

Modelado bilineal de un motor de CD

ARROYO-LEDESMA, Jaime*†, CONTRERAS-AGUILAR, Luis, JIMÉNEZ-BERANCOURT, Ramón y VENEGAS-TRUJILLO, Tiberio.

Universidad de Colima, campus Coquimatlán, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Km 9 carretera Colima-Coquimatlán, Coquimatlán, Colima, México, C.P. 28400, Tel. 01 (312)316 11 65, Ext. 51451.

Recibido Julio 22, 2016; Aceptado Septiembre 22, 2016

Resumen

El modelado de sistemas físicos es de gran importancia para identificar y prevenir comportamientos dinámicos que pudieran dañar o causar operaciones anómalas en la configuración de los elementos donde estén operando. Los sistemas como los motores de corriente directa son máquinas eléctricas que se encuentran en una gran variedad de aplicaciones donde el control de velocidad, par mecánico grande, facilidad de control, etc. son características que los hacen interesantes para su uso. El control de velocidad o de par mecánico constante puede requerir de una representación matricial, la forma convencional de obtenerla es utilizando series de Taylor alrededor de un punto de operación fijo, esto representa una desventaja en los motores eléctricos ya que constantemente están cambiando de condición de operación. En el presente trabajo se analiza el modelado bilineal de un motor de corriente directa. Esta técnica permite representar, en forma matricial, el comportamiento dinámico en diferentes puntos de operación y ante diferentes perturbaciones. Además, mantiene la naturaleza no lineal del motor a diferencia de la aproximación lineal con series de Taylor. Por último, se presenta una comparación en el tiempo de algunas variables de la técnica propuesta, el modelo lineal y el modelo no lineal de un motor de corriente directa en tres conexiones diferentes: serie, paralelo y excitación independiente.

Sistemas bilineales, motor de corriente directa, ecuaciones diferenciales no lineales.

Abstract

Physical systems modelling is of great importance to identify and prevent dynamic behaviors that could damage or cause anomalous operations in the elements configuration where they are operating. The systems such as direct current motors are electric machines that are in a wide variety of applications where the control of speed, large mechanical torque, control easiness, etc. are characteristics that make them interesting for its use. The control of the speed or of the constant mechanic torque may require a matrix representation, the conventional way to get it is using a Taylor series around a fixed operation point, and this represents a disadvantage since electric motors have constantly changing operation condition. In this work a current direct motor bilinear modelling is analyzed. This technique allows representing, in matrix form, the dynamic behavior in different operation points and under different operating disturbances. In addition, it maintains the nonlinear nature of the motor unlike the linear approach with Taylor series. Finally, a comparison in time is presented of some variables of the proposed technique, the linear and the nonlinear model of direct current motor in three different connections: serial, parallel and independent excitation.

Bilinear Systems, direct current motors, Nonlinear differential equation.

Citación: ARROYO-LEDESMA, Jaime, CONTRERAS-AGUILAR, Luis, JIMÉNEZ-BERANCOURT, Ramón y VENEGAS-TRUJILLO, Tiberio. Modelado bilineal de un motor de CD. Revista de Investigación y Desarrollo 2016, 2-5: 61-70

* Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: jaime_arroyo@uclm.mx)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

La obtención de modelos matemáticos que representen el comportamiento dinámico de los sistemas es de gran importancia (Duka V. et al., 2012). Modelos no lineales que caracterizan las variaciones en el tiempo, son herramientas comunes en dichos análisis, pero presentan desventajas cuando se trata de obtener soluciones cerradas (Beléndez A. et al., 2007). Los modelos linealizados facilitan el análisis de los sistemas, mediante una representación matricial, identifican comportamientos dinámicos pero presentan fallas cuando existen variaciones en los puntos de operación (Sanchez-Gasca J.J. et al., 2005). Una forma de mantener la validez del modelo, describir de forma correcta el comportamiento y obtener una forma matricial es a través de un modelo bilineal (Arroyo J. et al., 2007).

Los modelos bilineales son una variedad de los modelos no lineales. Son lineales en el estado y en la entrada pero no lineal conjuntamente (Rugh W., 1981). Algunos comportamientos de modelos químicos, nucleares, biológicos etc. son de manera natural sistemas bilineales (Mohler R., 1973), pero algunos otros se pueden representar como uno de ellos. Este proceso se le llama linealización de Carleman (Kowalski K. et al., 1991). Los modelos bilineales permiten capturar información no lineal mediante una representación matricial. Además, de mantener la validez ante variaciones en los puntos de operación. Estas dos características hacen atractivo al sistema bilineal

El modelado de motores de CD es importante ya que permite analizar el comportamiento dinámico y ayuda a diseñar controles. Estos sistemas son no lineales lo que dificulta su estudio (Kara T. et al, 2004), una alternativa es utilizar un modelo bilineal que describa las variaciones de forma exacta ante diferentes puntos de operación y perturbaciones.

En este trabajo se presenta un modelo bilineal del motor de CD para analizar en cualquier instante del tiempo y ante variaciones de operación su comportamiento dinámico.

El artículo está dividido en cuatro secciones. La primera de ellas describe las ecuaciones de un motor de corriente directa en diferentes conexiones. La sección dos, detalla la obtención del modelo bilineal, en la siguiente sección se presenta los resultados de modelo exacto, la aproximación lineal y el modelo bilineal. Finalmente en la sección cuatro se presentan las conclusiones.

Modelo del Motor de CD.

El motor de CD tiene una gran variedad de usos, la facilidad de control de velocidad, par mecánico grande, simplicidad en los controles etc. hacen de esta, una maquina eléctrica con gran aceptación. Dependiendo de las características de funcionamiento que se busquen, existen diferentes tipos de conexión que logran obtenerlas, por ejemplo: conexión serie, paralelo y excitación independiente, por nombrar solo algunas. A continuación se describen las ecuaciones diferenciales no lineales, sin tomar en cuenta el tipo de conexión.

$$L_a \frac{d}{dt} i_a(t) + R_a i_a(t) + e(t) = v_a(t) \quad (1)$$

$$L_f \frac{d}{dt} i_f(t) + R_f i_f(t) = v_f(t) \quad (2)$$

$$J \frac{d}{dt} \omega(t) + B\omega(t) + T_l(t) = T_e(t) \quad (3)$$

$$e(t) = K_i(t)\omega(t) \quad (4)$$

$$T_e(t) = K_i(t)i_f(t) \quad (5)$$

Donde:

L_a y L_f Inductancia total de los devanados de armadura y de campo respectivamente en H.

R_a y R_f Resistencia total de los devanados de armadura y de campo respectivamente en Ω .

$i_a(t)$ y $i_f(t)$ Corriente en los devanados de armadura y de campo respectivamente en A.

$e(t)$ Voltaje interno en V.

$v_a(t)$ y $v_f(t)$ Voltaje en terminales de armadura y campo respectivamente en V.

J Inercia del motor en $\text{kg}\cdot\text{m}^2$.

B Coeficiente de fricción en $\text{N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$.

$\omega(t)$ Velocidad angular en rad/s .

$T_l(t)$ Par de carga en $\text{N}\cdot\text{m}$.

$T_e(t)$ Par eléctrico $\text{N}\cdot\text{m}$.

K Constante del motor.

Motor Conexión Serie (CS).

En esta conexión el devanado de campo se conecta en serie con el devanado de armadura (Thangaraju I. et al, 2015). Considerando lo anterior las ecuaciones (1)-(5) se pueden reescribir de forma matricial, tomando en cuenta que la corriente de campo y de armadura son la misma y se define como $i(t)$:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a+R_f}{L_a+L_f} & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K}{L_a+L_f} & 0 \\ 0 & \frac{K}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i(t)\omega(t) \\ i(t)^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a+L_f} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \quad (6)$$

Se identifica que son dos ecuaciones diferenciales y que contiene dos términos no lineales.

Motor Conexión Paralelo (CP).

Esta configuración, el devanado de campo se conecta en paralelo al devanado de armadura, aquí el voltaje en terminales es el mismo para ambos devanados y se utilizara como $v(t)$ (Chapman J., 2011). Su estructura matricial queda expresada en (7).

Se aprecia que surge una tercera ecuación a diferencia de la conexión serie, esto debido a que el devanado de campo no forma parte del devanado de armadura. También, se hace notar que se presentan términos no lineales.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_f(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_f}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_f(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K}{L_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f(t)\omega(t) \\ i_a(t)i_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 \\ \frac{1}{L_f} & 0 \\ 0 & -\frac{K}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

Motor Conexión Excitación Independiente (CEI)

La conexión excitación independiente es debido a la separación física entre los devanados, cada uno de ellos es alimentado por fuentes de voltaje independientes (Avitan S., 1990). La forma matricial es semejante a la conexión paralelo, solo cambia en la matriz correspondiente a las entradas. Escribiéndose de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_f(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_a}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_f}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_f(t) \\ \omega(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{K}{L_a} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{K}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_f(t)\omega(t) \\ i_a(t)i_f(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_f} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{K}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_f(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

En términos generales, las ecuaciones (6)-(8) se pueden reescribir de forma compacta de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} X^1 = A_{11}X^1 + A_{12}X^2 + Bu \quad (9)$$

Se puede identificar que las matrices resultantes contienen solo los parámetros del motor. Esta última expresión ayudara a obtener el modelo bilineal de un motor de CD. Se omite la variable t para simplificar la escritura.

Modelo Bilineal

Considere una función no lineal de la forma:

$$\frac{d}{dt} x = f(x, u) \quad (10)$$

Donde:

x es un vector de estados $n \times 1$.

u es un vector de entradas $m \times 1$.

Este tipo de modelos surgen de forma natural en algunos comportamientos dinámicos de los sistemas, por ejemplo, en los motores de CD. Aunque estos sistemas tienen una característica especial, como se analizó en la sección 1, se pueden escribir como un sistema cuadrático, ecuación (9), facilitando la representación bilineal del motor.

Producto Kronecker.

Para el desarrollo de la linealización de Carleman u obtención del modelo bilineal, es necesario definir algunas operaciones que serán de ayuda (Van Loan C. F., 2000).

Sean dos matrices arbitrarias $A_{p \times q}$ y $B_{n \times m}$ el producto Kronecker, se utiliza el símbolo \otimes , se define como:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1q}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1}B & \cdots & a_{pq}B \end{bmatrix} \quad (11)$$

Se observa que el resultado es una matriz a bloques de dimensión $p \cdot n \times q \cdot m$.

Algunas propiedades del producto Kronecker, que serán útiles, se enlistan a continuación:

$$(A + B) \otimes C = (A \otimes C) + (B \otimes C) \quad (12)$$

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD) \quad (13)$$

$$A \otimes B = (A \otimes I_m)(B \otimes I_n) \quad (14)$$

La matriz $I_{m,n}$ es una matriz identidad $m \times m$ y $n \times n$ respectivamente.

Linealización de Carleman.

Considere un sistema no lineal representado a través de una serie de potencia de orden k , se omite la variable t para simplificar la escritura:

$$\frac{d}{dt}x^1 = A_{11}x^1 + \dots + A_{1k}x^k + B_{10}u \quad (15)$$

Donde las matrices A_{1i} $i = 1, 2, \dots, k$, son matrices constantes de dimensiones $n \times n^i$. Se hace notar que conforme se incrementa el subíndice i , la dimensión de la matriz A_{1i} también lo hace. La matriz B_{10} es de constantes de dimensiones $n \times m$, mientras que los vectores x^i de dimensiones $1 \times n^i$, se definen como:

$$x^1 = x = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$$

$$x^2 = x \otimes x = [x_1^2, x_1x_2, \dots, x_1x_n, \dots, x_n^2]^T$$

$$x^k = x \otimes \dots \otimes x = [x_1^k, x_1x_2 \dots x_k, \dots, x_n^k]^T$$

La linealización de Carleman o bilinealización de un sistema no lineal requiere definir un nuevo vector de estados como (Kowalski K. et al., 1991):

$$x^\otimes = [x^1, x^2, \dots, x^k]^T \quad (16)$$

Con este nuevo vector de estados, se tienen que calcular la derivada de cada una de las variables. Por ejemplo, para calcular $\frac{dx^2}{dt}$ se toma como: $\frac{dx^2}{dt} = \frac{dx}{dt} \otimes x + x \otimes \frac{dx}{dt}$, donde $\frac{dx}{dt}$ está dada en (15), por lo tanto la expresión resultante es:

$$\frac{d}{dt}x^2 = (A_{11}x^1 + \dots + A_{1k}x^k + B_{10}u) \otimes x + x \otimes (A_{11}x^1 + \dots + A_{1k}x^k + B_{10}u) \quad (17)$$

Si se aplican las propiedades del producto Kronecker, la ecuación (17) se puede reescribir como se muestra en (18).

$$\frac{d}{dt}x^2 = A_{22}x^2 + A_{23}x^3 + \dots + A_{2k}x^k + A_{2k+1}x^{k+1} + B_{20}xu \quad (18)$$

Donde:

$$A_{22} = A_{11} \otimes I + I \otimes A_{11}$$

$$A_{23} = A_{12} \otimes I + I \otimes A_{12}$$

$$A_{2k+1} = A_{1k} \otimes I + I \otimes A_{1k}$$

$$B_{20} = B_{10} \otimes I + I \otimes B_{10}$$

Observe que en la ecuación (18), surge un nuevo elemento $k+1$. Para evitar que existan nuevos términos y que las dimensiones crezcan con cada derivada de x^i , se trunca la serie hasta la potencia k -ésima. Con esta consideración, se desarrollan todas las derivadas del nuevo vector de estado, quedando la derivada de x^k como:

$$\frac{d}{dt}x^k = \frac{dx^{k-1}}{dt} \otimes x + x \otimes \frac{dx^{k-1}}{dt} = A_{kk}x^k + B_{k0}xu \quad (19)$$

Donde:

$$A_{kk} = A_{11} \otimes I \otimes I \dots \otimes I + I \otimes A_{11} \otimes I \otimes I \dots \otimes I + \dots + I \otimes I \dots \otimes I \otimes A_{11}$$

$$B_{k0} = B_{10} \otimes I \otimes I \dots \otimes I + I \otimes B_{10} \otimes I \otimes I \dots \otimes I + \dots + I \otimes I \dots \otimes I \otimes B_{10}$$

Se observa, que hay k sumandos y en cada uno de ellos, A_{11} está cambiando de posición, de la uno a la k respectivamente. Lo mismo aplica para B_{k0} .

Una vez que se desarrollaron las derivadas, se está en posición de obtener el modelo bilineal. Utilizando las ecuaciones (15)-(19), la representación bilineal queda expresada así (Rugh W., 1981):

$$\frac{d}{dt}x^{\otimes} = A^{\otimes}x^{\otimes} + N^{\otimes}u + B^{\otimes}u \quad (20)$$

Donde:

$$A^{\otimes} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1k} \\ 0 & A_{22} & \cdots & A_{2k} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & A_{kk} \end{bmatrix}_{h \times h}$$

es la matriz

planta bilineal.

$$N^{\otimes} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ B_{20} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & B_{k0} & 0 \end{bmatrix}_{h \times h}$$

es la matriz no

lineal.

$$B^{\otimes} = \begin{bmatrix} B_{10} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_{h \times 1}$$

es la matriz de entradas

bilineal.

Se analiza que el sistema resultante tiene una dimensión de $h = n + n^2 + n^3 + \cdots + n^k$. Si el sistema no lineal tiene un número grande de ecuaciones, esta representación es prohibitiva. En el caso del motor de CD, donde se tiene un máximo de tres ecuaciones diferenciales, el modelo bilineal no crece en exceso y las matrices resultantes son dispersas.

Modelado Bilineal del Motor de CD.

Como se analizó en la sección 1 ecu. (9), el modelo no lineal del motor de CD se puede representar con una serie de potencia de orden dos, independientemente del tipo de conexión que se trate. Para cada una de las configuraciones, se obtiene un modelo bilineal de segundo y quinto orden. Las matrices resultantes para el sistema bilineal de segundo orden, se escriben así:

$$A^{\otimes} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ 0 & A_{22} \end{bmatrix}$$

$$N^{\otimes} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_{20} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{\otimes} = \begin{bmatrix} B_{10} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las dimensiones varían entre el tipo de conexión que tiene el motor, así por ejemplo, para el motor CS $h = 6$, pero para las conexiones P y EI que tienen una ecuación mas $h = 12$, se aprecia que basta una ecuación mas para duplicar la dimensión del sistema bilineal.

Para el sistema de quinto orden, las matrices son:

$$A^{\otimes} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & A_{34} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_{44} & A_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix}$$

$$N^{\otimes} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_{20} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & B_{30} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{40} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & B_{50} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B^{\otimes} = \begin{bmatrix} B_{10} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Para este caso, la dimensión para el motor CS es de $h = 62$. Para el motor CP y motor CEI $h = 363$. Se observa un incremento considerable pero con matrices dispersas, esto ayuda a reducir el tiempo de cómputo.

Resultados

Encendido del Motor

Primeramente, se presentan las graficas correspondientes al arranque del motor, solo para el modelo no lineal y bilineal; por su naturaleza, el modelo lineal no caracteriza el arranque de un sistema ya que solo es válido en un punto de operación en estado estable.

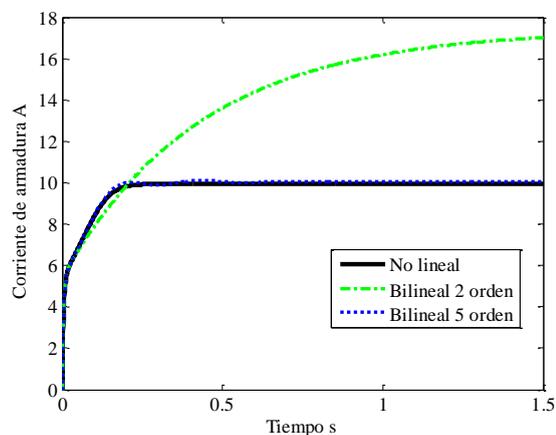


Gráfico 1 Corriente de armadura A. Motor CS.

Como se puede identificar en las graficas 1 y 2, el modelo bilineal de segundo orden tiene una diferencia notable con respecto al modelo no lineal, cuando se trata del arranque del sistema. Mientras que la representación de quinto orden sigue de forma aceptable el comportamiento no lineal del motor.

En cambio, en la grafica 3, las dos aproximaciones bilineales reproducen perfectamente el comportamiento de la corriente de campo. Se aprecia que rápidamente alcanza su valor en estado estable, esto sucede porque el circuito de campo predomina la resistencia.

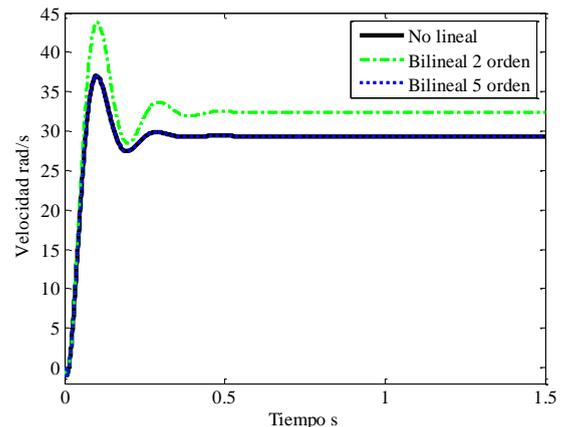


Gráfico 2 Velocidad angular rad/s. Motor CP.

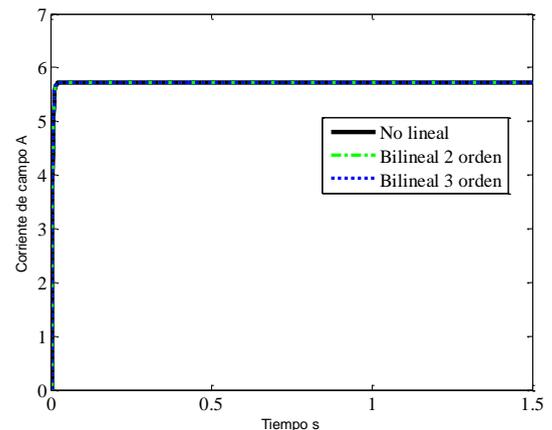


Gráfico 3 Corriente de campo A. Motor CEI.

Operación ante perturbaciones.

Una vez que el motor alcanza su estado estable de operación, se someterá a perturbaciones de: voltaje de alimentación y par de carga. Con el fin de probar la validez del modelo bilineal, se realizan las siguientes perturbaciones:

1. En 0.2 segundos se incrementa el par de carga en un 20% de su valor base.

2. En 0.8 segundos se incrementa el voltaje de armadura en 20% y el par de carga en un 40% de los valores base. En la conexión excitación independiente, el voltaje de campo se incrementa en un 15%.

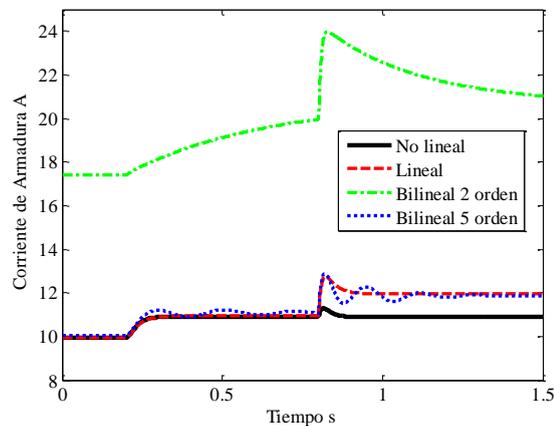


Gráfico 4 Corriente de armadura A. Motor CS.

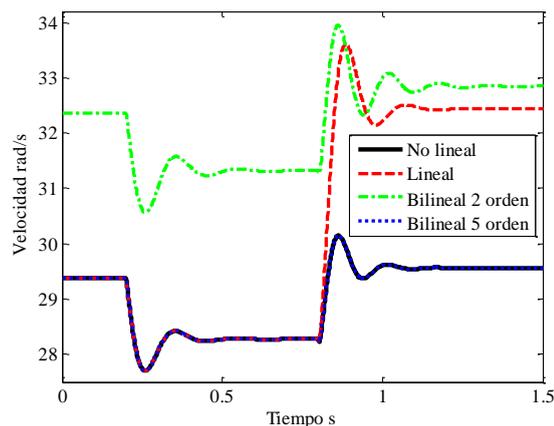


Gráfico 5 Velocidad rad/s. Motor CP.

De la grafica 4, se puede observar que ninguna de las aproximaciones se comporta de forma similar al sistema no lineal, hay una diferencia mayor después de la segunda perturbación. Esto indica, que al menos, para el motor de CD conexión serie se requiere un modelo bilineal de mayor orden.

En la grafica 5, se aprecia que el modelo bilineal de segundo orden no reproduce el comportamiento de la velocidad del motor conexión paralelo, mientras que el modelo lineal solo lo reproduce hasta 0.8 s. después de ese tiempo, en la segunda perturbación, no es capaz de seguir al sistema no lineal.

Solo el modelo bilineal de quinto orden mantiene durante todo el periodo de análisis una similitud bastante óptima con respecto al comportamiento del motor.

Como sucedió en la grafica 3, las aproximaciones tanto lineal como bilineales, reproducen perfectamente el comportamiento dinámico de la corriente de campo con perturbaciones, se puede apreciar en la grafica 6. Esto se debe, a que la ecuación diferencial de la corriente de campo no contiene elementos no lineales y no depende de las variaciones que se presentan en la corriente de armadura y de velocidad.

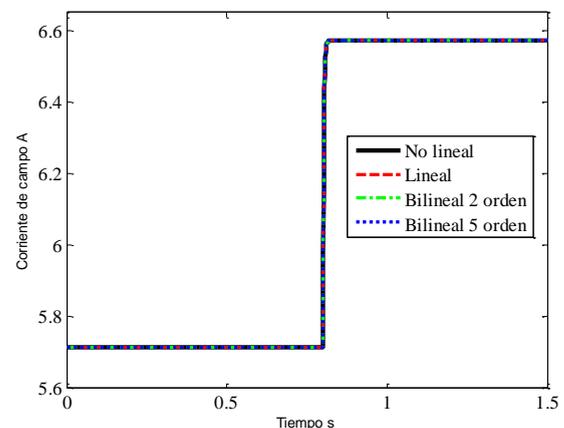


Gráfico 6 Corriente de campo A. Motor CEI.

De acuerdo a los resultados, el modelo bilineal de segundo orden no reproduce las variaciones del motor, el sistema lineal solo cuando se tiene una sola perturbación, mientras que el modelo bilineal de quinto orden se asemeja de forma óptima al comportamiento no lineal del motor.

Anexos

En la tabla 1, se indican los parámetros del motor y los niveles de voltaje y par de carga que se usaron en las diferentes conexiones: CS, CP y CEI respectivamente.

Parametro	Valor
R_a	0.18 Ω
R_f	3.50 Ω
L_a	6.20 mH
L_f	9.50 mH
K	100. mH
B	0.007 N·m·s/rad
J	0.04 kg·m ²
V_a	20 V 20 V 100 V
V_f	----- ----- 20 V
T	10 N·m

Tabla 1 Tabla de parámetros.

Conclusiones

En el presente trabajo se muestra el modelado bilineal de un motor de CD, en tres configuraciones diferentes. Se analiza, que a diferencia del modelo lineal, el sistema propuesto no depende de un punto o condición de operación en estado estable. Las matrices resultantes contienen solo los parámetros del motor, esta condición permite estudiar el comportamiento del motor desde el encendido del mismo, situación que una aproximación lineal no es capaz de reproducir.

De acuerdo a los resultados, se observa que el modelo bilineal de quinto orden reproduce el comportamiento no lineal del motor de CD. Caso especial sucede con el motor en serie, el orden de la aproximación bilineal no es suficiente para caracterizar el comportamiento del sistema.

Finalmente, se concluye que el modelo propuesto reproduce correctamente el comportamiento no lineal del motor de CD a diferencia de la aproximación lineal.

Dentro de los trabajos futuros que se pretenden impulsar son: el diseño de controles utilizando la información del modelo bilineal y reducir las dimensiones de las matrices, con el fin de reducir el tiempo de computo.

Referencias

V. Duka; A. Zeidmane (2012), Importance of mathematical modelling skills in engineering education for master and doctoral students of Latvia University of Agriculture, 15th International Conference on Interactive Collaborative Learning, pp. 1 – 6.

A. Beléndez, C. Pascual, D.I. Méndez, T. Beléndez and C. Neipp (2007), Exact solution for the nonlinear pendulum, Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 4, p. 645-648.

J.J. Sanchez-Gasca, V. Vittal, M.J. Gibbard, A.R. Messina, D.J. Vowles, S. Liu, U. D. Annakage (2005), An analysis of higher order terms for small signal stability analysis, 2005 IEEE PES GM, San Francisco, Cal.

J. Arroyo, R. Betancourt, A.R. Messina, E. Barocio, Development of Bilinear Power System Representations for Small Signal Stability Analysis (2007), Electric Power Systems Research, Volume 77, Issue 10, August, pp. 1239-1248.

Wilson J. Rugh (1981), Nonlinear System Theory The Volterra/Wiener Approach, The Johns Hopkins University Press, ISBN 0801825490.

Ronald R. Mohler (1973), Bilinear Control Processes, Academic Press, ISBN 0125041403.

Krzysztof Kowalski, Willi-Hans Steeb (1991), Nonlinear Dynamical Systems and Carleman Linearization, World Scientific Publishing, ISBN 981-02-0587-2.

Tolgay Kara, Ilyas Eker (2003), Nonlinear modeling and identification of a DC motor for bidirectional operation with real time experiments, Energy Conversion and Management, Volume 45, Issues 7–8, May, pp 1087–1106

Thangaraju, I., Muruganandam, M., Madheswaran, M. (2015), Performance Analysis and Experimental Verification of Buck Converter fed DC Series Motor using Hybrid Intelligent Controller with Stability Analysis and Parameter Variations, Journal of Electrical Engineering and Technology, vol. 10, iss. 2, 2015, pp. 518-528.

S. J. Chapman (2011), Electric Machine Fundamentals, New York: McGraw-Hill, ISBN 978-0073529547.

Saac Avitan, Victor Skormin (1990), Mathematical Modeling and Computer Simulation of a Separately Excited dc Motor with Independent Armature /Field Control, IEEE Transactions On Industrial Electronics, Volumen 37, No. 6, pp 483-489.

Charles F. Van Loan (2000), The ubiquitous Kronecker product, Journal of Computational and Applied Mathematics, vol. 123, pp. 85-100.