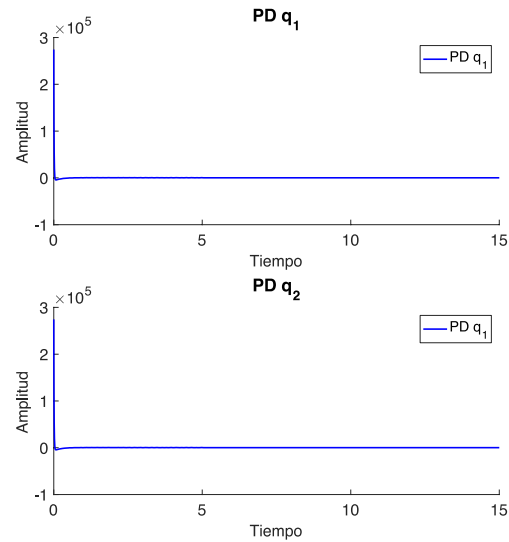


**Figura 26:** Respuesta de los estados del sistema ante una entrada escalón utilizando compensador PD

Además, en la Figura 27 se observa la señal de control necesaria para asegurar el seguimiento de la referencia en las articulaciones del seguidor solar.

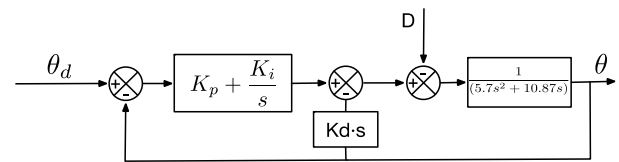
**Compensador PID**

Con el objetivo de reducir el error en estado estacionario, debido a la perturbación, la acción integral se añade al compensador **PID** (W Spong) [7]. Por consiguiente, conseguir un error en estado estacionario igual a cero; manteniendo ganancias pequeñas.



**Figura 27:** Señal de control para articulaciones  $q_1$  y  $q_2$

El diagrama a bloques del diseño del compensador se muestra en la Figura 28.



**Figura 28:** Sistema en lazo cerrado con control PID

La señal de entrada en el dominio de Laplace está dada por:

$$U(s) = \left(K_p + \frac{K_i}{s}\right) (\theta^d(s) - \theta(s)) - K_d s \theta(s) \quad (36)$$

La función de transferencia del sistema descrito en la Figura 28 está dada por:

$$\theta(s) = \left(\frac{K_p s + K_i}{\Omega_2(s)}\right) \theta^d(s) - \frac{s}{\Omega_2(s)} D(s) \quad (37)$$

Donde,  $\Omega_2 = Js^3 + (B + K_d)s^2 + K_p s + K_I$  es el polinomio característico del sistema.

Para el cálculo de las ganancias, debido al grado del polinomio, están dadas a partir del compensador **PD**; la sintonización de  $K_i$  se dará de acuerdo al comportamiento del sistema.

Cabe mencionar que  $K_i$  debe estar acotada por el análisis de estabilidad del polinomio característico del sistema  $\Omega_2$ .

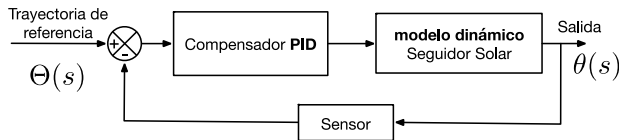


Figura 29: Compensador PID para sistema del seguidor

El desempeño del compensador PID para el sistema del seguidor solar Figura 29, bajo una entrada escalón  $\theta^d(s) = 160$  y  $D(s) = 0$  se puede observar en la Figura 30.

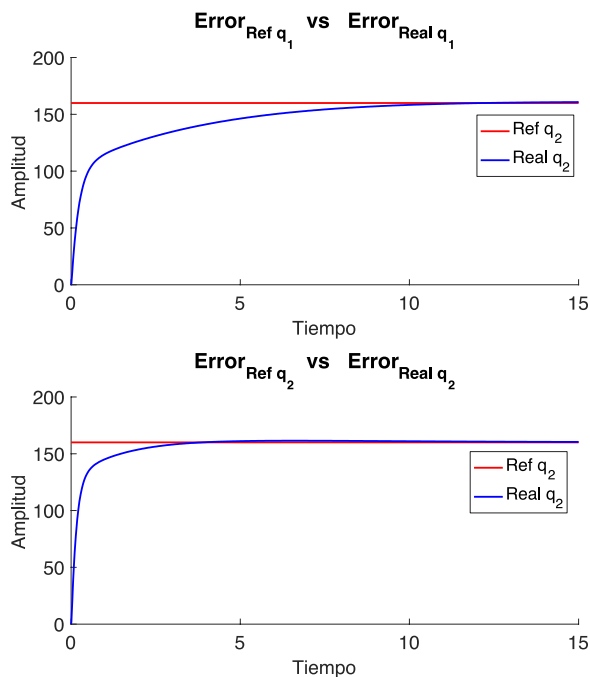


Figura 30: Respuesta de los estados del sistema ante una entrada escalón utilizando compensador PID.

Por otra parte, la señal de control necesaria para asegurar el seguimiento de la referencia en las articulaciones del seguidor solar se observa en la Figura 31.

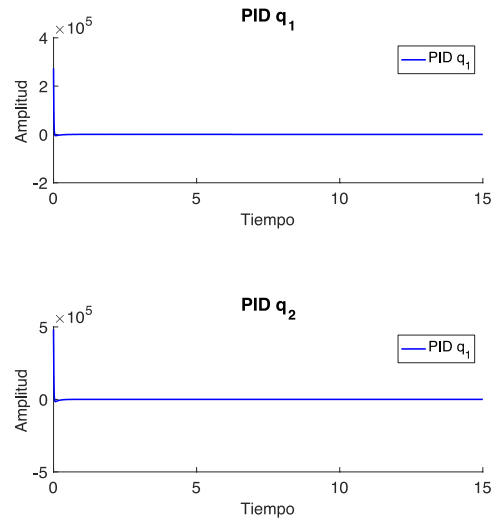


Figura 31: Señal de control para articulaciones  $q_1$  y  $q_2$ .

### Compensador PID prototipo del sistema a implementar

El prototipo para el sistema de seguimiento solar, con base en el diseño CAD y su implementación física, se observa en la Figura 32 y 33 respectivamente.



Figura 32: Diseño CAD del prototipo para el sistema de seguidor solar en SolidWorks.

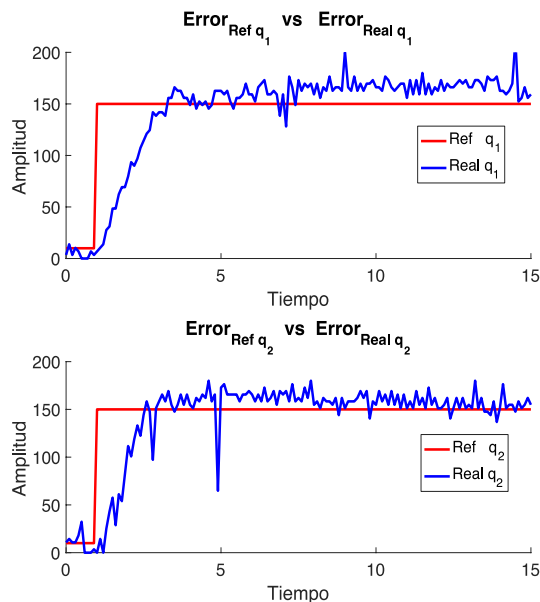




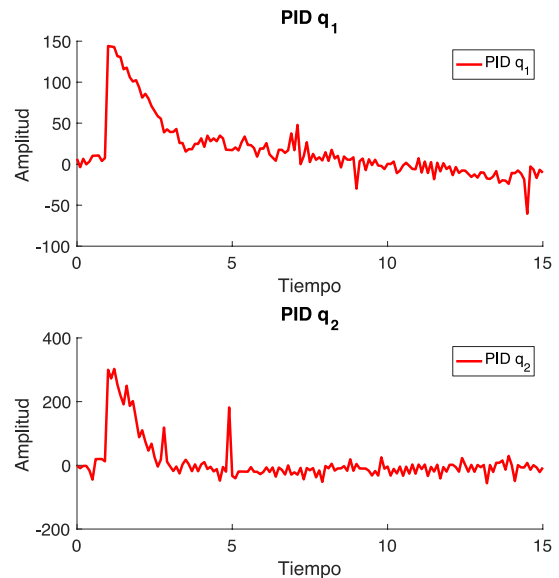
**Figura 33:** Prototipo real del sistema del seguidor solar.

Ahora bien, para la implementación del control en el prototipo, el sistema de retroalimentación está dado por potenciómetros de precisión con el fin de tener un sistema con memoria.

Los resultados de simulación del sistema bajo una entrada escalón  $\theta^d(s) = 160$  y  $D(s) = 0$  se puede observar en la Figura 34.



**Figura 34:** Respuesta de los estados (Prototipo real) del sistema ante una entrada escalón utilizando compensador PID.



**Figura 35:** Señal de control para articulaciones  $q_1$  y  $q_2$  del sistema real (Prototipo).

La señal de control necesaria para asegurar el seguimiento de la referencia en las articulaciones del seguidor solar (prototipo) se observa en la Figura 35.

## Conclusiones

Se diseñó de un motor Stirling híbrido tipo beta, basado en un generador eléctrico a gasolina comercial y portátil. El motor de gasolina se convierte en un motor Stirling por la adición de un segundo pistón y de intercambiadores de calor.

Para el colector solar se propone de una antena parabólica con superficie reflectante. El sistema está diseñado para funcionar con una variedad de parámetros de funcionamiento del motor. El sistema debe producir 100 W a una presión del motor de 10 atm. La energía eléctrica neta se puede aumentar a 300 W, 1000 W o más aumentando la presión de funcionamiento del motor a 24 atm, 74 atm, o 86 atm y mejorando el plato y el receptor.

De las simulaciones con Matlab se obtuvieron las gráficas de presión, volumen y las temperaturas generadas en el enfriador y calentador y con base en estas se obtienen las eficiencias para las diferentes presiones de trabajo del motor Stirling de 10, 24, 74 y 86 atm les corresponden respectivamente una eficiencia 4.4%, 4.4%, 13.9% y 16.4%. Como se puede apreciar entre mas presión de trabajo mayor eficiencia, pero los costos de construcción se elevan considerablemente para un motor de alta presión.

Además, se desarrolló un compensador PIDE para cada articulación del sistema seguidor solar, la referencia deseada está dada por entradas escalón debido a que la señal varía de forma muy lenta en el tiempo, los algoritmos de control se verifican en un prototipo de prueba.

## Apéndice A

Presión, P

$$dP = \frac{-\gamma P \left( \frac{dV_c}{T_{ck}} + \frac{dV_e}{T_{he}} \right)}{\left[ \frac{V_c}{T_{ck}} + \frac{V_e}{T_{he}} + \gamma \left( \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{ri}}{T_{ri}} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{ro}}{T_{ro}} + \frac{V_a}{T_a} \right) \right]}$$

$$P = \frac{MR}{\left( \frac{V_c}{T_c} + \frac{V_k}{T_k} + \frac{V_{ri}}{T_{ri}} + \frac{V_r}{T_r} + \frac{V_{ro}}{T_{ro}} + \frac{V_h}{T_h} + \frac{V_e}{T_e} + \frac{V_a}{T_a} \right)}$$

Masa, m

$$dm_c = \frac{1}{RT_{ck}} \left( P dV_c + \frac{dV_c dP}{\gamma} \right)$$

$$dm_e = \frac{1}{RT_{he}} \left( P dV_e + \frac{dV_e dP}{\gamma} \right)$$

$$dm_k = \frac{m_k}{P} dP \quad dm_r = \frac{m_r}{P} dP$$

$$dm_h = \frac{m_h}{P} dP \quad dm_{ri} = \frac{m_{ri}}{P} dP$$

$$dm_{ro} = \frac{m_{ro}}{P} dP \quad dm_a = \frac{m_a}{P} dP$$

$$m_c = \frac{PV_c}{RT_c} \quad m_e = \frac{PV_e}{RT_e}$$

$$m_k = \frac{PV_k}{RT_k} \quad m_r = \frac{PV_r}{RT_r}$$

$$m_h = \frac{PV_h}{RT_h} \quad m_{ri} = \frac{PV_{ri}}{RT_{ri}}$$

$$m_{ro} = \frac{PV_{ro}}{RT_{ro}} \quad m_a = \frac{PV_a}{RT_a}$$

Flujo másico,  $\dot{m}$

$$\dot{m}_{ck} = -dm_c$$

$$\dot{m}_{kr} = \dot{m}_{ck} - dm_k$$

$$\dot{m}_{rir} = \dot{m}_{kr} - dm_{ri}$$

$$\dot{m}_{rro} = \dot{m}_{rir} - dm_r$$

$$\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{rro} - dm_{ro}$$

$$\dot{m}_{he} = \dot{m}_{rh} - dm_h$$

$$\dot{m}_{ea} = dm_a$$

Temperaturas, T

$$dT_c = T_c \left( \frac{dP}{P} + \frac{dV_c}{V_c} - \frac{dm_c}{m_c} \right)$$

$$dT_e = T_e \left( \frac{dP}{P} + \frac{dV_e}{V_e} - \frac{dm_e}{m_e} \right)$$

$$T_r = \frac{(T_h - T_k)}{\ln(T_h/T_k)}$$

$$T_a = \frac{(T_e - T_c)}{\ln(T_e/T_c)}$$

## Condiciones de Temperatura

if  $\dot{m}_{ck} > 0$  then  $T_{ck} = T_c$ , else  $T_{ck} = T_k$

if  $\dot{m}_{he} > 0$  then  $T_{he} = T_h$ , else  $T_{he} = T_e$

## Energía, Q

$dQ_k =$

$C_p T_e \dot{m}_{ea}$

## Trabajo, W

$dW_c = P \frac{C_v V_k dP}{R} - C_p (T_{ck} \dot{m}_{ck} - T_k \dot{m}_{kr})$

$dQ_r = \frac{C_v V_r dP}{R} - C_p (T_k \dot{m}_{rir} - T_h \dot{m}_{rro})$

$dQ_h = \frac{C_v V_h dP}{R} - C_p (T_h \dot{m}_{rh} - T_{he} \dot{m}_{he})$

$dQ_a = \frac{C_v V_a dP}{R} - dV_c$

$dW_e = P \cdot dV_e$

$dW = dW_c + dW_e$

$W = W_c + W_e$

Dónde:

c -Espacio de compresión

k- Enfriador

ri- Enfriador-regenerador múltiple

r- Regenerador

ro- Regenerador-calentador múltiple

h- Calentador

e- Espacio de expansión

a- Ranura del pistón

ck- Espacio de compresión al enfriador

kr- Enfriador al enfriador-regenerador múltiple

rir- Enfriador-regenerador múltiple al regenerador

rro- Regenerador al regenerador-calentador múltiple

rh- Regenerador-calentador múltiple al calentador

he- Calentador a espacio de expansión

ea- Espacio de expansión a ranura del pistón

## Referencias

Kirkley D W 1962 Determination of the Optimum Configuration for a Stirling Engine J. Mech. Eng. Sci. 4 204—12

Urieli, I. and Berchowitz, D.M. 1984. Stirling Cycle Engine Analysis. Adam Hilger Ltd, Bristol.

Chen, M., 1989. Computer Simulation of Ringbom Stirling Engine with Solar Pond. Masters These. Ohio University, Athens, Ohio.

Kays, W., and London, A.L. 1964. Compact Heat Exchangers. 2nd Ed. McGraw-Hill. New York.

Mark W. Spong. Robot Modeling and Control, 1ra Ed. John Wiley & Sons, Inc.

Richard C. Dorf, Robert H. Bishop. Modern Control Systems, 11va Ed. Prentice Hall, NJ 07458.

Katsuhiko Ogata, Ingeniería de control moderna, 5ta Ed. Prentice Hall.

## Instrumentación y desarrollo de una plataforma de vehículo terrestre para la obtención de posicionamiento RTK.

RODRÍGUEZ-CRESPO, Marco Antonio†, TREJO-MACOTELA, Francisco, ESPINOZA-QUESADA Eduardo, FREY Andreas.

Recibido 3 de Septiembre, 2017; Aceptado 5 de Diciembre, 2017

### Resumen

En este artículo se presenta el desarrollo de un vehículo móvil, su instrumentación y programación, para su posterior integración con un receptor GNSS RTK por medio de una computadora Odroid, con el propósito de que se obtengan de los sensores datos como la posición, orientación y aceleración, en un mismo programa, para que dicho vehículo pueda ser utilizado en agricultura de precisión. Se presenta el desarrollo de la arquitectura móvil, que incluye las conexiones y el establecimiento de comunicación entre sensores, así como el procesamiento de información obtenida. Posteriormente se muestra el desarrollo realizado para la obtención de las mediciones RTK. Como parte final, se muestra la integración de datos de la plataforma móvil en un solo programa de lectura de datos con el fin de que a partir de estos se pueda comenzar el desarrollo de tareas de navegación.

**Agricultura de Precisión, NES, Odroid, Pixhawk, RTK.**

### Abstract

This article deals with the development of a mobile vehicle, its instrumentation and programming, for its later integration with a high precision GNSS receiver via an Odroid computer, in order to obtain data such as position, orientation and acceleration, so the vehicle can be used for precision agriculture applications. In the same way, the development of the mobile architecture is shown, which includes the physical connections and establishment of communication between sensors, as well as the processing of obtained information. Subsequently, the developed work with RTK measurements and their integration with the mobile platform is shown. Finally, it was developed a program that integrates all the data from the mobile platform in order to make possible the development of navigation tasks.

**Precision Agriculture, NES, Odroid, Pixhawk, RTK.**

**Citación:** RODRÍGUEZ-CRESPO, Marco Antonio†, TREJO-MACOTELA, Francisco, ESPINOZA-QUESADA Eduardo, FREY Andreas Instrumentación y desarrollo de una plataforma de vehículo terrestre para la obtención de posicionamiento RTK. Revista del Diseño Innovativo. 2017. 1-1:37-43

† Investigador contribuyendo como primer autor.

**Introducción**

El propósito de la agricultura de precisión es mejorar las condiciones de producción agrícola haciendo uso de herramientas tecnológicas avanzadas, con lo cual se pretende disminuir costos de producción y aumentar la eficiencia en la inspección, riego y fertilización, además de distintos tipos de análisis en los cultivos. Por lo tanto, es de notar el creciente desarrollo de vehículos para este tipo de tareas, algo que se puede observar en trabajos como en (Bechar, 2016; Jilek, 2015; Mane, 2016; Bergerman, 2012). Analizando este tipo de aplicaciones queda claro que parte importante de las investigaciones actuales en este rubro se centran en dotar a los robots móviles con sistemas embebidos que les permitan realizar tareas de forma autónoma.

En este tipo de desarrollos destacan los vehículos terrestres no tripulados (UGV) que han sido objeto de estudio desde hace muchos años para su implementación en tareas de agricultura, principalmente centrándose e instrumentar vehículos ya existentes para realizar tareas autónomas, como la aplicación mostrada en Jilek (2015) que puede ser aplicada tanto al monitoreo de plantaciones de gran escala como a aplicaciones más pequeñas como invernaderos. Siendo parte importante de estos desarrollos, el dotar a los vehículos de herramientas para lograr navegación, ya que se requiere que trabajen de forma autónoma, es necesario realizar acciones como evasión de obstáculos o seguimiento de trayectorias. Para realizar tareas en el exterior como la detección y evasión de obstáculos se utilizan herramientas como las cámaras usadas en Mane (2016) y los sensores láser, así como la aplicación desarrollada por Bergerman (2012).

En el aspecto concerniente a la navegación de vehículos terrestres en ambientes de agricultura, aplicaciones recientes como la que se describe en Bergerman (2012) muestra que un aspecto básico a tomar en cuenta es el espacio entre sembradíos, ya que ambos tienden a ser reducidos para aprovechar al máximo la extensión del suelo. Debido a esto, en aplicaciones donde sea necesario el desplazamiento de un vehículo terrestre a través de los cultivos, es de suma importancia contar con una medición precisa de la ubicación del vehículo para evitar el riesgo de desvío o invadir una zona no requerida.

La aplicación de sensores para navegación con mayor grado de precisión ha sido la alternativa perfecta para poder conocer la posición de los robots móviles con mayor exactitud. Los sensores más utilizados para conocer puntos específicos de ubicación son los Sistemas de Posicionamiento Global (GPS) que a pesar de ser muy utilizados en vehículos su principal problema es que estos sensores tienden a tener un rango de error demasiado elevado, generalmente en la orden de metros, lo que dificulta la realización precisa de tareas de seguimiento y operación.

En el trabajo hecho por Rovira (2015) se analiza de forma detallada el desarrollo hecho para obtener sensores de posicionamiento global de alta precisión. Este tipo de receptores GNSS (**Global Navigation Satellite System**) reciben el nombre de RTK (Real Time Kinematic) y a diferencia de un receptor convencional, estos tienen la característica de poder obtener valores de posición con una precisión de centímetros.

En el presente trabajo se muestra el desarrollo hecho para dotar a un vehículo terrestre con la instrumentación necesaria para obtener datos como su posición, orientación y aceleración para desarrollar aplicaciones de autonomía.

## Desarrollo

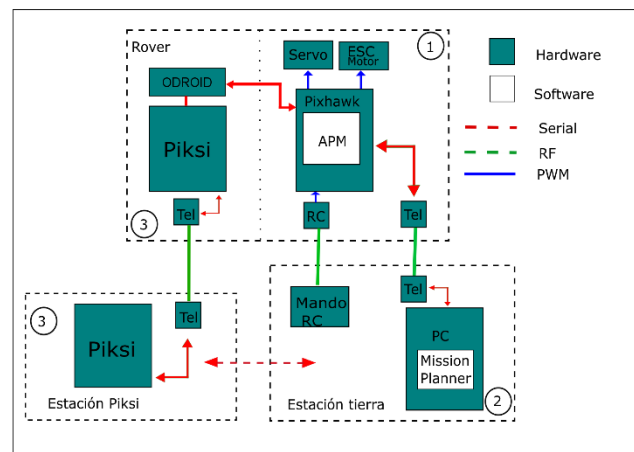
Contamos con tres elementos principales a interactuar. El primer elemento es el rover (vehículo móvil con su respectiva instrumentación), el cual establece una comunicación con el segundo elemento que es una estación tierra, que sirve como interfaz PC para los elementos de hardware que trabajan a distancia. Como siguiente elemento se tienen los receptores GNSS RTK que obtienen las medidas de posición.

## Arquitectura

Para obtener el sistema descrito anteriormente, se utiliza la arquitectura mostrada en la Fig. 1, donde se observan el rover, la estación base y el sistema de medición RTK. La estación y el rover se comunican por medio de dos radios de telemetría Sik utilizando un protocolo de comunicación llamado MAVLink. Los dos receptores RTK se comunican entre sí por medio de dos radios de telemetría RFD 900+ utilizando el protocolo de comunicación SBP.

Los receptores RTK se comunican para poder obtener la medición precisa del RTK móvil. Estos datos serán entregados por protocolo SBP a la computadora Odroid, mediante conexión serial.

De igual forma, la información de los sensores del Pixhawk será recibida por la computadora Odroid, comunicado por medio de conexión USB. Así, la computadora Odroid será la encargada de procesar la información de los sensores y regresar las consignas de movimiento al Pixhawk utilizando protocolo MAVLink.



**Figura 2** Diagrama de bloques para la arquitectura del sistema desarrollado

## Instrumentación

Para obtener esta arquitectura, se comenzó por el acondicionamiento del vehículo base para el rover. Se contaba previamente con un vehículo con tamaño de 779 mm de largo por 540 mm de ancho. Equipado con un motor brushless, un servomotor encargado de dar dirección y un ESC (controlador electrónico de velocidad). Fig. 2. Su respectiva alimentación se hace con 2 baterías LiPo 4s (14.8v) conectadas en serie.

Para poder controlar los motores del vehículo y manejar los sensores se optó por una computadora embebida autopiloto Pixhawk.

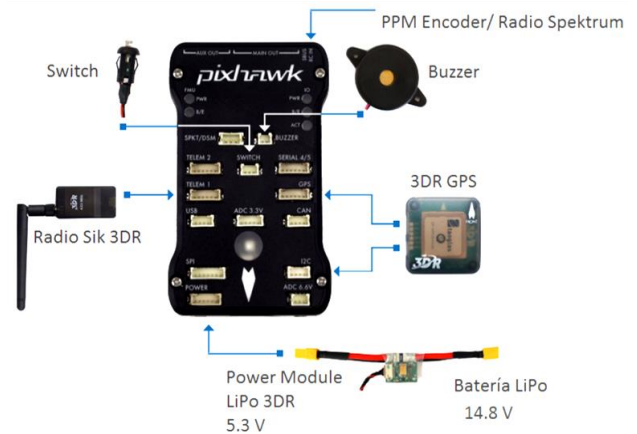


**Figura 3** Vehículo terrestre base

Este dispositivo se utiliza como puente a bajo nivel para servir de interfaz entre los actuadores, sensores externos, y computadora central, ya que este dispositivo cuenta con una gran cantidad de librerías, contiene una IMU central, un giroscopio, magnetómetro, y es capaz de manejar hardware como GPS, dispositivos de comunicación, motores, servomotores, protocolos como SPI, i2C, CAN, Serial, así como lectura y escritura de pulsos PWM.

Se procedió a la instrumentación del vehículo con el autopiloto utilizando los elementos mostrados en la Fig. 3. El buzzer es una bocina que indica mediante tonos las acciones realizadas por el vehículo. El switch es un botón que se utiliza para activar o desactivar las salidas PWM del Pixhawk vía hardware, para de esta manera mantener un control de seguridad sobre el vehículo al momento de estar realizando pruebas.

El GPS 3DR es un receptor GNSS que cuenta con un magnetómetro para obtener medidas de posición y orientación.



**Figura 4** Pixhawk y hardware a utilizar

El receptor de radio Spektrum, se utiliza como entrada para recibir órdenes de un radio control, en este caso se utilizó un Spektrum DX7s como mando a distancia. El receptor se conecta a un PPM encoder, cuyas salidas van directamente a la entrada del Pixhawk encargada de leer los pulsos recibidos por el control.

Para energizar el Pixhawk se utiliza un adaptador de energía con salida de 5.3 v conectado a una batería 4S.

Debido a la necesidad de montar los dispositivos en el vehículo, se diseñaron y fabricaron bases en fibra de carbono, las cuales se atornillaron al vehículo móvil. Posterior a esto se hizo el montaje del Pixhawk y los dispositivos, así como su respectiva alimentación. Fig. 4.

Para configurar y programar el Pixhawk, así como realizar la configuración de los sensores conectados en el vehículo se utilizó la interfaz Mission planner, que es un software que permite interactuar con el Pixhawk y el hardware conectado al mismo. Fig.5.

Por medio de esta interfaz es posible verificar el funcionamiento de los sensores montados, así como la información proveniente de los mismos. Este software se utiliza de igual manera para programar el Pixhawk. El intercambio de información se hace a través de los radios de telemetría Sik 3DR. Dichos radios trabajan a 900 Mhz y tienen una potencia de transmisión de 20dBm(100mW).



**Figura 5** Rover instrumentado con Pixhawk y baterías de alimentación del mismo.



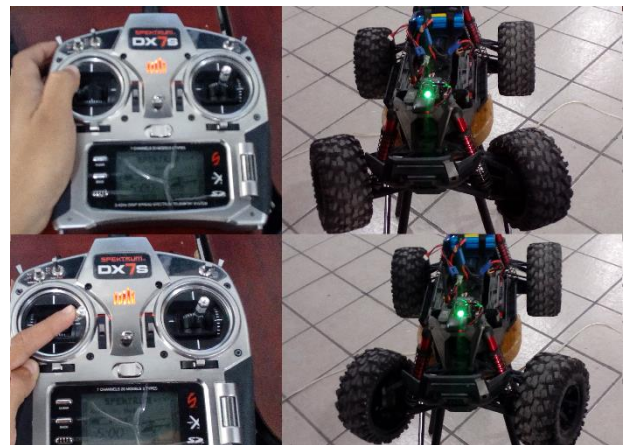
**Figura 6** Interfaz Mission Planner; se aprecia la ventana de configuración del magnetómetro

También se configuró el magnetómetro y acelerómetro del Pixhawk.

Se hizo la configuración y asignación de canales para la obtención de señales del radio control, para poder mover el vehículo y darle dirección, así mismo, se establecieron tres modos de operación del vehículo, los cuales pueden cambiar de acuerdo a la posición de un switch del radio control Spektrum.

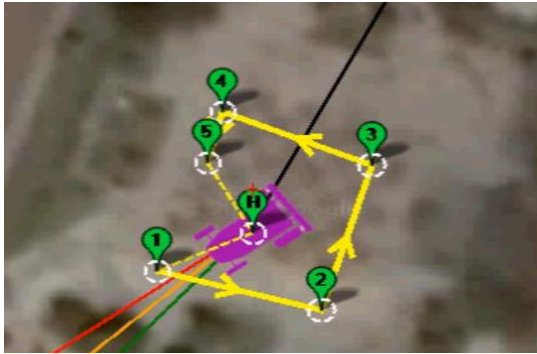
El primer modo es el modo *Manual*, por medio del cual se puede controlar el movimiento del vehículo directamente con el radio control. El segundo modo es el modo *Hold*, en el cuál el vehículo se queda completamente estático. El tercer modo de operación es llamado modo *Auto*, al entrar en este modo el vehículo recorre una serie de puntos previamente definidos con coordenadas GPS por medio del software *Mission Planner*. Fig. 6.

Terminadas las configuraciones, se procedió a probar el vehículo terrestre en un ambiente exterior. Estas pruebas consistieron en definir puntos GPS o *waypoints* por medio de un mapa en Mission Planner, con el propósito de que el vehículo pudiera seguirlos, para así asegurar el correcto funcionamiento del rover y su instrumentación. Fig. 7.



**Figura 7** Pruebas de movimiento y asignación de canales en el vehículo





**Figura 8** Prueba de movimiento usando waypoints

### Obtención de mediciones RTK

Para la obtención de mediciones RTK se hace uso de la plataforma de receptores GNSS Piksi de la compañía Swiftnav, Swift Navigation. (2016). Las mediciones se realizan mediante dos receptores GNSS, uno fijo y otro móvil. Ambos comparten información entre sí, y mediante una triangulación respecto a la posición del RTK fijo, se puede calcular con un alto grado de precisión la posición del Piksi móvil, que es el que se encuentra montado en el rover.

Para que ambos dispositivos puedan compartir información de su posición, a cada uno se le conecta un radio de telemetría RFD900+. Después se procede a hacer la configuración de los receptores. Utilizando la interfaz *Piksi Console* se envía un string de comandos AT para que puedan establecer comunicación entre sí, estableciendo su modo de operación, los puntos de conexión, la velocidad de transmisión de datos, el ID de cada radio y el ID de la red de conexión. Posterior a esto, se conecta el radio de telemetría al Piksi, Fig. 8.



**Figura 9** Receptor Piksi conectado a radio de telemetría

### Programación y fusión de datos

Para poder establecer comunicación con el Pixhawk es necesario utilizar el protocolo Mavlink, y para obtener mediciones por medio de los sensores RTK, es necesario utilizar mensajes SBP (*Swift Binary Protocol*).

Para poder hacer el procesamiento de estos datos, se utilizó la computadora Odroid XU4 que es un dispositivo de tamaño pequeño (83mm x 60mm) con procesador Exynos 5422 Cortex, a 2Ghz, Octacore y 2gb de memoria RAM, trabajando bajo el sistema operativo Ubuntu Mate 16.04 LTS. Como ya se ha mencionado el propósito es que la computadora Odroid se encargue del procesamiento de datos de los sensores para que la misma pueda regresar consignas de movimiento para seguimiento de trayectorias. El implementar esta computadora hace posible que puedan ser incluidos en el sistema otro tipo de sensores posteriormente, dado la elevada capacidad en velocidad y procesamiento de la misma.

Para adquirir y enviar datos al dispositivo Pixhawk se elaboró un programa en Python, en este caso se utilizó la librería Dronekit, que se trata de un Framework, el cual es capaz de manejar mensajes de MAVLink utilizando como interfaz funciones de Python.

Con estas funciones se realizó un programa que establece comunicación vía serial, en esta conexión se inicializa el programa para adquirir los datos provenientes del Pixhawk y sus sensores. Se hace una verificación del hardware para asegurar que todo se encuentra funcionando de manera correcta., y si todo funciona correctamente el vehículo, se procede a la obtención de mediciones RTK.

Para poder obtener dichas mediciones se utiliza el protocolo propio SBP (Swift Binary Protocol). Debido a que es un protocolo propio de la compañía se utiliza la librería *libsbp* hecha en Python, a través de la cual se pueden codificar y decodificar mensajes SBP, de esta manera se programaron funciones para poder acceder a la información de los receptores Piksi a través de la computadora Odroid. Los datos recibidos se encuentran en formato NED (North East Down), medidos del Piksi estático hacia la posición actual del Piksi rover, por lo tanto, para establecer la posición móvil respecto al punto cero denotado por el Piksi base, en un sistema de coordenadas “X, Y” se toma en cuenta, N es a X como E es a “Y”.

El programa final en Python es capaz de adquirir datos de mediciones RTK, de obtener datos de los sensores en el Pixhawk y de igual forma es posible enviar consignas de movimiento al vehículo. El montaje de los dispositivos RTK y la computadora Odroid se puede apreciar en la Fig. 9.

## Resultados

La plataforma del vehículo terrestre desarrollado es capaz de entregar información como el estado del hardware, orientación, posición y aceleración con alto grado de precisión gracias a los receptores de GPS RTK.



**Figura 10** Vehículo rover instrumentado con el receptor Piksi RTK y la computadora Odroid

Esta plataforma terrestre está equipada con hardware y software de fácil acceso, mediante la cual se pueden desarrollar aplicaciones como algoritmos de seguimiento de trayectorias y tareas autónomas utilizando los datos obtenidos del vehículo.

## Referencias

- Bechar, A., & Vigneault, C. (2016). Agricultural robots for field operations: Concepts and components. *Biosystems Engineering*, 149, 94–1.
- Jilek, T. (2015). Autonomous field measurement in outdoor areas using a mobile robot with RTK GNSS. *IFAC-PapersOnLine*, 28(4), 480–485.
- Mane, S. B., & Vhanale, S. (2016). Real time obstacle detection for mobile robot navigation using stereo vision. 2016 International Conference on Computing, Analytics and Security Trends (CAST), 637–642.
- Nizette, B., Tridgell, A., & Yu, C. (2014). Low-cost differential GPS for field robotics. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM*, 1521–1526.

Beul M., Krombach N., Nieuwenhuisen M., Droeschel D., Behnke S. (2017) Autonomous Navigation in a Warehouse with a Cognitive Micro Aerial Vehicle. In: Koubaa A. (eds) Robot Operating System (ROS). Studies in Computational Intelligence, vol 707. Springer, Cham

Paziewski, J., & Wielgosz, P. (2017). Investigation of some selected strategies for multi-GNSS instantaneous RTK positioning. *Advances in Space Research*, 59(1), 12–23.

Nizette, B., Tridgell, A., & Yu, C. (2014). Low-cost differential GPS for field robotics. *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, AIM*, 1521–1526.

Gan-Mor, S., Clark, R. L., & Upchurch, B. L. (2007). Implement lateral position accuracy under RTK-GPS tractor guidance. *Computers and Electronics in Agriculture*, 59(1–2), 31–38.

Raible, J., Blaich, M., & Bittel, O. (2010). Differential GPS supported navigation for a mobile robot. *Proceedings of the 7th IFAC Symposium on Intelligent Autonomous Vehicles IAV'10 Lecce Italy September 2010 (Vol. 43)*. IFAC.

Das, J., Cross, G., Qu, C., Makineni, A., Tokekar, P., Mulgaonkar, Y., & Kumar, V. (2015). Devices, systems, and methods for automated monitoring enabling precision agriculture. *2015 IEEE International Conference on Automation Science and Engineering (CASE)*, 462–469.

Bergerman, M., Singh, S., & Hamner, B. (2012). Results with autonomous vehicles operating in specialty crops. *Proceedings - IEEE International Conference on Robotics and Automation*, (June), 1829–1835.

Rovira-Más, F., Chatterjee, I., & Sáiz-Rubio, V. (2015). The role of GNSS in the navigation strategies of cost-effective agricultural robots. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2, 172–183.

Swift Navigation. (2016). *Piksi Datasheet*, 1–4. Retrieved from [http://docs.swiftnav.com/pdfs/piksi\\_datasheet\\_v2.3.1.pdf](http://docs.swiftnav.com/pdfs/piksi_datasheet_v2.3.1.pdf)

Roy, R., & Bommananti, V. (2015). User manual odroid-xu4, 83. Retrieved from <http://magazine.odroid.com/wp-content/uploads/odroid-xu4-user-manual.pdf>

## Modelado difuso T-S de un motor de CD y diseño de una estrategia de control PI difuso con ganancias programables

PADRE-ÑONTHE, Juan David†\*\*, RAMOS-FERNÁNDEZ, Julio Cesar\*\*, MÁRQUEZ-VERA Marco Antonio', LAFONT Frederic''.

*'Universidad Politécnica de Pachuca*

*''Université de Toulon*

Recibido 4 de Septiembre, 2017; Aceptado 7 de Diciembre, 2017

### Resumen

El objetivo de éste trabajo es proponer una metodología para modelar motores de corriente directa (MCD) cuando no se tienen parámetros reales del sistema, usando la técnica de modelado difuso del tipo Takagi-Sugeno (T-S), ésta técnica se basa en la agregación de submodelos lineales o no lineales en los consecuentes de las reglas difusas del tipo SI-Entonces, de esta forma se obtiene una representación del MCD lo más apegado al comportamiento real de la máquina. Se aplican entradas escalón con diferentes valores de excitación al motor por medio de Modulación por ancho de pulso (PWM) para obtener una familia de respuestas. Las curvas de respuesta de velocidad son utilizadas para aproximar varias funciones de transferencia de primer orden que define la dinámica del sistema en diferentes puntos de operación. Posteriormente se realiza un controlador PI con ganancias programables difusas y se realiza un estudio comparativo con un controlador PI lineal para justificar una mejora en el desempeño del modelo T-S generado a partir de varias funciones de transferencia.

**Controlador PI, Controlador PI Ganancias programables, Modelo difuso Takagi-Sugeno.**

### Abstract

The objective of this work is to propose a methodology to model direct current (DCM) motors when no real system parameters are available, using the Takagi-Sugeno (TS) type diffuse modeling technique, this technique is based on the aggregation of linear submodels or non-linear in the consequent of the diffusive rules of type if-then. Thus, a representation of the DCM is obtained that is most closely related to the actual behavior of the machine. Step inputs with different excitation values are applied to the motor by means of Pulse Width Modulation (PWM) to obtain a family of responses. The velocity response curves are used to approximate several first order transfer functions that define the dynamics of the system at different points of operation. Subsequently, a PI controller with diffusible programmable gains is performed and a comparative study with a linear PI controller is performed to justify an improvement in the performance of the T-S model generated from several transfer functions.

**PI Controller, PI Controller Gain Scheduling, Takagi-Sugeno fuzzy model**

**Citación:** PADRE-ÑONTHE, Juan David †, RAMOS-FERNÁNDEZ, Julio Cesar, MÁRQUEZ-VERA, Marco Antonio, LAFONT, Frederic. Modelado difuso T-S de un motor de CD y diseño de una estrategia de control PI difuso con ganancias programables. Revista del Diseño Innovativo. 2017, 1-1: 44-52

† Investigador contribuyendo como primer autor.

\*Corresponde al primer autor (david.padre@micorreo.upp.edu.mx)

## Introducción

Los motores de corriente directa (MCD) tienen múltiples aplicaciones en el sector industrial y en el ámbito de la robótica como lo indica en (Emhemed & Bin Mamat, 2012), tornos, máquinas de control numérico (CNC), debido a su versatilidad y la sencillez de manipular la velocidad y el sentido de giro, como lo realiza en (Petru & Mazen, 2015) regulando la velocidad por modulación por ancho de pulso PWM. Las aplicaciones más comunes son control de velocidad y posición. Para el diseño de un controlador para un (MCD) es necesario obtener su modelo matemático que permita representar su dinámica real y de esta manera usar algún método para obtener un controlador eficiente según la aplicación. Aunque existe varios modelos matemáticos en la literatura que representa la dinámica de los diferentes tipos de configuración de MCD los parámetros eléctricos y mecánicos difícilmente son proporcionados por el fabricante.

Es por ello que en varios trabajos se realiza la identificación de sistemas basado en métodos experimentales como el método de Strejc, Método de Latzel's (Tanda-Martinez, 2011) que aproxima una función de transferencia (FT) no periódico de orden superior, así como nuevos métodos para la identificación de sistemas en lazo abierto para sistemas sobre amortiguados descritos en (Mora & Amaya, 2017), de igual modo la identificación de sistemas por métodos paramétricos que son descritos mediante una estructura y un número finito de parámetros de variables, que relacionan las señales de interés del sistema (entradas, salidas y perturbaciones).

Mediante estos datos se puede obtener un modelo no lineal junto con el uso de las herramientas de inteligencia artificial, como redes neuronales, algoritmos genéticos (AG) como lo desarrolla en (Aguado & Cipriano, 2009), redes neurodifusas, lógica difusa (Rivera Flores, 2007), mínimos cuadrados, ARX, ARMAX, cuyos métodos de identificación se describen en (Bueno, 2011) y el algoritmo genético adaptable (AGA) que se ilustra en (Tanda & Aguado, 2013).

De igual manera lógica difusa es empleado para el control de sistemas lineales y no lineales aplicados en trabajos de (Zaki, El-Bardini, Soliman, & Sharaf, 2015) realiza el control de velocidad de un MCD usando un controlador lógica difuso y control adaptable. En (Fidel et al., 2017) realiza la comparación de desempeño de varios controladores como el PID clásico, PID no lineal, el PID difuso ganancias programables, obteniendo buen desempeño de controlador PID difuso como controlador en regulación.

Por ello en este trabajo se propone una metodología para la obtención de un modelo difuso tipo Takagi-Sugeno (T-S) mediante la identificación de varias funciones de transferencia obtenidas en diferentes puntos de operación a diferentes entradas PWM para el control de velocidad de MCD a partir de datos reales obtenidos de forma experimental, permitiendo acercarse a las dinámicas más cercanas a las dinámicas reales del MCD y a partir del modelo obtenido se basa para obtener un controlador PI difuso con ganancias programables tomando en cuenta los controladores de cada función de transferencia en cada punto de operación.

## Desarrollo

El modelo matemático de un MCD se describe en varios artículos de la literatura como en (Sebastian & Alvarado, 2012) se presenta el modelo matemático de un motor DC separadamente excitado, pero para identificar la dinámica de un motor en la industria comúnmente se realiza mediante experimentación de ésta, cuya finalidad es aproximar a una función de transferencia que describe la dinámica del sistema alrededor del punto de operación como lo desarrollan en (Rairán-Antolines, Guerrero-Cifuentes, & Mateus-Pineda, 2010), que presenta un método de identificación paramétrica en los MCD, la respuesta ante una entrada escalón a lazo abierto se aproxima a una función de transferencia de orden N.

Para realizar la identificación del MCD en lazo abierto se utilizaron los siguientes materiales

## Metodología

### Materiales y Métodos

- Motor de DC 12 V con reducción de engranaje 80:1
- Fuente de voltaje de CD
- Encoder óptico de cuadratura 640 Pulsos por revolución acoplado al eje del motor
- Tarjeta para adquisición de datos (microcontrolador).

Normalmente los sistemas con dinámica rápida o subamortiguado son aproximados a un sistema de segundo orden, mientras que los sistemas de dinámica lenta son aproximados a uno de primer orden, las ecuaciones que rigen estas dinámicas son las siguientes.

$$G(s) = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1)$$

La ecuación (1) es la función de transferencia para sistemas de primer orden puro.

$$G(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-sh} \quad (2)$$

La ecuación (2) es la función de transferencia para sistemas de primer orden con retardo.

$$G(s) = \frac{k}{(\tau s + 1)^n} \quad (3)$$

La ecuación (3) es la función de transferencia de sistemas de primer orden con polos reales múltiples.

Donde:

$K$ : Ganancia del sistema  $\frac{\Delta y}{\Delta u}$

$\tau$ : Constante de tiempo en alcanzar el 63.2% del valor máximo.

$e^{-sh}$ : función de retardo de la planta

$h$ : Constante de retardo

La función de transferencia de segundo orden esta da dado por.

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{k \omega_n^2}{s^2 + 2 \zeta \omega_n s + \omega_n^2} \quad (4)$$

Donde:

$\omega_n$ : Frecuencia natural del sistema

$\zeta$ : Coeficiente de amortiguamiento

$k$ : Ganancia del sistema

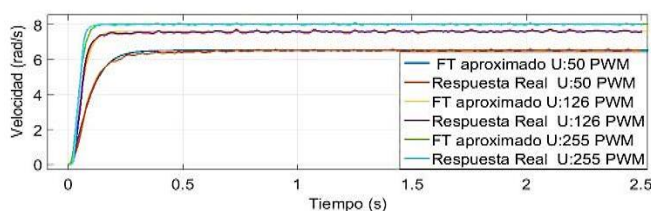
La dinámica de sistemas de segundo orden puede definirse como sobreamortiguado, críticamente amortiguado u subamortiguado, de acuerdo al coeficiente de amortiguamiento.

### Identificación de curvas de respuestas ante diferentes entradas

En el presente trabajo de identificación de un modelo difuso del MCD del tipo Takagi-Sugeno, se realizó con varios experimentos, se proponen tres entradas escalón PWM con amplitud diferente en lazo abierto para definir tres funciones de pertenencia, que represente la dinámica ante una entrada de excitación baja, media y alta, de esta forma se obtienen 3 dinámicas de velocidad en diferentes puntos de operación que abarca el dominio de trabajo de la máquina.

Cabe destacar que el motor está conectado a un puente H que permite el cambio de giro y la variación de velocidad mediante una entrada de modulación de ancho de pulso PWM. De esta manera la entrada de excitación ( $u$ ) al motor esta dado en relación al valor de PWM generadas por el microcontrolador con valor de 8 bits [0 – 255], donde el valor 255 representa el voltaje máximo aplicado al motor.

Los datos obtenidos de las respuestas del sistema, fueron graficados, y mediante el método de Strejc se aproxima a funciones de transferencia de primer orden. Los tres experimentos se aproximaron a una función de transferencia de primer orden.



**Gráfico 1** Curvas de velocidad del motor CD a diferentes entradas y sus respectivas aproximaciones de función de transferencia.

$$G_1(s) = \frac{0.1304}{(0.093s + 1)} \quad (5)$$

La ecuación (5) define la función de transferencia obtenida con una entrada control de PWM en este caso para el primer experimento el valor PWM=255.

$$G_2(s) = \frac{0.05997}{(0.0632s + 1)} \quad (6)$$

La ecuación (6) define la transferencia obtenida con una entrada de PWM=126.

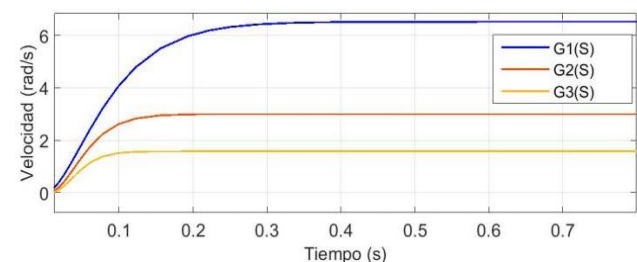
$$G_3(s) = \frac{0.03151}{(0.052s + 1)} \quad (7)$$

La ecuación (7) define la función de transferencia obtenida con una entrada de PWM=255.

A partir de la identificación de los funciones de transferencias del MCD mostrados en las ecuaciones (5), (6) y (7) se puede observar que, cuando la entrada es pequeña la respuesta es más lenta o sea ( $\tau$ ) es grande, también la ganancia ( $k$ ) es más grande.

La respuesta es más rápida si la entrada ( $u$ ) es grande y la ganancia ( $k$ ) disminuye.

Las funciones de transferencia describe la dinámica de sistemas lineales (sistema linealizado), alrededor de un punto de operación.



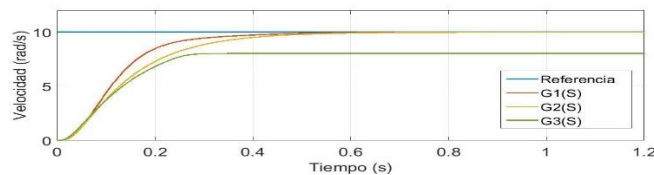
**Gráfico 2** Curvas de respuesta de las funciones de transferencias obtenidas a una entrada de pwm=50.

Del gráfico (2) se puede apreciar que las respuestas de las FT identificados del motor de CD tiene diferentes amplitudes con una misma entrada de PWM=50.

La respuesta más acertada en este caso es la función de transferencia que está parametrizada a esta entrada, cabe destacar que al salir de su zona de identificación la función de transferencia pierde su validez a su dinámica.

Debido a que se tiene distintas FT que describe parte la dinámica en varias zonas de operación de la máquina, un controlador PI clásico no será suficiente para controlar el sistema, es por ello que se propone un controlador PI difuso ganancias programables.

El gráfico (3) se muestra las curvas de respuesta en lazo cerrado de cada FT mediante un controlador PI clásico sintonizado con la herramienta (Tune PID) de matlab evitando la respuesta en sobreoscilación, aunque también puede ser sintonizado por cancelación de polos o método de Ziegler-Nichols, pero la finalidad es demostrar que las tres plantas identificadas no todos representa la dinámica real en ese punto de operación.



**Gráfico 3** Respuesta de las funciones de transferencias a lazo cerrado con controlador PI sintonizado con la herramienta Tune de Matlab.

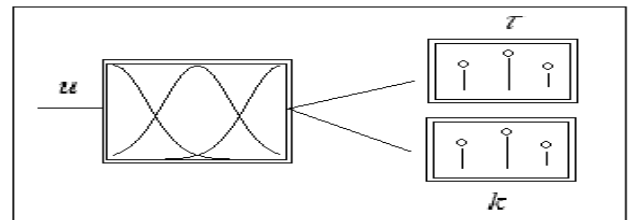
Del gráfico (3) se observa que 2 respuestas alcanzan a la referencia, mientras que uno se queda alrededor de 8 rad/s. la respuesta más acertada es la que fue identificado con una entrada de pwm 255 en este caso la ecuación (7).

El valor máximo permitido PWM es 255 y por lo tanto su máxima velocidad alcanzada a esta entrada es 8.035 rad/s, lo indica que no puede alcanzar la referencia con la entrada (u) máxima y esto representa la dinámica real del motor, mientras que las 2 curvas que alcanzan la referencia no describe la dinámica real en este punto de operación.

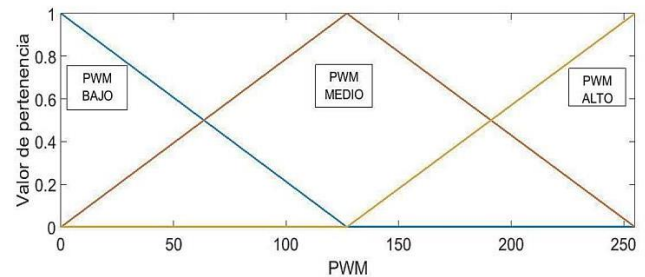
**Identificación de Modelo T-S**

Para describir un mejor comportamiento del MCD se conjuntan las tres funciones de transferencia parametrizadas para encontrar las curvas de respuestas en relación con la entrada (u) usando lógica difusa mediante las siguientes reglas:

- Si u es grande entonces g(s) de (u) grande
- Si u es media entonces g(s) de (u) media
- Si u es pequeño entonces g(s) de (u) pequeño



**Figura 1** Esquema de inferencia difusa para  $k$  y  $\tau$  respecto a la entrada  $u$  que corresponde al valor PWM.



**Gráfico 4** Funciones de pertenencia para la entrada PWM.

La figura 1 muestra el esquema difuso de una variable de entrada y dos variables de salida, las ganancias  $k$  y  $\tau$ . Donde la variable de entrada PWM [0-255] y definido con tres funciones de pertenencia triangulares, con los valores lingüísticos bajo [0, 0,127], medio [0, 127, 255] y alto [127, 255, 255]. Cabe destacar que las funciones de transferencia identificadas a diferentes entradas son aproximadas a ecuaciones diferenciales ordinales de primer orden. La constante de tiempo  $\tau$  y la ganancia  $k$  son de tipo singleton con el valor de cada FT del sistema identificado respectivamente.



Mediante lógica difusa se aproximan las ganancias de  $k$  y  $\tau$ , de esta forma el sistema de inferencia difuso aproxima las dinámicas no capturada, es decir se realiza una interpolación acotada por las ganancias obtenidas en la etapa de identificación de esta manera se estiman las diferentes curvas de acuerdo a la entrada y no linealidades que presenta el MCD.

Se realizó la implementación de la función de transferencia de primer orden en Simulink mediante bloques, con entrada de coeficientes variables. Para simular el sistema en tiempo real se acopla el bloque de inferencia difusa como se desarrolló en la figura 1a.

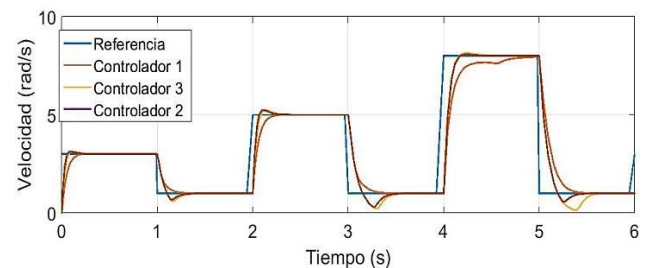
### Implementación de un Control PI difuso ganancias programables

A partir las 3 funciones de transferencia obtenidas del MCD mostradas en las ecuaciones (5), (6) y (7), se realizó la sintonización de un controlador PI para cada FT con base a criterio integral absoluto del error (IAE) basado en los parámetros de López (Ruíz, 2002) con la finalidad de evaluar el desempeño de cada controlador en cada planta, donde: ( $K_p$  y  $K_i$ ) son ganancias de controlador,  $T_d$  tiempo de establecimiento en segundos al 2%,  $M_p$  es el porcentaje de sobrepaso e IAE es la integral de error absoluto.

Función de transferencia parametrizada	$K_p$	$K_i$	$T_d$ al $\pm 2\%$	$M_p$ %	IAE
G1(S) y (controlador C1)	15.9	90.1	0.40 s	0%	0.042
G2(S) y (controlador C2)	30	583	0.42 s	0.55	0.039
G3(S) y (controlador C3)	50	819	0.31 s	1.31	0.031

**Tabla 1** Ganancias de los controladores PI implementados a cada función de transferencia y su respectiva respuesta con referencia de 1 rad/s.

La dinámica del motor DC implementado con lógica difusa a partir de funciones de transferencia es no lineal, ya que posee parámetros variables respecto a la entrada de excitación, con la finalidad de observar el comportamiento de los controladores PI ante éste sistema no lineal se realiza la simulación con varias entradas escalón con cada controlador sintonizado mostrado en la tabla 1.



**Gráfico 5** Respuesta de los controladores en el modelo T-S difuso del MCD.

Con base al criterio de desempeño (C.d.) de IAE y el tiempo de establecimiento se evalúan el comportamiento de cada controlador en el sistema no lineal para cada cambio de referencia.

Tiempos		(0-1)	(1-2)	(2-3)	(3-4)	(4-5)	(5-6)
C1	IAE	0.14	0.13	0.35	0.39	1.03	1.08
	$T_d$ (s) $\pm 2\%$	0.17	0.22	0.20	0.28	0.72	0.27
C2	IAE	0.069	0.09	0.20	0.44	0.54	0.95
	$T_d$ (s) $\pm 2\%$	0.185	0.29	0.22	0.42	0.16	0.3
C3	IAE	0.086	0.13	0.23	0.48	0.54	1.13
	$T_d$ (s) $\pm 2\%$	0.21	0.31	0.24	0.45	0.15	0.47

**Tabla 2** Evaluación de IAE y Tiempo de establecimiento para cada cambio de referencia con duración de 1 segundo.

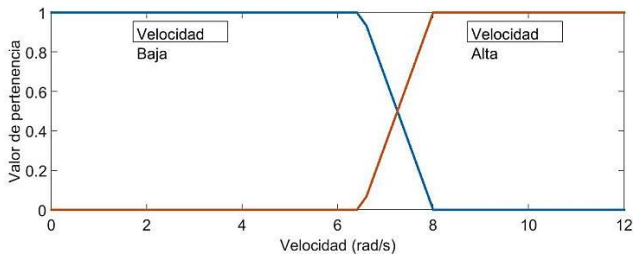
De la tabla 2 se observa que el controlador 2 ofrece buen desempeño según el criterio de IAE a referencias altas de velocidad, aunque presenta pequeños sobre impulsos a referencias bajas y en decrementos de velocidad, el controlador 1 no presenta sobre impulsos a referencias bajas pero demora a referencias grandes de velocidad.

Conociendo la dinámica del sistema se puede generar un controlador PI difuso con ganancias programables T-S con reglas del tipo *SI-ENTONCES*. A partir de los parámetros de los controladores que define localmente la dinámica del sistema combinando el mejor desempeño en criterio IAE y el mejor en tiempo de establecimiento usando las ganancias de los controladores PI 1 y 3.

La estimación de las ganancias  $K_p$  y  $K_i$  de los controladores para cada FT se obtiene a partir de la velocidad del MCD. Entonces se plantea las siguientes reglas:

- Si la velocidad es baja entonces  $K_p$  y  $K_i$  baja.
- Si la velocidad es alta entonces  $K_p$  y  $K_i$  alta.

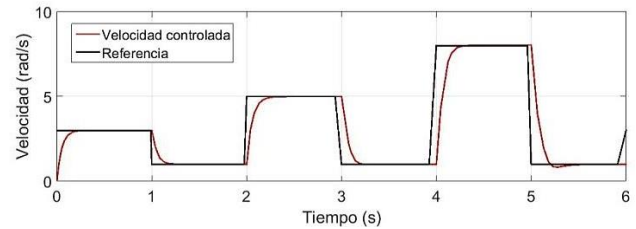
Las funciones de pertenencia para la variable de entrada referencia de velocidad dado en rad/s acotadas de [0-12], con los valores lingüísticos referencia baja [0, 0, 6.2, 8] y referencia alta [6.2, 8, 12, 12] son de tipo trapezoidal debido a su simplicidad y aproximación. Los rangos definidos en el gráfico 6 tomando a consideración las mejores respuestas de los controladores con los criterios de IAE mostrados en la tabla 2 de esta manera obtener un menor sobre impulso y un mejor tiempo de establecimiento.



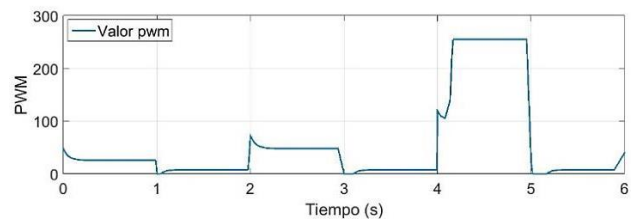
**Gráfico 6** Funciones de pertenencia de la variable de entrada velocidad.

Las variables de salida ( $K_p$  y  $K_i$ ) son de tipo singleton con valores de los controladores C1 y C3.

Con el modelo de la dinámica no lineal del MCD y el controlador PI difuso con ganancias programables fueron acoplados en lazo cerrado y simulados para corroborar su desempeño respecto a los controladores PI clásicos. Tomando en cuenta la misma secuencia de entradas de referencia usado en el Gráfico 6 se obtiene la siguientes gráficas.



**Gráfico 7** Respuesta del controlador PI difuso en el sistema no lineal.



**Gráfico 8** Valor de PWM del controlador difuso obtenido en simulación.

Tiempos	(0-1)	(1-2)	(2-3)	(3-4)	(4-5)	(5-6)
C.d. IAE	0.14	0.10	0.22	0.22	0.30	0.25
Td (s) ±2%	0.19	0.22	0.20	0.19	0.23	0.20

**Tabla 3** Evaluación de IAE y Tiempo de establecimiento para el controlador difuso con escalones de referencia.

### Resultados

Con el controlador PI difuso ganancias programables se observa que el tiempo de establecimiento al 2% a referencias bajas es de 0.19 s, que es menor en relación al tiempo de establecimiento del controlador 3 que fue de 0.21 s, pero es mayor comparando con el controlador 1 con un tiempo de establecimiento al 2% de 0.17 s y con base al criterio IAE los valores obtenidos en el controlador difuso en referencias bajas es de 0.14 s con el mismo valor obtenido al controlador 1.

Para referencias de velocidades medio el tiempo de establecimiento para el controlador difuso de ganancias programables es de 0.2 s, igual que el controlador 1 que es el tiempo más rápido en relación a los tres controladores PI.

Para referencias de velocidades altas en el controlador difuso mejora en relación a los tres controladores PI obteniendo un menor tiempo de establecimiento de 0.2 s y un mejor desempeño con índice de 0.25 de IAE.

El modelo no lineal obtenido mediante la combinación de varias funciones de transferencia determina la velocidad máxima que alcanza en el sistema real.

### Conclusión

En el presente trabajo se muestra que si es posible generar un modelo difuso que aproxime un rango amplio de la dinámica del MCD mediante varios experimentos de identificación, usando algún método de aproximaciones de respuesta como la de Strejc de esta manera obtener varias funciones de transferencia que describa su dinámica en cierta región bajo cierta entrada excitación.

A partir del modelo difuso de MCD se puede obtener parámetros relevantes como son las ganancias de controladores PI o PID para generar un controlador difuso de ganancias programables y de esta manera realizar simulaciones más acertadas al comportamiento real del sistema considerando las no linealidades que presenta la máquina. El controlador PI difuso de ganancias programables obtuvo un buen desempeño en el control de regulación de velocidad, en comparación de los controladores PI obtenidos de cada función de transferencia, combinando un menor tiempo de establecimiento y reduciendo el índice de IAE.

Esta metodología puede ser empleada en sistemas que tienen las respuestas similares a un sistema de primer orden y que presente no linealidades, comúnmente en la respuesta de velocidad para diferentes MCD.

### Agradecimientos

Juan David Padre Ñonthe agradece a CONACYT por la beca otorgada de maestría con CVU: 713501.

### Referencias

- Aguado, A., & Cipriano, A. (2009). Identificación en lazo cerrado y ajuste de reguladores mediante algoritmos genéticos. *Revista Iberoamericana de Automática E Informática Industrial RIAI*, 6(1), 20–30. [https://doi.org/10.1016/S1697-7912\(09\)70073-1](https://doi.org/10.1016/S1697-7912(09)70073-1)
- Bueno, A. M. (2011). Identificación experimental de sistemas.
- Emhemed, A. A. A., & Bin Mamat, R. (2012). Modelling and simulation for Industrial DC Motor using Intelligent control. *Procedia Engineering*, 41(Iris), 420–425. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2012.07.193>
- Fidel, L., Natale, C., Mercado, E. C., Cesar, J., Fernández, R., Antonio, M., ... Ac, C. (2017). Comparación experimental de controladores PID clásico, PID no lineal y PID difuso para el caso de regulación. *9o Congreso Mexicano de Inteligencia Artificial COMIA 2017*, 9, 1–14.
- Mora, L. A., & Amaya, J. E. (2017). Un Nuevo Método de Identificación Basado en la Respuesta Escalón en Lazo Abierto de Sistemas Sobre-amortiguados. *RIAI - Revista Iberoamericana de Automática E Informática Industrial*, 14(1), 31–43. <https://doi.org/10.1016/j.riai.2016.09.006>

Petru, L., & Mazen, G. (2015). PWM control of a DC motor used to drive a conveyor belt. *Procedia Engineering*, 100(January), 299–304. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.01.371>

Rairán-Antolines, J. D., Guerrero-Cifuentes, C. E., & Mateus-Pineda, J. A. (2010). Diseño de controladores de tipo proporcional integral derivativo (PID) y difuso para la posición de un motor de corriente continua (DC). *Ingeniería Y Universidad*, 14(1), 137–160.

Ruíz, V. M. A. (2002). CONTROLADORES PID QUE OPERAN COMO REGULADORES, 12(2), 21–36.

Sebastian, M., & Alvarado, A. (2012). Modelo matemático de un motor de corriente continua separadamente excitado : Control de velocidad por corriente de armadura. *Instituto de Ciencias Físicas, Escuela Superior Politécnica Del Litoral*, 6(1), 154–161.

Tanda-Martinez, R. F. (2011). Evaluación del desempeño de métodos experimentales de identificación a lazo abierto. *Revista de Ingeniería*, 32, 50–64. Retrieved from [http://rielac.cujae.edu.cu/index.php/riec/article/view/82/pdf\\_76](http://rielac.cujae.edu.cu/index.php/riec/article/view/82/pdf_76)

Tanda, R. F., & Aguado, A. (2013). Identificación de sistemas en lazo cerrado basada en una estrategia híbrida AGA-simplex. *RIAI - Revista Iberoamericana de Automática E Informática Industrial*, 10(1), 37–49. <https://doi.org/10.1016/j.riai.2012.11.004>

Zaki, A., El-Bardini, M., Soliman, F., & Sharaf, M. (2015). Embedded Two Level Direct Adaptive Fuzzy Controller for DC Motor Speed Control. *Ain Shams Engineering Journal*, 1–11.

## Sincronización de sistemas caóticos descritos por modelos T-S usando propiedades de regulación y observabilidad difusa

HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh†, RIVERA-ARREOLA, E., Daniel, MEDA-CAMPAÑA, Jesús A.

*Universidad Politécnica de Pachuca  
Instituto Politécnico Nacional*

Recibido 4 de Septiembre, 2017; Aceptado 7 de Diciembre, 2017

### Resumen

En este artículo la sincronización de sistemas caóticos descritos por modelos difusos T-S en tiempo continuo es tratado mediante teoría de regulación difusa y las propiedades de controlabilidad y observabilidad difusa.

Las condiciones necesarias para el diseño del regulador difuso, con base en la aproximación difusa de la variedad de error cero en estado estacionario como lineal, son presentadas en este trabajo.

Por otra parte, el diseño del observador difuso, con base en la ubicación de polos para una clase de sistemas difusos Takagi-Sugeno tipo SISO, son explotadas en este trabajo. El problema de la sincronización, vista con el enfoque de regulación y observabilidad, se estudia.

Dos ejemplos con osciladores caóticos son usados para ilustrar la efectividad de los métodos propuestos.

**Controlabilidad, Observabilidad, Regulación Difusa, Sistema difuso T-S, Sistemas Caóticos**

### Abstract

In this article the synchronization of chaotic systems described by diffuse models T-S in continuous time is treated by diffuse regulation theory and the properties of controllability and diffuse observability.

The conditions necessary for the design of the diffuse regulator, based on the diffuse approximation of the variety of zero error in stationary state as linear, are presented in this work.

On the other hand, the design of the diffuse Observer, based on the location of Poles for a class of diffuse systems Takagi-SISO type, are exploited in this work. The problem of synchronization, seen with the approach of regulation and observability, is studied.

Two examples with chaotic oscillators are used to illustrate the effectiveness of the proposed methods

**Controllability, Observability, Diffuse Regulation, Diffuse system T-S, Chaotic systems**

**Citación:** HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh† RIVERA-ARREOLA, E., Daniel, MEDA-CAMPAÑA, Jesús A. Sincronización de sistemas caóticos descritos por modelos T-S usando propiedades de regulación y observabilidad difusa. Revista del Diseño Innovativo. 2017 1-1: 53-65

\*Correspondencia al Autor Correo Electrónico: tonatiuh@upp.edu.mx

† Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

Un sistema determinístico descubierto por E.N. Lorenz con un comportamiento aleatorio fue tan inusual que recientemente se ha nombrado como sistema caótico.

Así como los números irracionales e imaginarios, energía negativa, antimateria, etc., la lógica difusa y caos fueron gradualmente aceptados por muchos, si no es que todos, científicos e ingenieros como conceptos fundamentales así como para el desarrollo de tecnologías [1].

En particular, la tecnología de sistemas difusos ha alcanzado su madurez con una amplia gama de aplicaciones en muchas industrias, comercios y campos técnicos, que van desde el control, automatización, inteligencia artificial (para el procesamiento de señales o reconocimiento de imagen de patrones) y comercio electrónico.

Caos por otra parte, fue considerado como uno de los tres descubrimientos monumentales del siglo veinte junto con la teoría de la relatividad y mecánica cuántica; considerado como un fenómeno dinámico no lineal muy especial y alcanzado un estatus actual sobresaliente.

La interacción entre los sistemas difusos y caos se han desarrollado en los últimos 20 años conduciendo a temas de investigación tales como: modelado difuso de sistemas caóticos usando la aproximación dada por Takagi-Sugeno (T-S), descripciones lingüísticas de estos sistemas, control difuso de caos, sincronización y la combinación de caos-difuso para problemas de aplicación en ingeniería.

La sincronización de sistemas caóticos es uno de los problemas más desafiantes en la teoría del control y puede ser referido al menos a las observaciones de Huygen [2]; es entendido como: trayectorias, de dos sistemas caóticos con condiciones iniciales cercanas, que convergen una a otra a medida que  $t \rightarrow \infty$ , en [3] está reportado que algunos de éstos sistemas poseen una propiedad de auto sincronización.

Sin embargo, no todos los sistemas caóticos se pueden descomponer en dos respuestas de subsistemas separados y asegurar la sincronización. Las ideas en estos trabajos han conducido a mejoras en muchos campos de estudio, tales como: comunicaciones [4], sistemas de encriptación, procesamiento de información compleja con el cerebro humano, reactores bioquímicos acoplados, etc.

La sincronización caótica puede clasificarse como: *Sincronización completa*, cuando dos osciladores caóticos están mutuamente acoplados y uno conduce al otro; *sincronización generalizada*, difiere en caso previo por el hecho que son diferentes osciladores y los estados de uno están completamente definidos por el otro; *sincronización de fase*, ocurre cuando los osciladores acoplados no son idénticos y tienen diferentes amplitudes y permanecen no sincronizados, mientras que la fase de los osciladores evoluciona de forma sincronizada [5].

Vale la pena mencionar que estudios en este campo sobre sistemas no lineales han sido reformulados con base en resultados clásicos previos de teoría de control tal como [6]–[10] y muchos otros.

En este trabajo, la teoría de regulación difusa y los modelos difusos T-S se combinan con el objetivo de resolver la *sincronización difusa completa* de sistemas caóticos mediante el uso de aproximaciones locales lineales, tanto de la variedad de error cero en estado estacionario, así como, la entrada en estado estacionario

La principal contribución del presente trabajo es desarrollar una ley de control, simple y de fácil implementación, para sincronizar sistemas caóticos descritos por modelos difusos T-S en tiempo continuo, con base en la propiedad de regulación, expuesta por Isidori y Byrnes. Además, mediante la aproximación de las transformaciones  $x_{ss}(t) = \pi(w(t))$  y  $u_{ss}(t) = \gamma(w(t))$  cuando cambian a  $x_{ss}(t) = \Pi w(t)$  y  $u_{ss}(t) = \Gamma w(t)$ , respectivamente, se dan las condiciones necesarias para el diseño del compensador; lo cual evita resolver el problema de las ecuaciones parciales no lineales, expuestas por Isidori y Byrnes. Por otra parte, bajo técnicas desarrolladas para la controlabilidad y observabilidad de sistemas difusos, el problema de sincronización completa de sistemas caóticos puede ser visto como un problema de observación regulada por la señal del error de observación.

## I. Formulación del problema

Considerar el sistema no lineal dado por:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), w(t), u(t)), \quad (1)$$

$$\dot{w}(t) = s(w(t)), \quad (2)$$

$$e(t) = h(x(t), w(t)), \quad (3)$$

Donde  $x \in \mathbb{R}^n$ , es el vector de estados de la planta;  $w \in W \subset \mathbb{R}^s$ , es el vector de estados del exosistema, el cual genera la referencia y/o la señal de perturbación;  $u \in \mathbb{R}^m$ , es la señal de entrada al sistema; la ecuación (3) describe la salida del error de seguimiento  $e \in \mathbb{R}^m$ , el cual es usualmente dado por la diferencia entre la salida de la planta y la señal de referencia, es decir,  $h(x(t), w(t)) = c(x(t)) - q(w(t))$ ;  $y(t) = c(x)$  es la salida de la planta, y  $y_{ref} = q(w(t))$  es la salida del exosistema. Se asume que  $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ ,  $s(\cdot)$  y  $h(\cdot, \cdot)$  son funciones  $C^k$ , con  $s(0) = 0$ ,  $f(0,0,0) = 0$  y  $h(0,0) = 0$ .

El modelado difuso propuesto por Takagi y Sugeno (T-S) cuyas reglas difusas SI-ENTONCES representan relaciones entrada-salida lineales locales, presenta una buena aproximación de un sistema no lineal. El modelo T-S se define mediante la elección adecuada de un conjunto de subsistemas lineales que relaciona las reglas asociadas al conocimiento físico con las descripciones lingüísticas de las propiedades del sistema. Estos subsistemas lineales describen adecuadamente, al menos localmente, el comportamiento del sistema no lineal para una región predefinida.

La aproximación difusa del sistema (1)-(3) se puede escribir como [11]

### Planta difusa

Regla  $i$ :

**SI**  $z_{1,1}(t)$  es  $M_{1,i,1}$  y  $\dots$  y  $z_{1,p_1}(t)$  es  $M_{1,i,p_1}$

### ENTONCES

$$\dot{x} = A_i x(t) + B_i u(t) + P_i w(t), \quad (4)$$

$$y = C_i x(t), \quad \text{para } i = 1 \dots r_1,$$

**Exosistema**

Regla  $i$ :

SI  $z_{2,1}(t)$  es  $M_{2,i,1}$  y  $\dots$  y  $z_{2,p_2}(t)$  es  $M_{2,i,p_2}$

**ENTONCES**

$$\dot{w}(t) = S_i w(t), \tag{5}$$

$$y_{ref} = Q_i w(t), \quad \text{para } i = 1 \dots r_2,$$

donde  $r_1$  y  $r_2$  es el número de reglas de la planta difusa, los conjuntos  $M_{1,i,j}$  y  $M_{2,i,j}$  se definen a partir del conocimiento previo de la dinámica del sistema.

Se asume que las matrices  $A_i, B_i, P_i, S_i, Q_i$  y  $C_i$  son obtenidas linealizando el sistema alrededor de algunos puntos de operación  $(x, w, u) = (x^i, w^i, u^i)$ , es decir,

$$A_i = \left. \frac{\partial f(x, w, u)}{\partial x} \right|_{(x^i, w^i, u^i)}, \quad B_i = \left. \frac{\partial f(x, w, u)}{\partial u} \right|_{(x^i, w^i, u^i)}$$

$$P_i = \left. \frac{\partial f(x, w, u)}{\partial w} \right|_{(x^i, w^i, u^i)}, \quad C_i = \left. \frac{\partial h(x, w)}{\partial x} \right|_{(x^i, w^i)}$$

$$S_i = \left. \frac{\partial s(w)}{\partial w} \right|_{(w^i)}, \quad Q_i = \left. \frac{\partial h(w)}{\partial w} \right|_{(w^i)}$$

Considerando el sector no lineal presentado en [12], que produce una representación exacta del sistema no lineal original, al menos en una región local del diagrama de fase, entonces, el sistema quedará definido por

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t)) [A_i x(t) + B_i u(t) + P_i w(t)], \tag{6}$$

$$\dot{w}(t) = \sum_{i=1}^{r_2} h_{2,i}(z_2(t)) S_i w(t), \tag{7}$$

$$e(t) = \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t)) C_i x(t) - \sum_{i=1}^{r_2} h_{2,i}(z_2(t)) Q_i w(t). \tag{8}$$

donde  $x(t) \in R^n$  son estados de la planta;  $w(t) \in R^s$  los estados del exosistema;  $u(t) \in R^m$  es la señal de control;  $e(t) \in R^m$  es el error de seguimiento, y  $z_{*,1} = [z_{*,1}(t) z_{*,2}(t) \dots z_{*,p}(t)]$  es una función de  $x(t)$  y/o  $w(t)$ .

Entonces el problema de regulación de la salida exacta está definido como: encontrar, si es posible, un controlador

$$u(t) = \alpha(x(t), w(t)),$$

tal que:

1. el punto de equilibrio de  $x = 0$  del sistema en lazo cerrado sin señal externa ( $w(t) = 0$ )

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t)) [A_i x(t) + B_i \alpha(x(t), 0) + P_i w(t)],$$

es asintóticamente estable;

2. la solución del sistema en lazo cerrado (6-8) y satisface

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0.$$

Obsérvese que el modelo difuso T-S (6)-(8) se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\dot{x}(t) = \tilde{A}(t)x(t) + \tilde{B}(t)u(t) + \tilde{P}(t)w(t), \tag{9}$$

$$\dot{w}(t) = \tilde{S}w(t), \tag{10}$$



$$e(t) = \tilde{C}(t)x(t) - \tilde{Q}(t)w(t), \quad (11)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \tilde{A}(t) &= \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t))A_i & \tilde{B}(t) &= \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t))B_i \\ \tilde{P}(t) &= \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t))P_i & \tilde{C}(t) &= \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t))C_i \\ \tilde{S}(t) &= \sum_{i=1}^{r_2} h_{2,i}(z_2(t))S_i & \tilde{Q}(t) &= \sum_{i=1}^{r_2} h_{2,i}(z_2(t))Q_i \end{aligned}$$

Antes de continuar y de acuerdo con la teoría de regulación de Isidori, la linealización alrededor de  $x = 0$  para el sistema no lineal (1)-(3) está dada por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Pw(t), \quad (12)$$

$$\dot{w}(t) = Sw(t), \quad (13)$$

$$e(t) = Cx(t) - Qw(t), \quad (14)$$

además, considerando que existen transformaciones tales que  $x_{ss}(t) = \pi(w(t))$ ,  $u_{ss}(t) = \gamma(w(t))$ , con  $\pi(0) = 0$  y  $\gamma(0) = 0$  que satisfacen

$$\frac{\partial \pi(w(t))}{\partial w(t)} s(w(t)) = f(\pi(w(t)), w(t), \gamma(w(t))), \quad (15)$$

$$0 = h(\pi(w(t)), w(t)), \quad (16)$$

el problema de regulación se puede resolver y el controlador estará dado por

$$u(t) = K[x(t) - \pi(w(t))] + \gamma(w(t)). \quad (17)$$

Se puede ver que para el caso lineal las transformaciones  $x_{ss}(t) = \pi(w(t))$  y  $u_{ss}(t) = \gamma(w(t))$  cambian a  $x_{ss}(t) = \Pi w(t)$  y  $u_{ss}(t) = \Gamma w(t)$ , respectivamente. Por lo tanto las condiciones (15)-(16) se reducen a un conjunto de ecuaciones matriciales lineales (Ecuaciones de Francis)

$$\Pi S = A\Pi + B\Gamma + P, \quad (18)$$

$$0 = C\Pi - Q. \quad (19)$$

Considérese nuevamente el modelo difuso definido por (6-8). De [13] y [11] el problema de regulación difusa se formula como un sistema no lineal descrito por un modelo difuso (T-S), siguiendo una señal de referencia generada por un exosistema también difuso.

Entonces, éste se puede resolver usando reguladores locales siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones: 1) El estado estacionario  $\pi(w(t))$  es el mismo para todos los subsistemas locales y 2) las matrices locales de entrada ( $B_i$ ) son iguales para todos los subsistemas locales, es decir, ( $B_1 = B_2 = \dots = B_i$ ). Por lo tanto, el controlador difuso total toma la siguiente forma

$$\begin{aligned} u(t) &= \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t)) K_i \left[ x(t) - \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t)) \sum_{j=1}^{r_2} h_{2,i}(z_2(t)) \Pi_{ij} w(t) \right] \\ &\quad + \sum_{i=1}^{r_1} h_{1,i}(z_1(t)) \sum_{j=1}^{r_2} h_{2,i}(z_2(t)) \Gamma_{ij} w(t). \quad (20) \end{aligned}$$

Con  $\Pi_{ij}$  y  $\Gamma_{ij}$  como solución de  $r_1 \cdot r_2$  problemas locales de regulación lineal:

$$\Pi_{ij} S_i = A_i \Pi_{ij} + B_i \Gamma_{ij} + P_i, \quad (21)$$

$$0 = C_i \Pi_{ij} - Q_j. \quad (22)$$

**Metodología**

**Modelado difuso de sistemas caóticos**

Para utilizar la técnica de regulación difusa será necesaria la representación de los sistemas caóticos mediante modelos difusos del tipo T-S. Para esto, las técnicas descritas anteriormente se usan para construir dichos modelos.

**Atractor de Lorenz con señal de entrada**

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -ax_1(t) + ax_2(t) + u(t), \\ \dot{x}_2(t) &= cx_1(t) - x_2(t) - x_1(t)x_3(t), \quad (23) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t)x_2(t) - bx_3(t). \end{aligned}$$

Donde a, b y c son constantes y  $u(t)$  es el término de control.

Para construir el modelo difuso T-S del atractor de Lorenz, los términos cuadráticos no lineales  $x_1(t) x_3(t)$  y  $x_1(t) x_2(t)$  deben estar expresados como la suma ponderada de algunas funciones lineales [14] es decir, el término no lineal

$$f(x(t)) = x_1(t)x_2(t)$$

puede ser representador por

$$f(x(t)) = \left[ \sum_{i=1}^2 h_i g_i(x(t)) \right] x_2(t),$$

donde

$$g_1(x(t)) = M_1, \quad g_2(x(t)) = M_2,$$

y

$$h_1(x(t)) = \frac{-x_1(t)+M_2}{M_2-M_1}, \quad (24)$$

$$h_2(x(t)) = \frac{x_1(t)-M_1}{M_2-M_1}. \quad (25)$$

Dado que todos los términos de (23) son

funciones de  $x_1(t)$  podemos construir un modelo difuso T-S exacto del sistema (23) dado por:

Regla 1:

**SI**  $x_1(t)$  es  $M_1$ ,

**ENTONCES**

$$\dot{x} = A_1x(t) + Bu(t),$$

Regla 2:

**SI**  $x_1(t)$  es  $M_2$ ,

**ENTONCES**

$$\dot{x} = A_2x(t) + Bu(t),$$

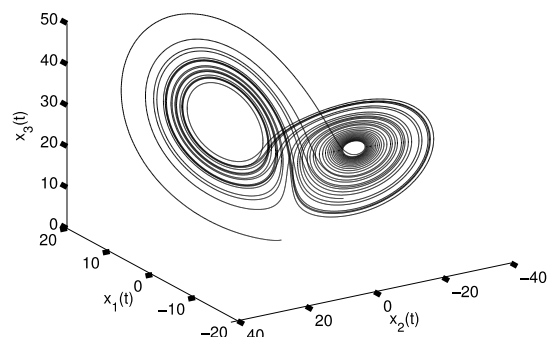
donde:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & -M_1 \\ 0 & M_1 & b \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c & -1 & -M_2 \\ 0 & M_2 & -b \end{bmatrix},$$

$$B = [1 \quad 0 \quad 0]^T,$$

con  $a = 10$ ,  $b = 8/3$ , y  $c = 28$ , además, podemos utilizar (24) y (25) como funciones de membresía escogiendo a  $[M_1 \ M_2]$  como  $[-20 \ 30]$ , debido a que  $x_1(t)$  está aparentemente acotada dentro de la región  $[-20 \ 30]$  como se muestra en la fig. 3.1

Atractor de Lorenz difuso



**Figura 3.1** Atractor de Lorenz Difuso con condiciones iniciales en  $x(0) = [1 \ 1 \ 1]^T$

**Atractor de Rössler con señal de entrada**

La dinámica está dada por las siguientes ecuaciones

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_2(t) - x_3(t), \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) + ax_2(t), \\ x_3(t) &= bx_1(t) - (c - x_1(t))x_3(t) - u(t). \end{aligned}$$

donde a, b y c son constantes y u(t) el término de control. Asumimos que  $x_1(t) \in [c - d, c + d]$  y  $d > 0$ . Entonces el modelo difuso que representa al sistema no lineal (26) bajo  $x_1(t) \in [c - d, c + d]$  está dado por:

Regla 1:

**SI**  $x_1(t)$  es  $X_{min}$ ,

**ENTONCES**

$$\dot{x} = A_1x(t) + Bu(t),$$

Regla 2:

**SI**  $x_1(t)$  es  $X_{max}$ ,

**ENTONCES**

$$\dot{x} = A_2x(t) + Bu(t),$$

donde:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ b & 0 & -d \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ b & 0 & d \end{bmatrix},$$

$$B = [0 \quad 1 \quad 0]^T,$$

Las funciones de membresía son:

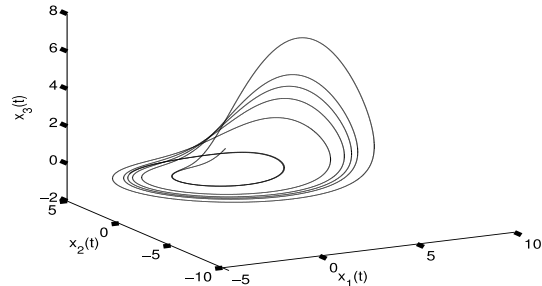
$$h_1(x(t)) = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{c - x_1(t)}{d} \right) \quad (27)$$

$$h_2(x(t)) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{c - x_1(t)}{d} \right) \quad (28)$$

con  $a = 0.34$ ,  $b = 0.4$ , y  $c = 4.5$ .

Como resultado, se obtiene la misma respuesta que el sistema no lineal definido en (26) como se muestra en la fig. 3.2.

Atractor de Rössler difuso



**Figura 3.2** Atractor de Rössler Difuso con condiciones iniciales en  $x(0) = [1 \quad 1 \quad 1]^T$

En la siguiente sección la teoría de regulación es empleada para sincronizar sistemas caóticos descritos por modelos difusos en tiempo continuo. Ambos, el sistema de referencia, dado por el exosistema, y la respuesta del sistema, la planta, son modelados por el mismo atractor (Rössler) con la diferencia que el sistema de respuesta está influenciado por una señal de entrada.

Este tipo de sincronización es conocida como Sincronización Completa [15].

**Sincronización completa mediante regulación difusa**

Considere  $\dot{w} = f(w)$  como el sistema de referencia (exosistema) y  $\dot{x} = f(x, w, u)$  como el sistema de respuesta (planta); considere las ecuaciones (26) para ambos sistemas, con la diferencia que  $\dot{w} = f(w)$  no está presente el término de control.

Tomando en cuenta que estos sistemas se pueden representar de forma exacta por los modelos difusos T-S, cuando  $x_1(t) \in [c - d, c + d]$ , el sistema difuso estará definido por las siguientes ecuaciones

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_{1,i}(x_1(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)],$$

$$\dot{w}(t) = \sum_{i=1}^2 h_{2,i}(w_1(t)) S_i w(t),$$

$$e(t) = \sum_{i=1}^2 h_{1,i}(x_1(t)) C_i x(t) - \sum_{i=1}^2 h_{2,i}(w_1(t)) Q_i w(t).$$

Donde:

$$A_1, S_1 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & -X_{min} \\ 0 & X_{min} & b \end{bmatrix}, \quad A_2, S_2 = \begin{bmatrix} -a & a & 0 \\ c-a & c & -X_{max} \\ 0 & X_{max} & -b \end{bmatrix},$$

$$B_1, B_2 = [0 \quad 1 \quad 0]^T, \quad C_i, Q_i = [1 \quad 0 \quad 0].$$

Ahora bien, la solución para  $r_1 * r_2$  problemas matriciales locales para  $\Pi_{ij}$  y  $\Gamma_{ij}$ , definidos por (21) y (22) están dados por:

$$\Pi_{ij} = \Pi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma_{1,1} = [0 \quad 0 \quad 0], \quad \Gamma_{1,2} = [0 \quad 0 \quad 20],$$

$$\Gamma_{2,1} = [0 \quad 0 \quad -20], \quad \Gamma_{2,2} = [0 \quad 0 \quad 0].$$

Como se puede observar todos los subsistemas tienen la misma variedad en estado estacionario  $\pi(w(t)) = \Pi w(t)$ .

Por otra parte, el diseño de un estabilizador difuso es necesario, aquí varios métodos son posibles no haciendo única la aproximación del PDC, refiérase a [16]–[18]. Las ganancias  $K_i$  son:

$$K_1 = [4.47 \quad -0.58 \quad 5.96], \quad K_2 = [4.47 \quad -0.58 \quad -14.04],$$

Los resultados, mostrados en la figs. 4.1 y 4.2 con condiciones iniciales en  $x_1(0) = 6$ ,  $x_2(0) = 3$  y  $x_3(0) = 5$ ; aplicando la ley de control definida en (20), muestran un comportamiento satisfactorio del controlador

difuso.

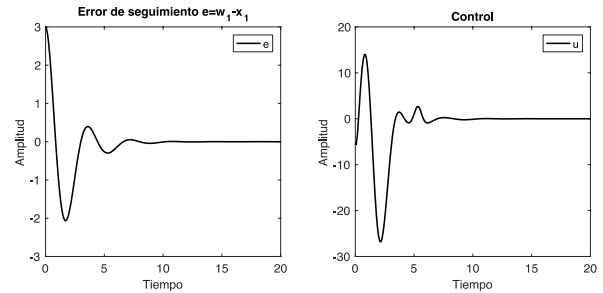


Figura 4.1 Señal de control y error de seguimiento de la sincronización completa de dos atractores Rössler con condiciones iniciales en  $x(0) = [6 \quad 3 \quad 5]^T$ ,  $w(0) = [3 \quad 3 \quad 5]^T$

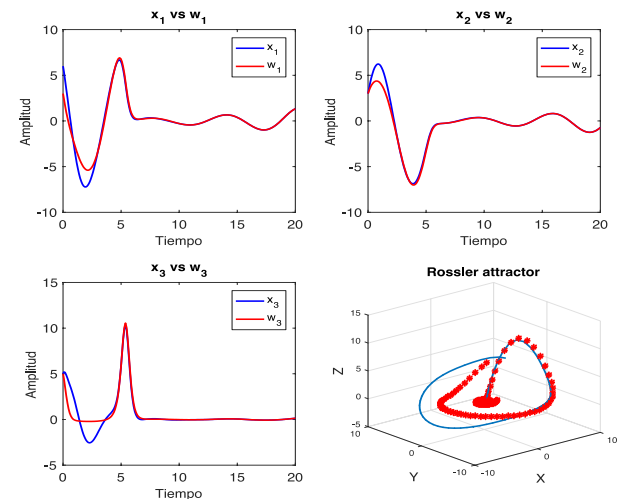
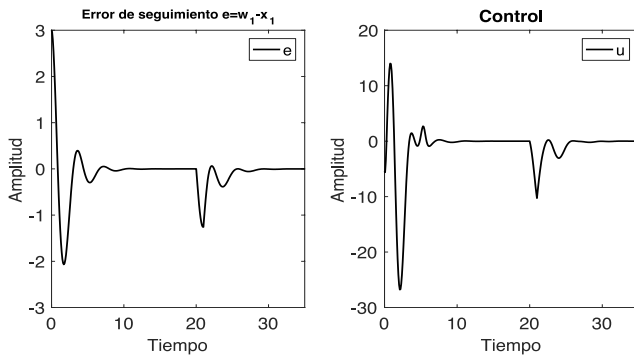
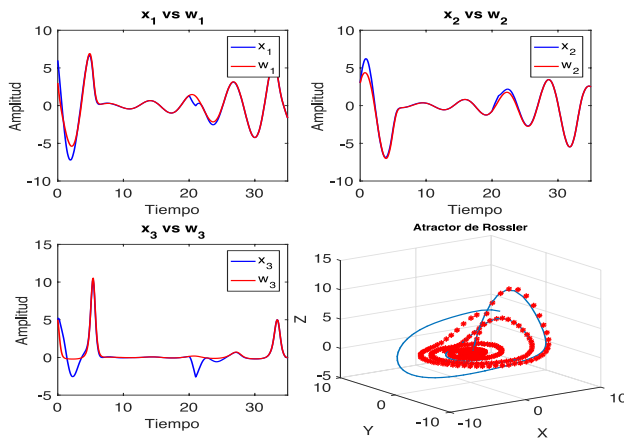


Figura 4.2 Seguimiento de la sincronización completa de dos atractores Rössler con condiciones iniciales en  $x(0) = [6 \quad 3 \quad 5]^T$ ,  $w(0) = [3 \quad 3 \quad 5]^T$

Es importante mencionar que la propiedad de regulación de estos sistemas incluyen las perturbaciones a rechazar. Por lo que los resultados, mostrados en la figs. 4.3 y 4.4 con condiciones iniciales en  $x_1(0) = 6$ ,  $x_2(0) = 3$ ,  $x_3(0) = 5$  y una perturbación a los 20 seg; con la ley de control definida en (20), muestran un comportamiento satisfactorio del controlador difuso a estos sistemas altamente sensibles.



**Figura 4.3** Señal de control y error de seguimiento de la sincronización completa de dos atractores Rössler con condiciones iniciales en  $x(0) = [6 \ 3 \ 5]^T$ ,  $w(0) = [3 \ 3 \ 5]^T$  y perturbación



**Figura 4.4** Seguimiento de la sincronización completa de dos atractores Rössler con condiciones iniciales en  $x(0) = [6 \ 3 \ 5]^T$ ,  $w(0) = [3 \ 3 \ 5]^T$  y perturbación

**Observador difuso aplicado a sincronización caótica**

La estructura del observador para el sistema difuso T-S (9) se muestra a continuación

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))u(t) - L(x(t))(y(t) - \tilde{y}(t)) \quad (29)$$

$$\tilde{y}(t) = C(x(t))\tilde{x}(t)$$

El término  $y(t) - \tilde{y}(t)$  representa el error de observación, dado por la diferencia entre la salida del sistema y la salida estimada, es decir,

$$e(t) = y(t) - \tilde{y}(t)$$

Además, la señal de control está dada por

$$u(t) = -K(\tilde{x}(t)) \tilde{x}(t), \quad (30)$$

donde  $\tilde{x}(t)$  es vector de estados estimado en el observador difuso.

Por otra parte, podemos definir como error estacionario a la diferencia entre los estados reales y los observados como:

$$e_e(t) = x(t) - \tilde{x}(t). \quad (31)$$

Derivando el error en estado estacionario con respecto al tiempo se obtiene

$$\dot{e}_e(t) = \dot{x}(t) - \dot{\tilde{x}}(t). \quad (32)$$

Teniendo en cuenta que  $x = e_e + \tilde{x}$  y sustituyendo  $\dot{x}(t)$  y  $\dot{\tilde{x}}(t)$  en (32) se obtiene

$$\dot{e}_e(t) = [A(x(t)) - L(x(t))C(x(t))]e_e. \quad (33)$$

Por lo que el sistema es completamente observable si es posible elegir una matriz  $L(x(t))$  tal que  $A(x(t)) - L(x(t))C(x(t))$  tenga los valores característicos deseables para que el error tienda a cero.

Entonces, el observador está definido por las siguientes ecuaciones

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A(x(t))x(t) + B(x(t))Kx(t) - B(x(t))Ke_e, \quad (34)$$

$$\dot{e}_e(t) = [A(x(t)) - L(x(t))C(x(t))]e_e. \quad (35)$$

El sistema resultante se puede interpretar de manera gráfica como lo indica la fig. 5.1.

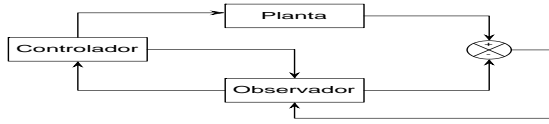


Figura 5.1 Diagrama esquemático del observador difuso.

Por otra parte la condición necesaria y suficiente para que un sistema sea observable es que el sistema tenga una matriz de observabilidad  $O(x(t))$

$$O(x(t)) = \begin{bmatrix} C(x(t)) \\ C(x(t))A(x(t)) \\ C(x(t))(A(x(t)))^2 \\ \vdots \\ C(x(t))(A(x(t)))^{n-2} \\ C(x(t))(A(x(t)))^{n-1} \end{bmatrix}, \quad (36)$$

de rango completo, es decir, que existan  $n$  vectores fila, o  $n$  vectores columna, linealmente independientes.

Para verificar la observabilidad de (4)-(5), es necesario tomar en cuenta las  $r - 1$  regiones de interpolación y construir, para cada región, la correspondiente matriz  $O(x(t))$ . Este procedimiento se facilita cuando a lo más dos reglas difusas están activadas al mismo instante para cualquier  $t \geq 0$  y  $\sum_{i=1}^r h_i(x(t)) = 1$ .

Entonces, el análisis de observabilidad de dos sistemas adyacentes, se puede verificar mediante la existencia de  $n$  filas linealmente independientes de la matriz  $O(x(t))$ , tomando en cuenta que  $h_i(x(t)) + h_j(x(t)) = 1$  para  $i, j = 1, \dots, r$ , y para las regiones de interpolación se debe cumplir que  $h_i \cap h_j \neq \emptyset$ . Así pues, considerando que  $h_i(x(t)) = 1 - h_j(x(t))$  la matriz de observabilidad difusa  $O(x(t))$ , para las regiones de interpolación definidas por las reglas  $i$  y  $j$ , sólo dependerán del valor de la función de membresía  $h_j(x(t))$ . Por lo que, (4)-(5) es difuso observable si las  $r - 1$  regiones de interpolación, tienen rango completo para  $h_j(x(t)) \in [0 \ 1]$ .

Considere ahora el sistema caótico de Lorenz como  $\dot{x} = f(x, w, u)$ . Las ecuaciones para el sistema mencionado anteriormente son descritas en (23), con  $\alpha = 10$ ,  $\beta = 8/3$  y  $r = 28$ . Este sistema puede ser exactamente representado por un modelo difuso T-S de dos reglas dentro de la región  $x_1 \in [M_1, M_2]$ . Descrito por

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x_1(t)) \{A_i x(t) + B_i u(t)\},$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^2 h_i(x_1(t)) C_i x(t)$$

La representación del sistema difuso global es:

$$\dot{x}(t) = A(x(t))x(t),$$

$$y(t) = C(x(t))x(t),$$

con  $M_1 = -30$ ,  $M_2 = 30$ ,

$$A(x(t)) = \begin{bmatrix} -10h_1(x(t)) - 10h_2(x(t)) & 10h_1(x(t)) + 10h_2(x(t)) & 0 \\ 28h_1(x(t)) + 28h_2(x(t)) & -h_1(x(t)) - h_2(x(t)) & 30h_1(x(t)) - 30h_2(x(t)) \\ 0 & 30h_1(x(t)) - 30h_2(x(t)) & -\frac{8h_1(x(t))}{3} - \frac{8h_2(x(t))}{3} \end{bmatrix},$$

$$y C(x(t)) = [1 \ 0 \ 0]$$

Note que en el sistema se encuentra ausente el término  $B(x(t))u(t)$ , puesto que, en este caso, se requiere estimar el vector de estado  $x(t)$  y no estabilizar el sistema caótico.

Debido a que sólo existe una región de interpolación ( $r - 1 = 1$ ) y considerando  $h_1(x(t)) = 1 - h_2(x(t))$ , entonces, la matriz  $O(x(t))$ , puede expresarse sólo en términos de la función de membresía  $h_2(x(t))$ , es decir,

$$O(x(t)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -10 & 10 & 0 \\ 380 & -110 & 300 - 600 h_2(x(t)) \end{bmatrix}.$$

Por otra parte, la condición para la observabilidad difusa recae en el rango de la matriz  $O(x(t))$ . Por lo tanto, mediante el cálculo de las raíces del determinante:  $\det(O(x(t))) = 0$ , es posible comprobar que el rango de  $O(x(t))$  es completo para toda  $h_2(x(t)) \in [0 \ 1]$ . Lo anterior conduce a la conclusión de que el sistema difuso es observable.

Ahora bien, con el fin de obtener la ganancia del observador, es necesario proponer valores propios tales como:  $s_1 = -5, s_2 = -3, y s_3 = -3$ . Entonces, la ecuación característica está definida como:

$$P(s) = (s - s_1)(s - s_2)(s - s_3)$$

$$P(s) = s^3 + 11s^2 + 39s + 45$$

Además, a partir del teorema de Caley-Hamilton se obtiene la matriz polinomial:

$$P(A(x(t))) = A(x(t))^3 + 11A(x(t))^2 + 39A(x(t)) + 45I$$

con  $I$  como la matriz identidad de dimensiones apropiadas, resultando:

La ganancia del observador se calcula mediante

$$L(x(t)) = P[A(x(t))]^{-T} \begin{bmatrix} C(x(t)) \\ C(x(t))A(x(t)) \\ C(x(t))(A(x(t)))^2 \\ \vdots \\ C(x(t))(A(x(t)))^{n-2} \\ C(x(t))(A(x(t)))^{n-1} \end{bmatrix},$$

donde  $-T$  representa la inversa de la matriz transpuesta, entonces

$$L(x(t)) = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ l_3 \end{bmatrix}$$

Los resultados obtenidos con  $x(0) = [2 \ 1 \ 1]^T$  y  $\bar{x}(0) = [-5 \ 0 \ 0]^T$  se muestran en las fig. 5.2 y 5.3. Claramente, el comportamiento del estado del observador diseñado se estima de forma adecuada.

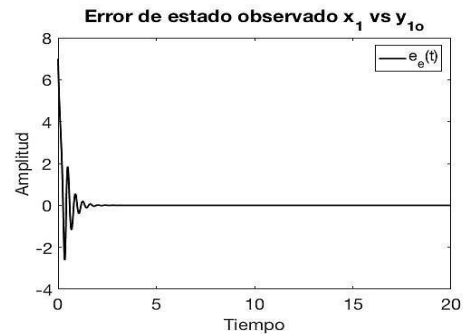


Figura 5.2 Señal de error entre el estado observado y el estado real con  $x(0) = [2 \ 1 \ 1]^T$  y  $\bar{x}(0) = [-5 \ 0 \ 0]^T$

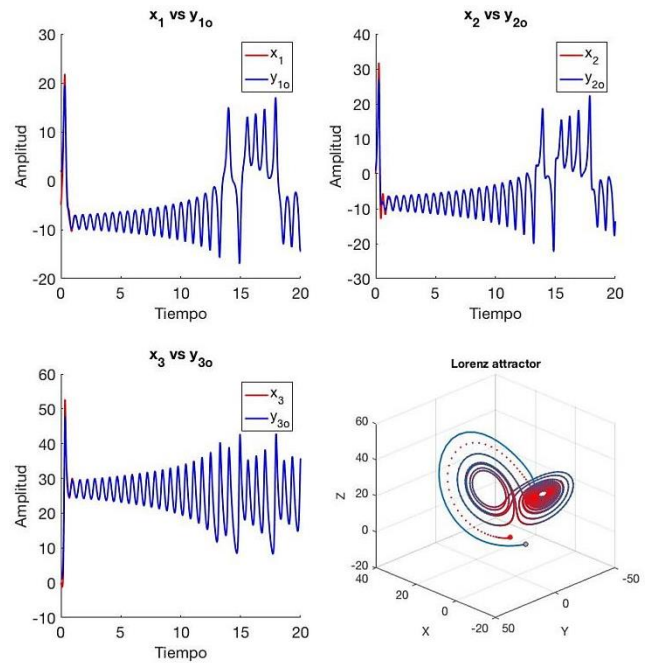


Figura 5.3 Seguimiento de la sincronización completa de dos atractores Lorenz con condiciones iniciales en  $x(0) = [2 \ 1 \ 1]^T, w(0) = [-5 \ 0 \ 0]^T$

## Conclusiones

En este trabajo se ha propuesto la sincronización de sistemas caóticos mediante la teoría de regulación difusa; las condiciones para el diseño del controlador se presentan. Además, el diseño de un observador difuso con base en la ubicación de valores propios, como un estimador de estado caótico se ha propuesto. En ese sentido, el comportamiento del observador puede ser fácilmente modificado mediante la selección de los valores propios. La sincronización completa de dos osciladores caóticos, queda de manifiesto de la efectividad del controlador y observador propuestos.

## Referencias

- G. C. Zhong Li Wolfgang A. Halang, *Integration of Fuzzy Logic and Chaos Theory*, vol. 187. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006.
- C. Hugenii, “Horologium Oscillatorium (Parisiis, France, 1973). English translation: The Pendulum Clock (Iowa State University Press),” 1986.
- L. Kocarev and U. Parlitz, “Generalized synchronization, predictability, and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 76, 1996.
- K. M. Cuomo and A. V. Oppenheim, “Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 71, no. 1, pp. 65–68, Jul. 1993.
- I. Zelinka, S. Celikovskiy, H. Richter, and G. Chen, *Evolutionary Algorithms and Chaotic Systems*. Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- K. Tanaka and H. O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis. A Linear Matrix Inequality Approach*. John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- E. Solak, Ö. Morgül, and U. Ersoy, “Observer-based control of a class of chaotic systems,” *Phys. Lett. A*, vol. 279, no. 1–2, pp. 47–55, 2001.
- Ö. Morgül and E. Solak, “On the Synchronization of Chaos Systems by Using State Observers,” *Int. J. Bifurc. Chaos*, vol. 7, no. 6, pp. 1307–1322, 1997.
- T. Hernández-Cortés, A. V. Curtidor López, J. Rodríguez-Valdez, J. A. Meda Campaña, R. Tapia Herrera, and J. de J. Rubio, “Synchronization of Discrete-Time Chaotic Fuzzy Systems by means of Fuzzy Output Regulation Using Genetic Algorithm,” *Math. Probl. Eng.*, vol. 2015, p. 18, 2015.
- T. Hernández Cortés, J. A. Meda Campaña, L. A. Páramo Carranza, and J. C. Gómez Mancilla, “A Simplified Output Regulator for a Class of Takagi-Sugeno Fuzzy Models,” *Math. Probl. Eng.*, vol. Article ID, 2015.
- J. a. Meda-Campaña, B. Castillo-Toledo, and G. Chen, “Synchronization of chaotic systems from a fuzzy regulation approach,” *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 160, no. 19, pp. 2860–2875, Oct. 2009.
- K. Tanaka and H. O. Wang, *FUZZY CONTROL SYSTEMS DESIGN AND ANALYSIS*. 2001.
- A. Isidori and C. Byrnes, “OUTPUT REGULATION OF NONLINEAR SYSTEMS,” *Autom. Control. IEEE Trans.*, vol. 35, no. 2, pp. 131–140, 1990.
- J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, “Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties,” *Fuzzy Syst. IEEE Trans.*, vol. 9, no. 2, pp. 369–379, 2001.
- K. Pyragas, “Weak and strong synchronization of chaos,” *Phys. Rev. E*, vol. 54, no. 5, pp. R4508–4512, 1996.



J. Meda-Campana, J. Rodriguez-Valdez, T. Hernandez-Cortes, R. Tapia-Herrera, and V. Nosov, "Analysis of the fuzzy controllability property and stabilization for a class of TS fuzzy models," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 6706, no. c, pp. 1–1, 2014.

D.-H. Lee, J.-B. Park, and Y.-H. Joo, "Further Theoretical Justification of the -Samples Variation Approach for Discrete-Time Takagi-Sugeno Fuzzy Systems," *Fuzzy Syst. IEEE Trans.*, vol. 19, no. 3, pp. 594–597, 2011.

Narimani and H. K. Lam, "{SOS--}Based Stability Analysis of Polynomial Fuzzy-Model-Based Control Systems Via Polynomial Membership Functions," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 18, no. 5, pp. 862–871, 2010.

## Instrucciones para autores

---

### [Título en Times New Roman y Negritas No.14]

Apellidos en Mayúsculas -1er Nombre de Autor †, Apellidos en Mayúsculas -2do Nombre de Autor  
*Correo institucional en Times New Roman No.10 y Cursiva*

(Indicar Fecha de Envío: Mes, Día, Año); Aceptado (Indicar Fecha de Aceptación: Uso Exclusivo de ECORFAN)

---

#### **Resumen**

Título

Objetivos, metodología

Contribución

(150-200 palabras)

#### **Abstract**

Title

Objectives, methodology

Contribution

(150-200 words)

#### **Keywords**

**Indicar (3-5) palabras clave en Times New Roman y Negritas No.11**

---

**Cita:** Apellidos en Mayúsculas -1er Nombre de Autor †, Apellidos en Mayúsculas -2do Nombre de Autor. Título del Artículo. Título de la Revista. 2017, 1-1: 1-11 – [Todo en Times New Roman No.10]

---

---

† Investigador contribuyendo como primer autor.

# Instrucciones para autores

## Introducción

Texto redactado en Times New Roman No.12, espacio sencillo.

Explicación del tema en general y explicar porque es importante.

¿Cuál es su valor agregado respecto de las demás técnicas?

Enfocar claramente cada una de sus características

Explicar con claridad el problema a solucionar y la hipótesis central.

Explicación de las secciones del artículo

## Desarrollo de Secciones y Apartados del Artículo con numeración subsecuente

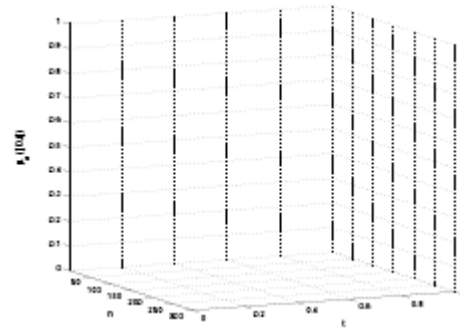
[Título en Times New Roman No.12, espacio sencillo y Negrita]

Desarrollo de Artículos en Times New Roman No.12, espacio sencillo.

## Inclusión de Gráficos, Figuras y Tablas-Editables

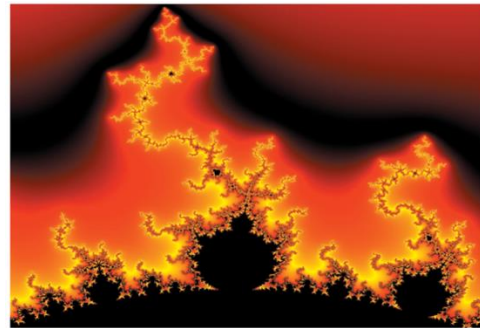
En el *contenido del artículo* todo gráfico, tabla y figura debe ser editable en formatos que permitan modificar tamaño, tipo y número de letra, a efectos de edición, estas deberán estar en alta calidad, no pixeladas y deben ser notables aun reduciendo la imagen a escala.

[Indicando el título en la parte inferior con Times New Roman No.10 y Negrita]



**Gráfico 1** Titulo y Fuente (en cursiva).

No deberán ser imágenes- todo debe ser editable.



**Figura 1** Titulo y Fuente (en cursiva).

No deberán ser imágenes- todo debe ser editable.


**Tabla 1** Titulo y Fuente (en cursiva).

No deberán ser imágenes- todo debe ser editable.

Cada artículo deberá presentar de manera separada en **3 Carpetas**: a) Figuras, b) Gráficos y c) Tablas en formato .JPG, indicando el número en Negrita y el Titulo secuencial.

**Para el uso de Ecuaciones, señalar de la siguiente forma:**

$$Y_{ij} = \alpha + \sum_{h=1}^r \beta_h X_{hij} + u_j + e_{ij} \quad (1)$$

## Instrucciones para autores

---

Deberán ser editables y con numeración alineada en el extremo derecho.

### Metodología a desarrollar

Dar el significado de las variables en redacción lineal y es importante la comparación de los criterios usados

### Resultados

Los resultados deberán ser por sección del artículo.

### Anexos

Tablas y fuentes adecuadas.

### Agradecimiento

Indicar si fueron financiados por alguna Institución, Universidad o Empresa.

### Conclusiones

Explicar con claridad los resultados obtenidos y las posibilidades de mejora.

### Referencias

Utilizar sistema APA. **No** deben estar numerados, tampoco con viñetas, sin embargo en caso necesario de numerar será porque se hace referencia o mención en alguna parte del artículo.

### Ficha Técnica

Cada artículo deberá presentar un documento Word (.docx):

Nombre de la Revista

Título del Artículo

Abstract

Keywords

Secciones del Artículo, por ejemplo:

1. *Introducción*
2. *Descripción del método*
3. *Análisis a partir de la regresión por curva de demanda*
4. *Resultados*
5. *Agradecimiento*
6. *Conclusiones*
7. *Referencias*

Nombre de Autor (es)

Correo Electrónico de Correspondencia al Autor

Referencias

**Formato de Originalidad**



**Taipei-Taiwan a \_\_\_\_ de \_\_\_\_ del 20\_\_\_\_**

Entiendo y acepto que los resultados de la dictaminación son inapelables por lo que deberán firmar los autores antes de iniciar el proceso de revisión por pares con la reivindicación de ORIGINALIDAD de la siguiente Obra.

Artículo (Article):

---

Firma (Signature):

---

Nombre (Name)

**Formato de Autorización**



Taipei-Taiwan a \_\_\_\_ de \_\_\_\_ del 20\_\_\_\_

Entiendo y acepto que los resultados de la dictaminación son inapelables. En caso de ser aceptado para su publicación, autorizo a ECORFAN- Taiwan a difundir mi trabajo en las redes electrónicas, reimpresiones, colecciones de artículos, antologías y cualquier otro medio utilizado por él para alcanzar un mayor auditorio.

I understand and accept that the results of evaluation are inappealable. If my article is accepted for publication, I authorize ECORFAN- Taiwan to reproduce it in electronic data bases, reprints, anthologies or any other media in order to reach a wider audience.

Artículo (Article):

\_\_\_\_\_  
Firma (Signature)

\_\_\_\_\_  
Nombre (Name)

# Revista del Diseño Innovativo

**“Control de Seguimiento de Trayectoria en el espacio operacional de robot manipulador actuado por motores de inducción”**

TORRES DEL CARMEN, Felipe, MONTES-RENDÓN, Azucena, GONZÁLEZ-HUITRÓN, Víctor, GUERRERO-RAMIREZ, Gerardo, & MOTA-CRUZ, Juan Esteban

**“Diseño de un absorbente pendular para una estructura tipo edificio”**

FLORES-SANCHEZ, Diego Armando, ZAMORA-CAMPOS, Luis Alberto & ABUNDIS-FONG, Hugo Francisco

**“Diseño y control de un sistema generador de electricidad de disco-stirling**

“AGUILERA-JIMÉNEZ, Miguel Ángel, J.-PAUL, Christopher, NÁJERA-HERNÁNDEZ, Erick, MARTÍNEZ-VELÁZQUEZ, Francisco Javier, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier & HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh

**“Instrumentación y desarrollo de una plataforma de vehículo terrestre para la obtención de posicionamiento RTK”**

RODRÍGUEZ-CRESPO, Marco Antonio, TREJO-MACOTELA, Francisco, & ESPINOZA-QUESADA, Eduardo & FREY, Andreas

**“Modelado difuso T-S de un motor de CD y diseño de una estrategia de control PI difuso con ganancias programables”**

PADRE-ÑONTHE, Juan David, RAMOS-FERNÁNDEZ, Julio Cesar, MÁRQUEZ-VERA, Marco Antonio & LAFONT-Frederic

**“Sincronización de sistemas caóticos descritos por modelos T-S usando propiedades de regulación y observabilidad difusa”**

HERNÁNDEZ-CORTÉS, Tonatiuh, RIVERA-ARREOLA, Daniel E. & MEDA-CAMPAÑA, Jesús A.

ISSN: 2523-6830



[www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)