Programación orientada a objetos para calcular seguros de vida. Una aplicación al caso mexicano

Oriented programming to objects to calculate life insurance. An application to the mexican case

ROSAS-ROJAS, Eduardo†*, LAPA-GUZMÁN, Javier y BALTAZAR–ESCALONA, Juan Carlos

Universidad Autónoma del Estado de México, Km. 11.5 Carretera Atizapán de Zaragoza-Nicolás Romero S/N. Boulevard Universitario S/N Predio San Javier Atizapán de Zaragoza, Estado de México.

ID 1[er] Autor: *Eduardo, Rosas-Rojas* / **ORC ID:** 0000-0002-7255-7778, **Researcher ID Thomson**: B-7260-2016, **CVU CONACYT ID**: 265350

ID 1[er] Coautor: *Javier, Lapa-Guzmán* / **ORC ID:** 0000-0001-9302-5319, **Researcher ID Thomson**: B-4305-2016, **CVU CONACYT ID**: 224916

ID 2[do] Coautor: *Juan Carlos, Baltazar–Escalona* / **ORC ID:** 0000-0002-0478-3036, **CVU CONACYT ID**: 47047

Recibido: 01 de Julio, 2018; Aceptado 29 de Agosto, 2018

Resumen

Esta investigación utiliza ecuaciones diferenciales ordinarias que incluyen las múltiples representaciones de la fuerza de mortalidad; sus soluciones derivan en diferentes funciones de supervivencia, las cuales presentan propiedades idénticas a las tablas de mortalidad. Utilizando un paradigma de programación orientado a objetos como lo es R-Project y la librería lifecontingencies, se muestra que a partir de la función biométrica q_x (probabilidad de muerte) provista por la Sociedad de Actuarios (SOA por sus siglas en inglés), se pueden desarrollas las demás funciones biométricas y de conmutación. La construcción de estos cálculos se utiliza en la determinación de las primas netas niveladas (PNN), para la adquisición de un seguro dotal mixto a 20 años de un varón. La principal conclusión de esta investigación es, la comprobación de que en la practica laboral el uso de software libre y sus librerías especializadas en temas actuariales, permite a los profesionistas un desarrollo más ágil y versátil en el manejo de los datos, la elaboración de los cálculos y la interpretación de los resultados.

Ecuación diferencial ordinaria, Programación Orientada a Objetos, Tabla de mortalidad, Seguro dotal mixto

Abstract

This research uses ordinary differential equations that include multiple representations of the force of mortality; their solutions derive in different survival functions, which have properties identical to the mortality tables. Using an object-oriented programming paradigm such as R-Project and the lifecontingencies library, it is shown that from the biometric function q_x (probability of death) provided by the Society of Actuaries (SOA), it can developed the other biometric and switching functions. The construction of these calculations is used in the determination of level net premiums (NNP), for the acquisition of a mixed endowment to 20 years for a male. The main conclusion of this research is that it is verified that in the work practice the use of free software and its specialized libraries in actuarial subjects, allows the professionals a more agile and versatile development in the handling of the data, the elaboration of the calculations and the interpretation of the results.

Ordinary differential equation, Object-Oriented Programming, Mortality table, Mixed endowment insurance

Citación: ROSAS-ROJAS, Eduardo, LAPA-GUZMÁN, Javier y BALTAZAR–ESCALONA, Juan Carlos. Programación orientada a objetos para calcular seguros de vida. Una aplicación al caso mexicano. Revista de Tecnología Informática. 2018. 2-6: 8-20

* Correspondencia al autor (correo electrónico: erosasr@uaemex.mx)
† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

Una amplia gama de problemas en las ciencias naturales y sociales quedó bajo el dominio de la teoría de funciones de una variable real cuando Newton, en Inglaterra, y Leibniz, en Alemania, desarrollaron simultáneamente las bases del cálculo, a fínales del siglo XVII y principios del XVIII. Los componentes principales de esta invención fueron el uso de la diferenciación para describir las tasas de cambio, el uso de la integración para identificar el límite mediante la aproximación de las sumas y el teorema fundamental del cálculo (Karatzas y Shreve, 2018). Lo anterior dio lugar al concepto de ecuaciones diferenciales ordinarias; sabemos que éstas expresan una relación entre una función y sus derivadas; y que para resolver una de ellas se debe encontrar una función que la satisfaga. En términos generales, las ecuaciones diferenciales han permitido la modelación de diferentes fenómenos del mundo real, y en particular del fenómeno mas importante para los seres humanos, que es la muerte. En esta investigación se busca dar una explicación de la evolución de las diferentes interpretaciones sobre la fuerza de mortalidad y, de cómo mediante la resolución de una ecuación diferencial se pueden encontrar diferentes funciones de sobrevivencia, las cuales han buscado, a través del tiempo, dar una interpretación precisa de cómo se comporta la mortalidad humana.

Posteriormente, habiendo entendido la trayectoria que experimentan las defunciones de una población, se utiliza la programación orientada a objetos, particularmente mediante el programa estadístico R-Project versión 3.4.1, para construir una tabla de mortalidad especifica para la población mexicana de varones. Mediante la utilización de la librería *lifecontingencies* desarrollada por Giorgio Spedicato et al. (2013) se pueden construir, a partir de información real y autorizada por la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSyF) de México, tanto las funciones biométricas, como las funciones conmutadas, para el calculo de las primas netas únicas (PNU) de los diferentes seguros de vida. También se busca que este trabajo sirva como una referencia que amalgame los conocimientos teóricos y prácticos del calculo actuarial, para que las personas interesadas en el tema, utilicen este documento como un manual introductorio para el tema de seguros de vida individual.

En el campo de trabajo de los actuarios, el uso de la programación y de las matemáticas es esencial para resolver de forma rápida y precisa, los diferentes problemas relacionados con las anualidades, los seguros, las primas y las reservas. El documento muestra la forma eficiente de construir las tablas de mortalidad, y las funciones biométricas y de conmutación, esenciales para encontrar los resultados correctos y, de esta manera determinar la prima neta única y la prima neta nivelada (PNN), que deberán pagar los asegurados, para proteger a sus dependientes económicos del riesgo que implica el fallecimiento del trabajador.

La estructura del artículo se compone de cuatro secciones. En la segunda se presenta una revisión de la literatura correspondiente a la historía de la evolución teórica que ha tenido la fuerza de mortalidad humana, y de cómo las ecuaciones diferencial ordinarias proveen un esquema matemático que permite representar su comportamiento y, capturarlo mediante una función de supervivencia. En la tercera se aborda la metodología mas reciente relacionada con el desarrollo de software libre, utilizado para la construcción de tablas de mortalidad; de sus funciones biométricas y de conmutación.

Posteriormente, en la cuarta sección se presenta la estimación y los resultados empíricos, para el caso especifico de un profesor de la Universidad Autonoma del Estado de México que esta interesado en la adquisición de un seguro dotal mixto. Finalmente, se exponen las principales conclusiones obtenidas mediante la evidencia empírica.

Revisión de la Literatura

En los últimos años se han comenzado a desarrollar diferentes rutinas de programación orientada a objetos, las cuales pretenden sistematizar en diferentes algoritmos los elementos del calculo actuarial; tales como: los modelos continuos de supervivencia; las tablas de mortalidad; las anualidades contingentes; los seguros de vida; las primas de beneficio; y las reservas.

Las principales consultorías y compañías de seguros han invertido en el desarrollo de software comercial que se adapte específicamente a sus análisis actuariales de seguros de vida.

Entre los más reconocidos a nivel mundial se encuentran: *MoSes* (Towers Watson, 2011); Prophet (SunGard, 2012), los cuales se encuentran basados en los desarrollos teóricos expuestos por Bowers et al. (1997), Dickson et al. (2009), Broverman (2006), Ruckman (2006) y Finan (2012). También las empresas lideres en desarrollo estadístico han invertido en la creación de software comercial; entre ellas SAS (SAS Institute INC, 2011), MATLAB (The MathWorks Inc, 2011) y SPSS (IBM Corporation, 2011). En lo que respecta al software que se ha vuelto la principal referencia en la academia, se encuentra R-Project (R Development Core Team 2008), que ha aportado una cantidad considerable de funciones, las cuales permiten desarrollar los elementos actuariales mas complejos de manera simple y sistematizada. Este programa se encuentra disponible bajo los terminos de *Free Software Foundation´s General Public License (GNU)*. Además, se puede ejecutar y compilar en una gran gama de plataformas, tales como: Unix, Linux, Windows y MacOS. Entre las principales librerias desarrolladas se encuentran: *lifecontingencies*, de Spedicato (2013); *actuar* de Dutang et al. (2008); *ChainLadder* de Gesmann y Zhang (2011), *demography* de Hyndman et al. (2011); y *LifeTables* de Riffe (2011).

Fuerza de Mortalidad

En el mundo existen pólizas de seguro que brindan un beneficio al fallecimiento del asegurado. Dado que se desconoce su fecha de defunción, la aseguradora al emitir la póliza no sabe exactamente cuándo se pagará el beneficio por fallecimiento. Por lo tanto, se necesita una estimación del momento de la muerte. Para ello, se requiere un modelo de mortalidad humana que permita calcular la probabilidad de muerte a cierta edad. Los modelos de supervivencia proporcionan ese marco. Estos modelos adoptan un tipo especial de distribución de probabilidad, que en el contexto actuarial puede ser una variable aleatoria que representa la vida futura de una persona. Una analogía de este fenómeno es la distribución de la variable aleatoria que representa la vida útil de un foco. Se dice que la luz sobrevive tanto como sigue ardiendo, y muere en el instante en que se quema, y por tanto se extingue la luz. De esta manera, la dificultad central en la emisión del seguro de vida es la determinación del momento del fallecimiento del asegurado.

Para resolver esta dificultad se utiliza la función de densidad de probabilidad en “x”, que puede ser utilizada para estimar la probabilidad de que la muerte ocurra en un intervalo $[x, x + dx]$, donde x representa la edad del asegurado y dx una tasa de cambio de esa edad. Es decir, la función $f(x)$ puede ser considerada como la fuerza de mortalidad condicional a la edad x, denotada por $\mu(x)$. A continuación, se demuestra como se encuentra constituida esta variable.

Definida la función de distribución de supervivencia de X como:

$$s(x) = 1 - F(x) = \Pr(X > x)\,, x \geq 0 \qquad (1)$$

La función de supervivencia debe satisfacer cuatro condiciones que son necesarias y suficientes: $s(x)$ es la probabilidad de que un recién nacido sobreviva a edad x; $s(0) = 1$; $s(\infty) = 0$; $s(x)$ como una función continua; y $s(x)$ es no creciente. Las probabilidades para intervalos, pueden obtenerse mediante la integración. Es decir, cuando la función de densidad es definida sobre un intervalo $[a, b]$, se tiene que:

$$\Pr(a < X \leq b) = \int_a^b f(x)d(x),\ F(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt = \int_0^x f(t)dt \qquad (2)$$

$$s(x) = 1 - F(x) = \int_0^\infty f(t)dt - \int_0^x f(t)dt = \int_x^\infty f(t)dt \qquad (3)$$

Ahora supongamos que la probabilidad de que un recién nacido muera entre las edades x y $x + h$, condicionado a que el recién nacido sobrevivió a la edad x, se encuentra determinado por:

$$\Pr(x < X \leq x + h \,/\, X > x) = \frac{F(x+h) - F(x)}{1 - F(x)} \qquad (4)$$

Dado que $f(x) = F'(x)$, siempre que la derivada exista, se puede escribir:

$$\frac{F(x+h) - F(x)}{h} \approx f(x) \qquad (5)$$

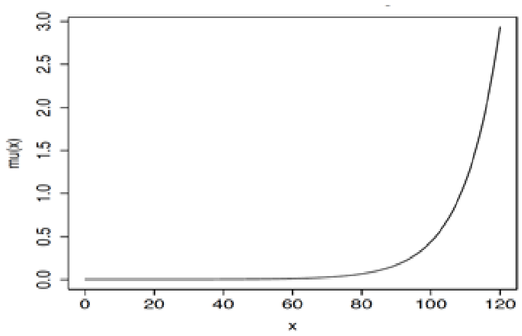
Así,

$$\frac{\Pr(x < X \leq x + h \,/\, X < x)}{h} \approx \frac{f(x)}{s(x)} \qquad (6)$$

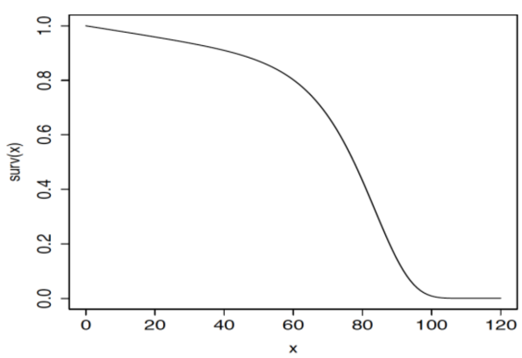
La tasa de mortalidad a edad x dada lasupervivencia a edad x se encuentra definida por:

$$\mu(x) = \lim_{h \to 0} \frac{\Pr(x < X \leq x + h \, / \, X < x)}{h} = \frac{f(x)}{s(x)} = -\frac{Dl_x}{l_x} = -\frac{Ds(x)}{s(x)}$$

$\mu(x)$ se denomina **fuerza de mortalidad** o tasa de mortalidad. Donde l_x es el número de personas vivas a edad x y D representa la primera derivada. Si se utilizan las propiedades de $f(x)$ y $s(x)$ vemos que $\mu(x) \geq 0$ para cada $x > 0$. Como se observa la fuerza de mortalidad es un cociente entre la tasa de mortalidad y la función de supervivencia (Gráficas 1 y 2).



Gráfica 1 Fuerza de mortalidad
Fuente: Elaboración Propia con R 3.4.1



Gráfica 2 Función de supervivencia
Fuente: Elaboración Propia con R 3.4.1

A lo largo de la historia se ha identificado que el patrón normal de la mortalidad observada entre las vidas humanas es familiar. La eliminación de las vidas individuales a través de la muerte, se presenta rápida en la infancia, lenta durante la niñez y la adolescencia, para posteriormente incrementarse en la vida media y acelerar a medida que el final de la vida se aproxima (Jordan, 1991). Esto hace pensar que la función que describa estas características en forma general deba contener varios parámetros. Han sido varias las investigaciones realizadas para intentar graduar las tablas de mortalidad en función de una correcta aproximación de la fuerza de mortalidad.

A continuación, se presentan los principales modelos de supervivencia paramétrica, calibrados para que la función de supervivencia $s(x)$ sea definida por una formula matemática. La primera aproximación se atribuye a Abraham De Moivre quién representó la función por medio de una ecuación de la recta con pendiente negativa. El sostenía que dada una variable aleatoria uniforme $l_x = k(w - x)$(con l_x como el número de personas vivas a la edad x) en el intervalo $[a, b]$, donde k es el radix o número de personas vivas a edad cero, $a = x$ (alguna edad determinada) y $b = w$ (w denominada omega, y representando la máxima edad terminal), es fácil demostrar que la función de densidad de probabilidad de esta variable es $f(x) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{w-x}$ para todo $a \leq x \leq b$. Sin embargo, esta aproximación era muy restrictiva. Posteriormente Dormoy supone que la forma funcional de la función de supervivencia l_x es exponencial, y propuso dos hipótesis sobre la fuerza de mortalidad: la primera considera que la fuerza de mortalidad es constante, es decir que $\boldsymbol{\mu(x) = a \, \forall x, 0 \leq x \leq w}$

1ª LEY DE DORMOY	ECUACIÓN DIFERENCIAL
$\mu_x = a \quad \forall x, 0 \leq x \leq w$	$y' = -ay$
entonces	$y' + ay = 0$
$\int_0^x \mu_y dy = \int_0^x a dy = ax$	$y' = -ay$ $\frac{dy}{dx} = -ay$
y como	$\frac{dy}{y} = -adx$
$l_x = l_0 e^{-\int_0^x \mu_y dy}$	
lx, toma la forma:	$\int \frac{dy}{y} = -\int adx$
$l_x = l_0 e^{-ax}$ $l_x = kS^x$	$\ln y = -ax + c$
con	$e^{\ln y} = e^{-ax+c}$
$k = l_0; S = e^{-a}$	$y = Ae^{-ax} \quad \forall A = e^c$

Tabla 1 Primera Ley de Dormoy
Fuente: Elaboración Propia

Por analogía $y = l_x; k = A$

Como se puede observar, el diseño de la primera ley de Dormoy obedece a una ecuación diferencial ordinaria. En la segunda columna se observa que el planteamiento de esta se puede leer como sigue: el incremento de una variable "y" es inversamente proporcional a la constante de decaimiento (constante) de la misma variable. Vemos que l_x es una función exponencial negativa que depende de "x". En su segunda hipótesis, Dormoy establece que la fuerza de mortalidad se comporta como una proporción de la edad (x), es decir: $\boldsymbol{\mu(x) = ax}$

2º LEY DE DORMOY	ECUACIÓN DIFERENCIAL
$\mu_x = ax$	$y' = -axy$
$l_x = l_0 e^{-\int_0^x \mu_y dy}$	$\frac{dy}{dx} = -axy$
como	$\frac{dy}{y} = -axdx$
$\int_0^x \mu_y dy = \int_0^x aydy = -\frac{a}{2}x^2$	$\int \frac{dy}{y} = -\int axdx$
lx, tiene la siguiente explicación	
$l_x = l_0 e^{-\frac{a}{2}x^2}$	$\ln y = -\frac{ax^2}{2} + c$
y	
$l_x = kS^{x^2}$	$e^{\ln y} = e^{-\frac{ax^2}{2}+c}$
con	
$k = l_0; S = e^{-\frac{a}{2}}$	$y = Ae^{-\frac{ax^2}{2}}$

Tabla 2 Segunda Ley de Dormoy
Fuente: Elaboración Propia

Por analogía $y = l_x; k = A$

Por su parte, Benjamín Gompertz sostenía que el ser humano, al nacer, tiene un cierto poder de resistencia a la muerte y, conforme avanza su edad, este poder tiende a ir disminuyendo hasta que el sujeto pierde la vida. El conjeturó que la función de riesgo para la mortalidad humana debería incrementarse a una tasa proporcional para la función misma, es decir: $\boldsymbol{\mu(x) = aq^x = BC^x}$ con a y q como constantes a determinar.

LEY DE GOMPERTZ	ECUACIÓN DIFERENCIAL
$\mu_x = aq^x$	$y' = -aq^x y = y' = -BC^x y$
Por lo que	
$d\mu_x = (\log C)\mu_x dx$	$\frac{dy}{dx} = -aq^x y$
donde log C es una constante de proporcionalidad, entonces	$u = x;$ $du = dx$
$\frac{d\mu_x}{\mu_x} = d\log\mu_x = \log C\, dx$	
$\log\mu_x = x\log C + \log B$	$\int \frac{dy}{y} = -a\int q^x dx$
donde log B es la constante de integración	
$\therefore \mu_x = BC^x$	
como	$\ln y = -a\int q^u du$
$l_x = l_0 e^{-\int_0^x \mu_y dy}$	
y	
$\int_0^x \mu_y dy = \int_0^x BC^y dy = \frac{BC^x}{\log g} - \frac{B}{\log g}$	$\ln y = -a\left(\frac{q^u}{\ln q}\right)$
entonces	
$l_x = l_0 e^{-\frac{B}{\log g}} e^{-\frac{BC^x}{\log g}}$	$\ln y = -\frac{a}{\ln q}q^x + c$
$\therefore l_x = kg^{C^x}$	
donde	$e^{\ln y} = e^{-\frac{a}{\ln q}q^x + c}$
$k = l_0 e^{-\frac{B}{\log g}}$	
$g = e^{-\frac{B}{\log g}}$	$y = Ag^{q^x}$
	$y = Ag^{c^x} \;\; \forall \; c = q$

Tabla 3 Ley de Gompertz
Fuente: Elaboración Propia

Por analogía $y = l_x; k = A$

En la ley de Gompertz la función dependiente de la edad, es decir, la edad fue considerada la única causa de muerte. Se ha identificado que este modelo no tenía un buen ajuste para un cierto rango de edades. Por lo que, en 1867, Makeham propuso una modificación del modelo agregando una constante positiva que cubriera las causas de la muerte que fueran independientes de la edad, tales como accidentes.

Además, observó que al aumentar la edad x en progresión aritmética, el logaritmo de la probabilidad de supervivencia decrece en progresión geométrica, y la fuerza de mortalidad se determina por $\boldsymbol{\mu(x) = A + BC^x}$, es decir:

LEY DE MAKEHAM	ECUACIÓN DIFERENCIAL
$\mu_x = A + BC^x$	$y' = -(A + BC^x)y$
$\log {}_tP_x = \log l_{x+t} - \log l_x$	$\frac{dy}{dx} = -(A + BC^x)y$
$\log {}_tP_x = \log k + C^{x+t}\log g - \log k - C^x \log g =$	
$\log {}_tP_x = C^x(C^t - 1)\log g$	$\frac{dy}{y} = -(A + BC^x)dx$
Entonces, bajo su hipótesis	$\ln y = -A\int dx - B\int C^x dx$
	$u = x; du = dx$
$\log {}_tP_x = t\log S + C^x(C^t - 1)\log g$	
$\log {}_tP_x = (x + t)\log S + C^{x+t}\log g + \log k - x\log S - C^x \log g - \log k$	$\ln y = -Ax - B\int C^u du$
$\log {}_tP_x = \log l_{x+t} - \log l_x$	$\ln y = -Ax - B\frac{C^x}{\ln C} + c$
donde l_x esta dado en la ley de Makeham por	$e^{\ln y} = e^{-Ax - B\frac{C^x}{\ln C} + c}$
	$y = kS^x g^{C^x}$
$l_x = kS^x g^{C^x}$	

Tabla 4 Ley de Makeham
Fuente: Elaboración Propia.

Por analogía $y = l_x$

De esta manera, en la fuerza de mortalidad se encuentran contenidas las dos causas que Gompertz adujo a la muerte. Y también puede verse como una combinación de la primera ley de Dormoy con la ley de Gompertz. Se debe analizar si en esta ley se presenta una progresión geométrica en las segundas diferencias de los logaritmos de l_x. De ser así, Makeham obtuvo otra ley (segunda ley de Makeham) en las que al desarrollar las terceras diferencias del logaritmo del número de sobrevivientes (l_x) se presenta una progresión geométrica y por tanto, la fuerza de mortalidad se encuentra determinada por $\boldsymbol{\mu(x) = B + Cx + D^{rx}}$, lo que deriva en un valor para los sobrevivientes a edad x de $\mathbf{l_x = kS^x W^{x^2} g^{c^x}}$. De esta manera, si se encuentran progresiones geométricas en las diferencias sucesivas, entonces se presentarán diferentes leyes de mortalidad. A continuación, se describe la naturaleza de las tablas de mortalidad tradicionales y se muestra como éstas tienen las mismas propiedades de los modelos de supervivencia discutidos en este apartado.

Metodología Actuarial

La determinación de precios actuariales y la reserva de seguros contingentes de vida implica el cálculo de estadísticas sobre ocurrencias y cantidades de flujos de efectivo futuros.

Por ejemplo, la prima pura de seguro (también conocida como prima de beneficio) puede considerarse como el valor esperado de la distribución de flujo de efectivo de beneficios potenciales, valuada en el tiempo cero para una estructura de tasa de interés dada (Spedicato, 2013:2). Como ya se ha señalado, el trabajo del Actuario tiene como objetivo estimar el patrón de defunciones de un grupo determinado de individuos.

Tablas de Mortalidad

Una tabla de mortalidad (también conocida como tabla actuarial o de vida) es aquella que muestra como la mortalidad afecta a los sujetos de una cohorte entre sus diferentes edades. El número original de individuos l_0 en la cohorte se denomina radix. Para cada edad x, esta reporta el número de individuos viviendo al comienzo de la edad x, como ya se menciono, se denomina l_x. Se trata de una secuencia de $l_0, l_1, \dots, l_{w-1}, l_w$, donde l_w, representa la edad terminal. De esta manera una tabla de mortalidad se define como un registro estadístico de supervivencia de una determinada colectividad social, representada por una sucesión numérica de personas que a una edad x de años enteros, se encuentran con vida (Palacios, 1996). La tabla está compuesta por columnas, unas con letras minúsculas y otras con mayúsculas, estas funciones se denominan biométricas (Jordan 1991:8).

Columna x

Representa la edad alcanzada por los sobrevivientes. Comienza a la edad cero (0), recién nacidos o que no han cumplido un año de edad, y termina con la edad extrema de la tabla, llamada edad omega (w). Hay tablas de mortalidad que comienzan por una edad predeterminada, como 15 o 20 años, no necesariamente desde cero; cualquiera de estas, en todo caso, es la edad inicial de la tabla.

Columna l_x

Indica el número de sobrevivientes a cada edad x (l proviene del inglés *life, live o living* y x es la edad alcanzada). Generalmente, a la edad inicial, cualquiera que sea esta (0, 15,20 años), comienza por un numero redondo, tal como 10 millones, un millón o cien mil sobrevivientes, los que van reduciéndose progresivamente, año tras año.

También se puede representar como: $l_x = k * s(x)$, siendo k el radix y $s(x)$ la función de superviviencia.

Columna d_x

Es el numero de personas que fallecen a la edad x y se representa por la diferencia entre el numero de sobrevivientes a las edades consecutivas x y $x+1$, es decir, $d_x = l_x - l_{x+1}$ o el número de individuos de x años cumplidos que fallecen antes de alcanzar el $(x+1)$ aniversario (d= dead, death). Se entiende que los d_x son fallecidos en cualquier momento entre (x) y $(x+1)$.

Columna p_x

Es la probabilidad que tiene una persona de edad x de vivir un año más, es decir, de alcanzar la edad siguiente $x+1$. Se representa por:

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

Columna q_x

Es la probabilidad que tiene una persona de edad x de fallecer dentro del año, es decir, de no alcanzar la edad siguiente $x+1$. Es el complemento a p_x.

$$q_x = \frac{d_X}{l_X} = 1 - p_x = 1 - \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = \frac{d_x}{l_x}$$

A partir de estas probabilidades de muerte se puede obtener las correspondientes probabilidades de supervivencia. Cabe señalar que, las tablas de mortalidad se encuentran construidas principalmente por dos elementos, que son: las funciones biométricas; y los valores conmutados; las primeras hacen referencia a las probabilidades de vida y muerte, que se analizaron anteriormente; mientras que, los segundos integran la variable de tasa de interés y la contingencia de la muerte, trayendo a valor presente las probabilidades de vida y muerte para un periodo o más (entiendase como periodo un año).

Valores Conmutados

Los valores conmutados se constituyen como un artificio matemático que facilita enormente los cálculos.

Estos símbolos no obedecen a nada conceptual, pero combinados con factores financieros a una determinada tasa de interés anual conducen a tener valores que ayudan a determinar formulas actuariales de fácil desarrollo y comprensión. Estos valores son calculados con base en una determinada Tabla de Mortalidad y una tasa de interés denominado *tasa de interés técnica*. Es necesario advertir que, la tasa de interés influye en el *valor actual* (o prima) de cualquier tipo de seguro, pues a una mayor tasa, la prima será menor y, por el contrario, entre menor sea la tasa de interés técnica, la prima será más alta, independientemente de los efectos de la propia tabla de mortalidad. A continuación se presentan los valores conmutados más utilizados.

$$D_x = l_x v^n$$

Donde l_x representa al número de personas vivas a edad x, y $v^n = (1+i)^{-n}$, que podría describirse como el *número de sobrevivientes descontados a una determinada tasa de interés anual por un tiempo equivalente a su edad.* El segundo valor de conmutación se obtine de la sumatoria de los valores anteriores

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \cdots + D_w = \sum_{t=x}^{w} D_t$$

El tercer valor conmutado se obtiene de la multiplicación del numero de personas que fallecen a la edad x y del valor $v^{x+1} = (1+i)^{-(x+1)}$. Numero de fallecido a la edad x, *descontados a una determinada tasa de interés anual por un tiempo equivalente a su edad más un año*.

$$C_x = d_x . v^{x+1}$$

El último conmutado se construye de la siguiente manera:

$$M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + C_{x+3} + \cdots + C_w = \sum_{t=x}^{w} C_t$$

Actualmente, la emisión y publicación de estas funciones de probabilidad de muerte para la construcción de las tablas de mortalidad están a cargo de la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSyF) o de la Asociación Mexicana de Instituciones de Seguros (AMIS), aunque cada una de las compañías aseguradoras tiene la opción de recopilar y construir sus propias tablas con base en su experiencia particular, siempre y cuando la información que estas utilicen sea suficiente, homogénea y confiable.

$$A_x = \frac{v^{x+1}d_x + v^{x+2}d_{x+1} + v^{x+3}d_{x+2} + \cdots}{v^x l_x}$$

A_x

A_x Recordando las equivalencias de conmutación tenemos:

Seguros de vida

Con los elementos anteriormente expuestos (funciones biométricas y valores conmutados) se pueden calcular diferentes seguros. Pero antes, se deben identificar los tipos de seguros de vida que existen. Desde su inicio, se concibió a los seguros de vida como un medio de protección para los dependientes económicos de los asegurados, pues a estos les interesaba que, si llegasen a fallecer, sus hijos, cónyuge e incluso sus padres siguieran recibiendo los beneficios económicos para continuar con la vida que acostumbraban, por ello la esencia de éstos seguros es la protección de la vida del asegurado.

Sin embargo, en determinado momento también les interesaba que, si sobrevivían al termino del seguro, pudieran recibir una gratificación o un monto de dinero, es bajo este concepto que se crean los seguros a la supervivencia de los asegurados, en cuyo caso la aseguradora solo pagará al propio asegurado la suma asegurada si y solo si llega con vida al término del plazo del seguro.

Pueden entenderse como **seguros tradicionales** a aquellos en donde, los beneficios y obligaciones de los asegurados son pactados al inicio del periodo de vigencia, sin posibilidad de modificación durante el transcurso de la misma. En esta clasificación entran los seguros ordinarios de vida y los seguros temporales. Mientras que, en los **seguros mixtos**, se combinan los dos tipos de seguros, en un seguro mixto, la aseguradora pagará si el asegurado muere o sobrevive al término del plazo del seguro, también denominados seguros dotales mixtos. Para efectos de estudio explicaremos cada uno de los seguros mencionados.

Seguro Ordinario de Vida (A_x): Una persona de edad *x*, contrata un seguro ordinario de vida, y así en caso de que fallezca, se le entregara una suma asegurada de una unidad monetaria a los beneficiarios en cuanto la persona fallezca. Este valor presente se calcula de la siguiente manera:

ISSN 2531-2197

$$A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots}{D_x} = \frac{\sum_{t=x}^{w} C_t}{Dx}$$

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

Seguro Temporal n años ($A^1_{x:\overline{n}|}$): Una persona de edad x, contrata un seguro de vida, y así en caso de que fallezca antes de los próximos n años, se le entregara una suma asegurada de una unidad monetaria a los beneficiarios en cuanto la persona fallezca. Este valor presente se calcula de la siguiente manera:

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{v^1 d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots + v^n d_{x+n-1}}{l_x}$$

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{v_x}{v_x}\left(\frac{v^1 d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \cdots + v^n d_{x+n-1}}{l_x}\right)$$

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \cdots + v^{x+n} d_{x+n-1}}{v^x l_x}$$

Utilizando los valores conmutados:

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \cdots + C_{x+n-1}}{D_x} = \frac{\sum_{t=x}^{w} C_t - \sum_{t=x+n}^{w} C_t}{Dx}$$

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

Seguro Dotal Mixto n años ($A_{x:\overline{n}|}$): Una persona de edad x, contrata un seguro de vida Dotal Mixto, y así en caso de que fallezca antes de los próximos n años o llegue con vida, se le entregara una suma asegurada de una unidad monetaria a el o a los beneficiarios. Este valor presente se calcula de la siguiente manera:

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{D_{x+n}}{D_x} + \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

Los seguros de vida entera, presentan una vigencia que cubre al asegurado desde una fecha determinada hasta el momento de su fallecimiento.

Éste puede ocurrir a edades x, $x+1$, $x+2$, $x+3, \ldots, w$, lo que significa que las diferentes alternativas son mutuamente excluyentes. En cada año que se presenta un número determinado de fallecidos, la PNU será la suma de las esperanzas matemáticas.

Estimación y Resultados Empíricos

En la practica actuarial las tablas de mortalidad se construyen a partir de la columna de las probabilidades de mortalidad q_x y, a partir de ésta, calculando las demás funciones biométricas y los valores conmutados. Los datos necesarios para la construcción de una tabla de mortalidad están a cargo de las comisiones e instituciones de seguros y fianzas de cada país o de cada aseguradora; las cuales obtienen los datos necesarios de los censos y de las estadísticas de defunciones del registro civil.

A nivel mundial, la Sociedad de Actuarios (SOA por sus siglas en inglés)[1] brinda los datos para 55 países, incluyendo México.

En su apartado de vidas aseguradas se pueden encontrar las probabilidades de muerte: Experiencia mexicana 1962-1967; Tasa de Mortalidad Individual Experiencia Mexicana 1982-1989; Tasa de Mortalidad Individual CNSF (1991-1998); y MEX 2000; tanto para mujeres, como para hombres. En este trabajo de investigación se utiliza esta última tabla provista por Grupo TTcnica, S. A., donde la edad mínima es cero años y la edad máxima (omega) es de 100 años. Los datos de los asegurados son provistos por la AMIS y la Asociación Mexicana de Actuarios (AMA).

La metodología utiliza las tasas para edades quinquenales crudas con interpolación Jenkins (tabla 5):

[1] La SOA brinda capacitación y educación centrada en la excelencia técnica y la visión para los negocios, sus programas de desarrollo profesional respaldan la progresión completa de la carrera de un actuario, desde estudiante hasta actuario senior. La dirección electrónica para recabar datos para la construcción de tablas de mortalidad se encuentra disponible en: https://mort.soa.org

ISSN 2531-2197

x	q_x
0	0.011327
1	0.0006
2	0.00054
3	0.00049
4	0.00046
5	0.00043
.	.
.	.
95	0.345574
96	0.379741
97	0.416199
98	0.454816
99	0.495379
100	1

Tabla 5 Probabilidad de muerte (MEX 2000, Hombres)
Fuente: Elaboración Propia con datos de http://mort.soa.org/ViewTable.aspx?&TableIdentity=15006

Los datos se guardan como un archivo con extensión "csv delimitado por comas" con el nombre MEX2000 para importar la base al programa R-project. Posteriormente, se utiliza la librería *lifecontingencies* desarrollada por Spedicato (2013) para desarrollar contingencias relacionadas a una sola persona, y que puede ampliarse para dos o mas personas.

Utilizando una de las funciones de la librería instalada, que es "***probs2lifetable***" se calcula de manera automática la edad (x), el número de supervivientes a edad x, es decir (l_x), la probabilidad que tiene una persona de edad x de alcanzar la edad siguiente $x+1$, que es (p_x) y la esperanza de vida a la edad x, denotada por e_x, todas estas funciones, junto con q_x conforman las denominadas funciones biométricas. Como se observa en la tabla 6, el radix de la tabla es de 100,000 individuos, ésta muestra únicamente los primeros 10 valores.

```
> MEX2000
Life table Tabla de Mortalidad MEX 2000

   x          lx       px         ex
1  0 100000.0000 0.988673 74.2683316
2  1  98867.3000 0.999400 74.1192068
3  2  98807.9796 0.999460 73.1637050
4  3  98754.6233 0.999510 72.2032348
5  4  98706.2335 0.999540 71.2386317
6  5  98660.8287 0.999570 70.2714166
7  6  98618.4045 0.999590 69.3016463
8  7  98577.9710 0.999600 68.3300716
9  8  98538.5398 0.999610 67.3574146
10 9  98500.1098 0.999620 66.3836942
```

Tabla 6 Funciones biométricas (MEX 2000, Hombres)
Fuente: Elaboración Propia con R 3.4.1

Posteriormente se calculan los valores de conmutación, que facilitan enormemente los cálculos ciertos (tasa de interés) y contingentes (probabilidad de vida), esto se logra a través del factor de actualización demográfico-financiero[2]. Al combinar las funciones biométricas con el elemento de actualización financiera se generan los valores conmutados que los actuarios utilizan para simplificar las operaciones de calculo de los seguros de vida. Con el programa R-project y la librería *lifecontingencies* estos valores son sumamente sencillos de calcular mediante la función *actuarialtable*, la cuál requiere que se conozca la tasa de interés real anual. Esta información se obtiene de la nota técnica para la determinación de los beneficios básicos de pensión, para los seguros de invalidez y vida y riesgos de trabajo, publicada en el diario oficial de la federación con fecha del 3 de abril de 2015, y cuyo apartado referente a las hipótesis financieras establece que, la determinación de la prima neta y reserva matemática de seguros y pensiones, en lo referente a beneficios básicos, utilizará una tasa de interés técnica anual del 3.5% real. En la tabla 7 se muestran las funciones de conmutación para los primeros 10 datos.

[2] Este factor de actualización, también denominado dotal puro, se calcula mediante la formula:
[illegible]
que naturalmente es menor al factor de actualización financiera pura $v^n = 1/(1+i)^n$. Esto se debe al riesgo de que al fallecer antes no se recibiría el capital esperado, ratificando de esta manera que la prima del seguro es una entrega a fondo perdido.

```
> conmutadosMEX2000<-new("actuarialtable",x=MEX2000@x,lx=MEX2000@lx,interest=0.035)
> conmutadosMEX2000
Actuarial table  Generic life table interest rate  3.5 %
```

	x	lx	Dx	Nx	Cx	Mx	Rx
1	0	100000.0000	1.000000e+05	2.672030e+06	1094.396135	9641.508531	5.527080e+05
2	1	98867.3000	9.552396e+04	2.572030e+06	55.376209	8547.112396	5.430665e+05
3	2	98807.9796	9.223831e+04	2.476506e+06	48.124334	8491.736187	5.345194e+05
4	3	98754.6233	8.907101e+04	2.384267e+06	42.168885	8443.611853	5.260277e+05
5	4	98706.2335	8.601678e+04	2.295196e+06	38.229680	8401.442968	5.175840e+05
6	5	98660.8287	8.306977e+04	2.209180e+06	34.512079	8363.213288	5.091826e+05
7	6	98618.4045	8.022614e+04	2.126110e+06	31.780402	8328.701209	5.008194e+05
8	7	98577.9710	7.748139e+04	2.045884e+06	29.944500	8296.920808	4.924907e+05
9	8	98538.5398	7.483131e+04	1.968402e+06	28.197304	8266.976308	4.841938e+05
10	9	98500.1098	7.227258e+04	1.893571e+06	26.534861	8238.779004	4.759268e+05

Tabla 7 Funciones Conmutadas (MEX 2000, Hombres)
Fuente: Elaboración Propia con R 3.4.1

Los datos se registran con el nombre de "conmutadosMEX2000", a partir de estos valores se puede calcular el seguro de vida que nos interese. Los seguros de vida son contratos, mediante los cuales, la aseguradora se compromete a pagar al individuo o individuos expresamente designados como beneficiario o beneficiarios la suma asegurada[3] pactada en caso de que ocurra el evento cubierto, es decir, por motivo de la muerte del asegurado (Martínez, 2005). Existe un tipo de seguro denominado "Seguro Dotal Mixto" que es la combinación de un seguro dotal puro con un seguro temporal a "n" años. Es decir, si una persona de edad x compra un seguro de este tipo, le pagaran la suma asegurada si muere en el transcurso de n años; en caso contrario, es decir, que no fallezca en ese intervalo de tiempo (sobreviva a edad $x+n$), entonces en ese momento le pagarán la cantidad estipulada.

Caso práctico aplicado a un profesor de la UAEM

Para realizar un ejemplo real, supondremos que un profesor de la UAEM, de 45 años desea calcular el valor de la PNU o el valor actuarial actual de un seguro dotal puro que garantiza que recibirá un capital de $2,000,000.00 de pesos mexicanos al vencimiento de la póliza, que tendrá lugar dentro de 20 años, cuando se jubile como profesor universitario, si el asegurado sobrevive en esa fecha. Por otro lado, si fallece antes, la compañía aseguradora abonará a sus beneficiarios de la póliza, al final del año de fallecimiento del asegurado, un capital de igual cuantía que en el seguro dotal puro.

$$A_{45:\overline{20}|} = \frac{M_{45} - M_{45+20} + D_{45+20}}{D_{45}} = \frac{M_{45} - M_{65} + D_{65}}{D_{45}}$$

$$A_{45:\overline{20}|} = \frac{7048.169191 - 5045.384316 + 8560.453}{20224.05}$$

$$A_{45:\overline{20}|} = 0.5223107$$

```
> AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n = 20)
[1] 0.5223107
> 2000000*AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n = 20)
[1] 1044621
```

Como se observa la PNU que deberá cubrir el asegurado corresponde a: $P.N.U. = \$2{,}000{,}000 * 0.5223107 = \$1{,}044{,}621$. Sin embargo, para la gran mayoría de las personas resulta excesivamente oneroso realizar un desembolso de esta cantidad; ante tal situación, existe una alternativa que consiste en realizar pagos periódicos, de primas que sean actuarialmente equivalentes a la PNU correspondiente. De acuerdo con Arriaga y Sánchez (2000: 42) tales pagos reciben el nombre de primas periódicas (anuales), cuyo objetivo es cubrir la misma protección del seguro, pero eliminando el inconveniente mencionado, ya que su pago no es en una sola exhibición y tampoco existen cambios en sus montos año tras año. De esta manera, si siempre se paga la misma cantidad, por concepto de primas, se dice que es una Prima Neta Nivelada (PNN).

Para determinar la PNU en general, o la PNN en particular, debe tenerse muy presente la equivalencia actuarial básica cuya premisa establece que, a la fecha de emisión el valor presente de las obligaciones futuras debe ser igual al valor presente de los beneficios futuros. De esta manera, el asegurado del caso práctico podrá distribuir sus responsabilidades de pago, entre primas anuales durante los 20 años que dure su seguro dotal mixto, es decir, la PNN para este caso quedara determinada como:

$$(P_{45:\overline{20}|})(\ddot{a}_{45:\overline{20}|}) = A_{45:\overline{20}|}$$

[3] La suma asegurada es el valor asignado en la póliza como la responsabilidad máxima que debe pagar la Compañía de seguros en caso de pérdida o daño a los beneficiarios de la misma.

Y en valores conmutados,

$$P_{45:\overline{20}|} = \frac{M_{45} - M_{45+20} + D_{45+20}}{N_{45} - N_{45+25}} = \frac{M_{45} - M_{65} + D_{65}}{N_{45} - N_{65}}$$

$$P_{45:\overline{20}|} = \frac{(7048.169191 - 5045.384316 + 8560.453)}{(389629.6 - 103945.6)}$$

$$P_{45:\overline{20}|} = 0.03697525$$

```
> (AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n = 20)/axn(conmutadosMEX2000,x = 45, n = 20))
[1] 0.03697525
> 2000000*(AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n = 20)/axn(conmutadosMEX2000,x = 45, n = 20))
[1] 73950.5
```

Las formulas anteriores indican que que las primas $P_{45:\overline{20}|}$ se pagaran en forma anticipada durante "$n = 20$" años. Aunque se puede estipular que las primas se podrían pagaran durante "k" años[4], siempre y cuando $k < n$. De esta manera, las primas netas niveladas de los próximos 20 años serían de $P.N.N. = \$2{,}000{,}000 * 0.03697525 = \$73{,}950.50$ por cada año que se encontrara asegurado el profesor. Si esta PNN es anual, entonces el costo de esta prima sería de $6,162.54 mensuales.

Conclusiones

En la presente investigación se demostró la utilidad que tienen las ecuaciones diferenciales ordinarias en la determinación de las funciones de supervivencia que se han propuesto a lo largo de la historia actuarial. Partiendo de las distintas estructuras para la fuerza de mortalidad se logró identificar la función que mejor se adecua al patrón que sigue la mortalidad humana. Posteriormente, con la ayuda del software libre R-project, y de la librería "*lifecontingencies*", desarrollada por Spedicato (2013), se construyó una tabla de mortalidad para el caso mexicano, especifica para los hombres, y que contiene las funciones biométricas y de conmutación. Se comprueba que en la practica actuarial el uso de software especializado permite a los profesionistas un desarrollo más ágil, versátil y de mayor potencia en el manejo de los datos, la elaboración de los cálculos y la interpretación de los resultados.

De esta manera, se logra una mejor comprensión de la teoría y de la práctica de los seguros de vida individual. El trabajo de investigación se circunscribe a la implementación de un seguro dotal mixto, para el cual se calcula, mediante un algoritmo, la PNU que debe pagar el asegurado y que rara vez se liquida en una sola exhibición; adicionalmente, para solventar el inconveniente antes mencionado, se calcula la PNN que permite a los asegurados cubrir cuotas periódicas y de la misma cuantía.

Finalmente, se debe destacar que el desarrollo de las funciones biométricas y los valores conmutados, también permiten el desarrollo de anualidades, que ejemplifica la manera en que se cubren las pensiones; y reservas, que son el sobrante, por unidad de suma asegurada y por cada asegurado, en poder de la compañía de seguros después de haber liquidado todas sus obligaciones. De esta manera, el documento de investigación pretende ser una guía útil para el desarrollo del calculo actuarial, complementado por las matemáticas financieras, la programación y las ecuaciones diferenciales, que permitan a los estudiantes y profesionales de la actuaría un acercamiento a la aplicación de los conocimientos teóricos.

Bibliografía

Arriaga, M., y Sánchez, J. A. (2000). Elementos de cálculo actuarial. UNAM.

Bowers, N. L., Jones, D. A., Gerber, H. U., Nesbitt, C. J., y Hickman, J. C. (1997). Actuarial mathematics, 2nd edition. Society of Actuaries.

Broverman SA (2008). Mathematics of Investment and Credit. ACTEX Academic Series. ACTEX Publications.

Dickson DCM, Hardy MR, Waters HR (2009). Actuarial Mathematics for Life Contingent Risks. International Series on Actuarial Science. Cambridge University Press.

Dutang C, Goulet V, Pigeon M (2008). \actuar: An R Package for Actuarial Science." Journal of Statistical Software, 25(7), 1{37. URL http://www.jstatsoft.org/v25/i07/.

[4] Si este fuera el caso se tendría:
$${}_kP_{x:\overline{n}|} = \frac{A_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{x:\overline{k}|}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+k}}$$

Finan MA (2012). \A Reading of the Theory of Life Contingency Models: A Preparation for Exam MLC." URL http://faculty.atu.edu/mfinan/actuarieshall/MLCbook2.pdf.

Gesmann M, Zhang Y (2011). ChainLadder: Mack, Bootstrap, Munich and Multivariate Chain-Ladder Methods. URL http://CRAN.Rproject.org/package=ChainLadder.

Hyndman RJ, Booth H, Tickle L, Maindonald J (2011). demography: Forecasting Mortality, Fertility, Migration and Population Data. R package version 1.09-1.

IBM Corporation (2011). IBM SPSS Statistics 20. IBM Corporation, Armonk, NY. URL http://www.01.ibm.com/software/analytics/spss

Jordan, C. W. (1991). Life Contingencies. EUA: The Society of Actuaries.

Karatzas, I y E. Shreve, S. (2018). Brownian Motion and Stochastic Calculus / I. Karatzas, S.E. Shreve.

Martínez, M. L. (2005). Cálculo actuarial de la reserva de riesgos en curso para el seguro de vida tradicional de acuerdo con la legislación mexicana. UNAM.

Palacios, H. E. (1996). Introducción al cálculo actuarial. MAPFRE S.A.

R Core Team (2013). R: A Language and Environment for Statistical Computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL http://www.R-project.org/.

Rife T (2011). LifeTable: A Package with a Small Set of Useful Lifetable Functions. R package version 1.0.1, URL http://sites.google.com/site/timriffepersonal/r-code/lifeable.

Ruckman C, Francis J (2006). Financial Mathematics: A Practical Guide for Actuaries and Other Business Professionals. Warren Centre for Actuarial Studies and Research, 2nd edition.

SAS Institute Inc (2011). The SAS System, Version 9.3. SAS Institute Inc., Cary, NC. URL http://www.sas.com/.

Spedicato, G. A., Kainhofer, R., Owens, K. J., Dutang, C., Schirmacher, E., y Clemente, G. P. (2017). Financial and actuarial mathematics for life contingencies. Journal of Statistical Software(10), 1:68.Descargado de https://cran.rproject.org/web/packages/lifecontingencies /lifecontingencies.pdf

SunGard. (2012). iworks prophet [Manual de software informático]. Descargado de http://www.prophet-web.com/

The MathWorks, Inc (2011). MATLAB. The Language of Technical Computing, Version R2011b. The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts. URL http://www.mathworks.com/products/matlab/.

Towers Watson. (2011). Moses: Risk and financial modelling software for life insurers. Descargado de http://www.towerswatson.com/en/Services/Tools/moSes/

Anexos

Codigo de Programación

```
#CÁLCULO DE UN SEGURO DOTAL MIXTO
install.packages("lifecontingencies")
library(lifecontingencies)
MEX2000 <- read.csv(file.choose(), header = TRUE) # Se utiliza el archivo c:MEX2000.csv
head(MEX2000)
attach(MEX2000)
MEX2000<-probs2lifetable(probs = qx,radix = 100000,type = "qx",name = "Tabla de Mortalidad MEX 2000")
MEX2000
#----------------------------------------------------------------------------
#NUMERO DE MUERTES ENTRE EDADES
MEX2000@lx[MEX2000@x==45]-
MEX2000@lx[MEX2000@x==65]
dxt(MEX2000,45,20) # Utilizando la base de datos se coloca la edad inicial, y el número de años transcurridos.
#----------------------------------------------------------------------------
#PROBABILIDAD DE MUERTE
qxt(MEX2000,45,20)
#PROBABILIDAD DE VIDA
pxt(MEX2000,45,20)
#----------------------------------------------------------------------------
#FUNCIONES DE CONMUTACION
# new("actuarialtable",x, lx, interest)
conmutadosMEX2000<-
new("actuarialtable",x=MEX2000@x,lx=MEX2000@lx,interest=0.035)
conmutadosMEX2000
```

```
#---------------------------------------------------------------------------
---
#DOTAL PURO (nEx=(nPx)(v^n)=(Dx+n/Dx))
# Exn(actuarialtable, x, n, i)
#Si una persona de 45 años desea recibir $2000000.00 al cumplir
65 años de edad,
#¿Cuanto debe depositar hoy al 3.5% de interes anual?.
Exn(MEX2000, x=45, n= 25, i=0.035)
Exn(conmutadosMEX2000, x=45, n= 25) #con la tabla de
conmutados
#---------------------------------------------------------------------------
---
#FUNCIÓN axn (ANUALIDADES)
#axn(actuarialtable, x, n, i, m, k = 1)
# ä=Nx/Dx; ax=Nx+1/Dx
axn(conmutadosMEX2000, x=45, n=20)
#---------------------------------------------------------------------------
---
#SEGURO DOTAL MIXTO
# AExn(actuarialtable, x, n, i, m, k = 1)
AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n = 20)
2000000*AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n = 20)
#Prima Neta Nivelada para un Seguro Dotal Mixto
(AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n =
20)/axn(conmutadosMEX2000,x = 45, n = 20))
2000000*(AExn(conmutadosMEX2000, x = 45, n =
20)/axn(conmutadosMEX2000,x = 45, n = 20))
```