

## Minado de series de tiempo utilizando la metodología ARIMA

MELO-MORÍN, Julia\*† y SANTANA-ESPARZA, Gil.

*Instituto Superior Tecnológico de Panuco, Prol. Avenida Artículo Tercero Constitucion s/n, Solidaridad, 93998 Pánuco, VER, México.*

Recibido Julio 5, 2016; Aceptado Septiembre 8, 2016

### Resumen

En el ámbito empresarial la toma de decisiones es de gran importancia, ya que es conveniente contar con una visión de lo que puede suceder en el futuro, por lo que se convierte en una actividad permanente y relevante. Un mecanismo que puede ayudar a la toma de decisiones son las predicciones. Los enfoques tradicionales para las predicciones son el análisis de series de tiempo. La minería de datos en series de tiempo describe: si los datos presentan forma creciente, si existe influencia de ciertos periodos de cualquier unidad de tiempo o si aparecen outliers (observaciones extrañas o discordantes). La metodología ARIMA permite realizar predicciones de forma fácil y eficiente para las series temporales. Este artículo describe paso a paso la metodología ARIMA para la minería de datos en series de tiempo, ya que son una opción rápida para llevar a cabo predicciones en el ámbito empresarial.

### Series de tiempo, metodología ARIMA

### Abstract

At the corporate decision-making it is of great importance, since it is desirable to have a vision of what may happen in the future, so it becomes a permanent and relevant activity. A mechanism that can help decision-makers are predictions. Traditional approaches to forecasting are the analysis of time series. Data mining in time series describes: if the data are increasingly, if there is influence of certain periods of any unit of time or if outliers appear (strange or discordant observations). The ARIMA methodology allows predictions easily and efficiently for time series. This article describes step by step the ARIMA methodology for time series data mining as they are a quick option to carry out predictions in business.

**Image processing, noise removal, convolution, calibration, evaluation of potholes**

**Citación:** MELO-MORÍN, Julia y SANTANA-ESPARZA, Gil. Minado de series de tiempo utilizando la metodología ARIMA. Revista de Investigación y Desarrollo 2016, 2-5: 21-31

\* Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: patricia.melo@itspanuco.edu.mx)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

**Introducción**

El pronóstico es una herramienta utilizada para llevar a cabo la predicción y constituye una de las bases de información más importante para la planificación. El objetivo básico de un pronóstico consiste en reducir el rango de incertidumbre dentro del cual se toman las decisiones que afectan el futuro de un negocio; el pronóstico no sustituye el juicio administrativo en la toma de decisiones, simplemente es una ayuda en ese proceso.

Los pronósticos son usados en diferentes áreas ya sean científicas, de ingeniería o de negocios. La definición de pronóstico de acuerdo a la Real Academia de la Lengua es la predicción de algo futuro a partir de indicios.

Los enfoques tradicionales para el pronóstico son el análisis de series de tiempo. Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones, medidas en determinados momentos del tiempo ordenados cronológicamente y espaciados entre sí de manera uniforme.

Box y Jenkins en 1970 desarrollaron los modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average), destinados a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales en los que la variable tiempo juega un papel fundamental, un tipo de modelo que produce pronósticos con base en una síntesis de los patrones históricos en los datos.

El análisis de los modelos ARIMA exige un conocimiento teórico de la metodología, además de disponer de algún programa de software para el apoyo en la realización de los cálculos necesarios. Con el surgimiento de las computadoras, la construcción de modelos se puede automatizar aplicando la incorporación de reglas sofisticadas para la toma de decisiones (Box, 1984).

Este documento describe las etapas de la metodología ARIMA como una herramienta para el pronóstico de datos. Se indica la importancia de los pronósticos en el sector empresarial, las ventajas y aplicaciones de los pronósticos de datos, así como los conceptos de series de tiempo y predicción.

La metodología Box-Jenkins, es descrita indicando cada una de las etapas del modelo ARIMA, aplicados a las series de tiempo.

**Pronósticos y series de tiempo**

La Predicción es una expresión que anticipa aquello que, supuestamente, va a suceder. Se puede predecir algo a partir de conocimientos científicos, revelaciones de algún tipo, hipótesis o indicios. Las predicciones permiten realizar un análisis sobre los datos anteriores y actuales, considerando que el "futuro solo puede ser inferido a partir de un profundo estudio del pasado" (Cortez, 1992).

La predicción aplica métodos estadísticos formales que emplean series de tiempo, transversales o longitudinales de datos, o como alternativa a los métodos menos formales de juicio.

Hay diversos métodos de predicción, desde aquellos que hacen un listado de factores que puedan influir en el curso futuro de los acontecimientos, hasta los métodos más sofisticados que utilizan ciertas técnicas econométricas y modelos matemáticos.

Han J. & Jamber M. (2006), indican que el análisis predictivo sirve para la detección de fraudes, predecir enfermedades, el clima, análisis de personas para enviar información de los datos, entre otros. El proceso de la predicción consta de las siguientes etapas:

- Describir el problema a resolver.
- Recolección de datos.

- Demostración.
- Construir el modelo.
- Monitoreo del modelo, para determinar las mejoras.

Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones, medidas en determinados momentos del tiempo, ordenados cronológicamente y, espaciados entre sí de manera uniforme, así los datos usualmente son dependientes entre sí. El principal objetivo de una serie de tiempo, es su análisis para hacer pronóstico (Villacencio, sn).

Una serie temporal es la sucesión de valores que una variable toma en momentos sucesivos e igualmente espaciados en el tiempo. El estudio del comportamiento de una serie unidimensional da lugar a lo que se denomina "Análisis univariante de series temporales" (Pina et al, 1999).

Las series de tiempo describen la evolución de un fenómeno o variable a lo largo del tiempo. Las series de tiempo pueden representar desde los precios de un artículo, las tasas de desempleo, la temperatura máxima diaria, la velocidad del viento, hasta los esfuerzo y temperaturas en diversos puntos de una obra civil (Cortez, 2011).

Los valores de una serie de tiempo se clasifican en continuos o discretos. Los valores continuos son aquellos que se miden con cifras decimales. Por ejemplo:  $Y_1=12.35$ ,  $Y_2=45.67$ , etc., los valores discretos son aquellos que solo se miden en enteros. Por ejemplo:  $Y_1=24$ ,  $Y_2=56$ , etc. (Pankratz, 1983).

Algunos ejemplos donde se puede utilizar las series de tiempo son:

- a) Economía y Marketing
  - Proyecciones del empleo y desempleo.
  - Evolución del índice de precios de algún producto.

- Beneficios netos mensuales de cierta entidad bancaria.
- Desempleo.
- Tipos de interés.
- Rentabilidad de acciones.

#### b) Demografía

- Número de habitantes por año.
- Tasa de mortalidad infantil por año.

#### c) Medioambiente

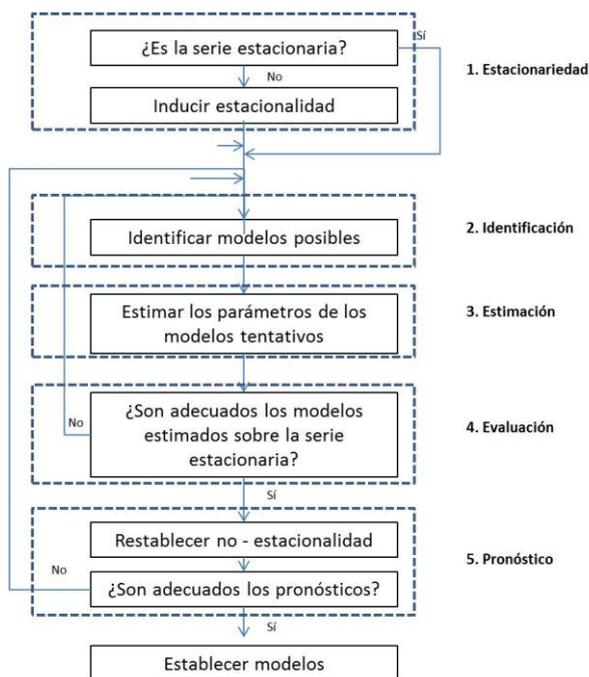
- Evolución horaria de niveles de óxido de azufre y de niveles de óxido de nitrógeno en una ciudad durante una serie de años.
- Lluvia recogida diariamente en una localidad.
- Temperatura media mensual.
- Medición diaria del contenido en residuos tóxicos en un río.

### Metodología ARIMA

En 1970, Box y Jenkins desarrollaron un cuerpo metodológico destinado a identificar, estimar y diagnosticar modelos dinámicos de series temporales en los que la variable tiempo juega un papel fundamental, un tipo de modelo que produce pronósticos con base en una síntesis de los patrones históricos en los datos: los modelos ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average – Modelos de promedio móvil autorregresivo integrado).

Los modelos de promedio móvil autorregresivo integrado son una clase especializada de técnicas de filtración que ignoran por completo a las variables independientes en la formulación de pronósticos, producen pronósticos precisos de corto plazo, por ejemplo la predicción de precios del mercado de valores, creados por analistas corredores de bolsa y que se basan por completo en patrones anteriores del movimiento de los precios de acciones (Hanke J. & Reitsch A., 1996).

La metodología de los modelos ARIMA de acuerdo a Box, G. & Jenkins (1990) citado por Cortez Patiño (2011), se presenta en la Figura 1.



**Figura 1** Metodología Box-Jenkins

Los modelos autorregresivos (AR) y los de medias móviles (MA) son formas particulares de la clase general de modelos ARMA y este a su vez del modelo ARIMA (Cortez, 2011).

Algunas consideraciones de los datos en la modelación ARIMA (Pankratz, 1983):

- Los modelos ARIMA se aplican tanto para datos discretos o continuos.

- Solo es aplicable a datos espaciados equilibrados en el tiempo, en intervalos discretos de tiempo.
- Para la aplicación del modelo ARIMA, Box y Jenkins sugieren un mínimo de 50 observaciones.
- Los modelos ARIMA son especialmente útiles en el tratamiento de serie que presentan patrones estacionales. Se pueden aplicar a series estacionarias y no estacionarias.
- Se asume que las perturbaciones aleatorias presentes posiblemente en la serie, son independientes entre sí. No existe correlación entre ellas, por lo tanto ningún patrón modelable.

#### Fase de Estacionariedad

La estacionalidad es un comportamiento o patrón en una serie de tiempo; consiste en subidas y bajadas periódicas que se presentan en forma regular en la serie de tiempo.

La estacionalidad es uno de los patrones estadísticos más utilizados para mejorar la precisión de los pronósticos de demanda.

Cualquier proceso estacionario  $Y_t$  puede representarse unívocamente como la sucesión de dos procesos mutuamente correlacionados, uno determinista y otro de medias móviles (Pina et al, 1999).

$$Y_t = D_t + X_t \quad (1)$$

Donde:

- $D_t$  es el proceso determinista, que puede ser cero, una constantes o un proceso armónico.
- $X_t$  es el proceso de medias móviles.

Una serie estacionaria es aquella cuya media, varianza y función de auto correlación permanecen constantes en el tiempo (Pankratz, 1983).

Existen distintas maneras de inducir la estacionariedad en una serie de tiempo, la más usada es el método de construcción de diferencias. Si la serie tiene tendencia, es posible eliminarla mediante la diferenciación, que consiste en la aplicación de diferencias sucesivas hasta lograr que el correlograma de la serie diferenciada converja rápidamente hacia cero (el cuarto o quinto retardo a lo sumo) (Pina, et al, 1999).

### Fase de Identificación

Una vez transformada las series para hacerlas estacionarias en media y en varianza, se procede a obtener las funciones de auto correlación (FAC) y de auto correlación parcial (FACP).

La auto correlación se define como la relación mutua existente entre valores de una serie de tiempo en diferente periodo y describe lo que tiende a sucederle a un valor si se da un cambio en el otro.

La autocorrelación simple (FAC), mide la relación lineal entre las observaciones de una serie de dato  $Y_t$ , distanciados en un lapso de tiempo  $k$ . El lapso de tiempo  $k$  se le conoce como retardo o retraso. Este retardo denota el periodo de tiempo entre los valores de la serie, para el cual se mide el tipo y grado de correlación de la variable considerada.

La autocorrelación parcial (FACP), es una medida asociada a la auto correlación simple. Es la estimación de la autocorrelación simple, para el mismo retardo  $k$ , con la eliminación del efecto producido por las autocorrelaciones para retardos menores a  $k$ , las cuales están presente en la estimación de la auto correlación simple. La auto correlación parcial no considera las auto correlaciones acumuladas para el retardo  $k$  para el que se estima (Aguirre, 1994).

La diferencia entre los dos tipos de auto correlación FAC y FACP es que la auto correlación simple brinda para un retardo  $k$  tanto la relación entre las observaciones con una diferencia de  $k$  retardos de tiempo, como la relación para retardos menores, mientras que la auto correlación parcial brinda solo la relación para la diferencia estricta en  $k$  retrasos de tiempo (Aguirre, 1994).

Los coeficientes de auto correlación, ya sea simple o parcial, que se obtienen para los diferentes periodo  $k = 1, 2, 3, \dots$  etc., se representan mediante la gráfica correlograma o función de auto correlación. La Figura 2 muestra un ejemplo de un correlograma.

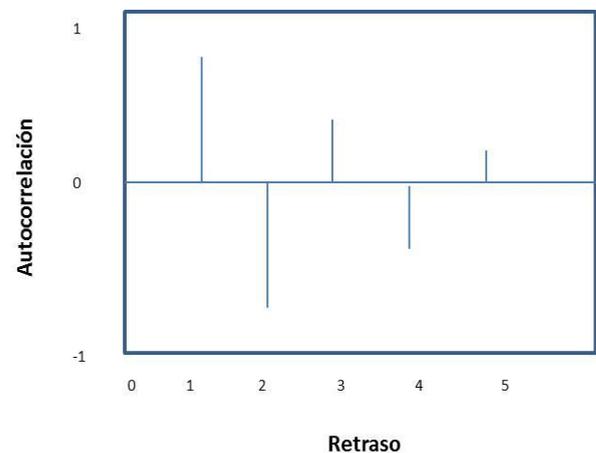


Figura 2 Grafica de correlograma.

Se identifican los procesos partiendo de las propiedades teóricas de los procesos AR o MA.

Existe correlación serial cuando las observaciones sucesivas a través del tiempo se encuentran relacionadas entre sí. Una forma de resolver el problema de correlación serial consiste en aprovechar la correlación entre observaciones adyacentes. Un modelo autorregresivo expresa un pronóstico como una función de valores previos de esa serie de tiempo

**Modelo autorregresivo de orden p -AR(p).**

Es un modelo en el que una determinada observación es predecible a partir de la observación anterior (modelo autorregresivo de primer orden) o a partir de las dos observaciones que le preceden (modelo autorregresivo de segundo orden). La observación actual se define como la suma ponderada de una cantidad finita p de observaciones precedente más un impulso aleatorio independiente (Cortez, 2011).

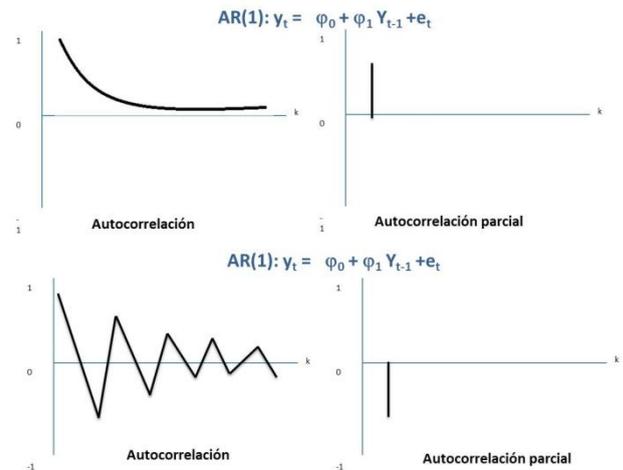
La fórmula matemática del modelo autorregresivo es:

$$Y_t = \varphi_0 + \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t \tag{2}$$

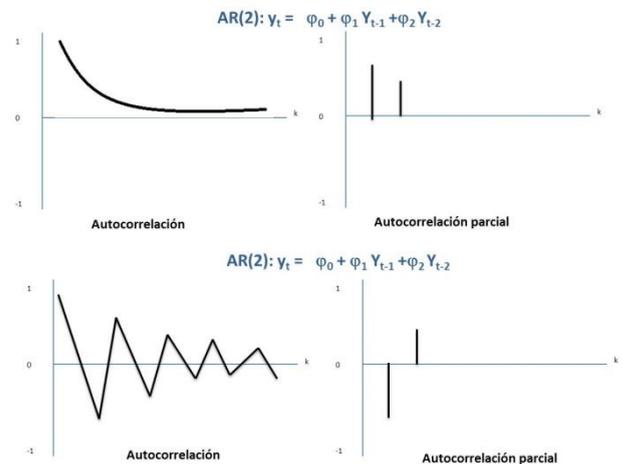
Donde:

- $Y_t$ : es la variable dependiente.
- $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-p}$ : variables independientes que son variables dependientes desfasadas un número específico de periodos (t-1, t-2, t-3,... t-p).
- $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_p$ : son coeficientes de regresión.
- $\varepsilon_t$ : término de residuo que representa sucesos aleatorios no explicados por el modelo.

A continuación se muestran las distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial para algunos modelos ARIMA más comunes. La Figura 3 y Figura 4, muestra los correlogramas para AR (1) y AR (2) respectivamente.



**Figura 3** Distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial de AR (1).



**Figura 4** Distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial de AR (2).

**Modelo de Medias Móviles de orden q - MA (q).**

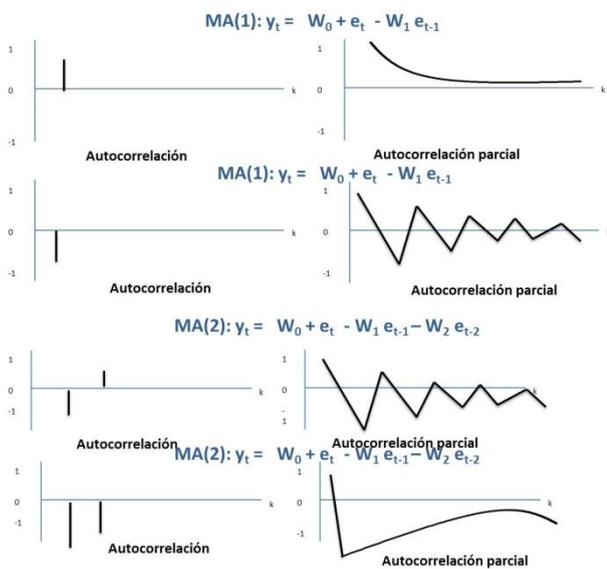
En este modelo, una determinada observación está condicionada por los "impulsos aleatorios" de las observaciones anteriores. La observación actual se define como la suma del impulso actual y de los impulsos aleatorios con un determinado peso (Cortez, 2011). El modelo de medias móviles tiene la siguiente fórmula:

$$Y_t = \omega_0 + \varepsilon_t - \omega_1 \varepsilon_{t-1} - \omega_2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \omega_q \varepsilon_{t-q} \tag{3}$$

Donde:

- $Y_t$ : es la variable dependiente.
- $\varepsilon_t$ : residuo o error.
- $w_0, w_1, w_2, w_q$ : peso específico.
- $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-q}$ : valores previos de residuos o error en el periodo t.

La Figura 5, muestra las distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial para los modelos de MA (1) y MA (2).



**Figura 5** Distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial de MA (1) y MA (2).

**Modelo autorregresivo de medias móviles de orden p,q - ARMA(p,q)**

Este modelo es la combinación de los modelos autorregresivos y de medias móviles. Así una observación está determinada tanto por observaciones anteriores así como por "impulsos aleatorios" o también llamados "errores" de observaciones pasadas (Cortez, 2011).

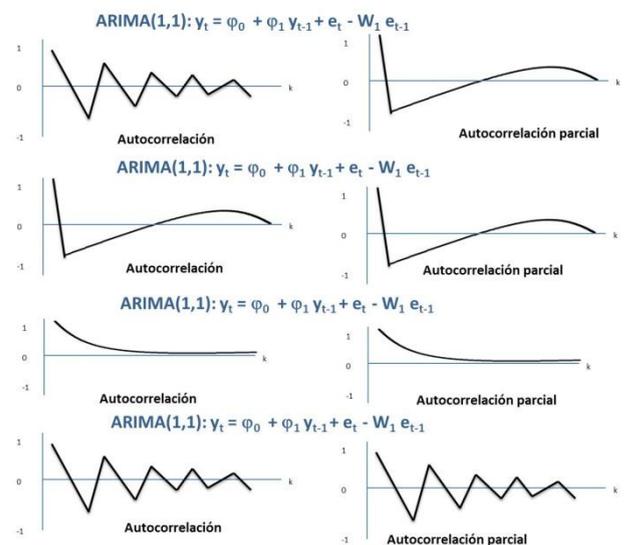
La forma general de un modelo autorregresivo de medias móvil es:

$$Y_t = \varphi_1 Y_{t-1} + \varphi_2 Y_{t-2} + \dots + \varphi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t - \omega_1 \varepsilon_{t-1} - \omega_2 \varepsilon_{t-2} - \dots - \omega_q \varepsilon_{t-q} \quad (4)$$

Donde:

- $Y_t$ : es la variable dependiente.
- $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-p}$ : variables independientes que son variables dependientes desfasadas un número específico de periodos (t-1, t-2, t-3,.. t-p).
- $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_p$ : son coeficientes de regresión.
- $\varepsilon_t$ : término de residuo o error que representa sucesos aleatorios no explicados por el modelo.
- $w_0, w_1, w_2, w_q$ : peso específico.
- $\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \varepsilon_{t-q}$ : valores previos de residuos o error en el periodo t.

La Figura 6, muestra las distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial para los modelos de ARIMA (1, 1).



**Figura 6.**Distribuciones teóricas de los coeficientes de auto correlación y auto correlación parcial de ARIMA (1,1).

Pina et al (1990), resume las pautas de comportamiento más frecuente de la FAC y FACP en los modelos AR(p), MA(q) y ARMA(p,q).

	FAC	FACP
AR(p)	Decrecimiento rápido de tipo exponencial y/o sinusoidal. Sin llegar a anularse.	Se anula para retardos superiores a p.
MA(q)	Se anula para retardos superiores a q	Decrecimiento rápido de tipo exponencial y/o sinusoidal. Sin llegar a anularse.
ARMA(p,q)	Los primeros valores iniciales no tienen patrón fijo y van seguidos de una mezcla de oscilaciones sinusoidales amortiguadas a partir de p. Decrecimiento rápido sin llegar a anularse.	Los primeros valores iniciales no tienen patrón fijo y van seguidos de una mezcla de oscilaciones sinusoidales amortiguadas a partir de q. Decrecimiento rápido sin llegar a anularse

**Tabla 1** Comportamientos de FAC y FACP en los diferentes modelos.

**Fase de Estimación**

Al realizar la comparación con el patrón observado en las funciones de autocorrelación prácticas calculadas, se determina un posible modelo ARIMA, formado por los elementos de p, q y d. Por ejemplo: ARIMA (p=1,d=1,q=0), es decir ARIMA(1,1,0) representa que el coeficiente p del modelo autorregresivo es 1, que a la serie se le aplicó un diferenciación para generar los datos estacionales y el coeficiente del modelo medias móviles es 0.

Al obtener las gráficas de auto correlación FAC y FACP, se establece unas bandas que representan dos desviaciones estándar para cada retraso, es decir, aproximadamente un 95,4% de validez.

La Figura 7, representa una salida de las autocorrelaciones simple y parcial en el software Minitab®, mostrando los coeficientes correspondientes a cada una de ellas.

**Autocorrelation Function: Datos Serie**

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,571913	1,98	5,00
2	0,462687	1,25	8,59
3	0,110583	0,27	8,82

**Partial Autocorrelation Function: Datos Serie**

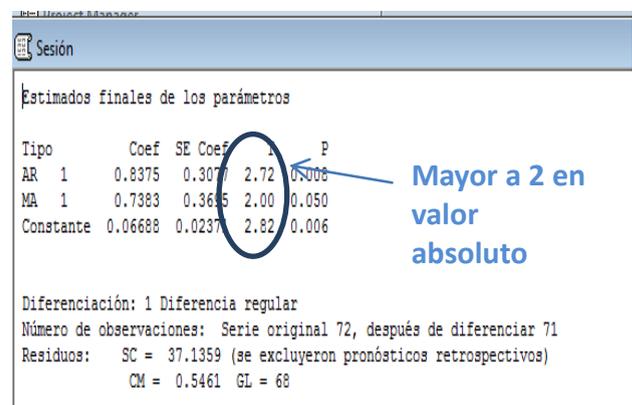
Lag	ACF	T
1	0,571913	1,98
2	0,201514	0,70
3	-0,334512	-1,16

**Figura 7** Coeficientes de auto correlación parcial y final.

Al aplicar el modelo ARIMA identificados, se debe analizar si los coeficientes de auto correlación se deben excluir del modelo. Se utiliza el error estándar y el valor t asociado a cada uno de los coeficientes del modelo. El error estándar tiene la siguiente fórmula.

$$t = \frac{\text{coeficiente calculado}}{\text{error estándar asociado al coeficiente calculado}} \tag{5}$$

El valor de t, debe ser mayor a 2 en valor absoluto. Si para los coeficientes identificados se cumple esa regla, se considera que el modelo ARIMA, es correcto. Si algún coeficiente no cumple con esa condición se elimina del modelo y se calcula nuevamente con el coeficiente restante. La Figura 7 muestra un ejemplo en Minitab® con los resultados de los coeficientes aplicados.



**Figura 8** Valor de t en base al modelo ARIMA(1,1,1).

**Fase de Evaluación**

En esta fase se evalúa la adecuación de los modelos:

- a) Si las estimaciones de los coeficientes del modelo son significativas y cumplen las condiciones de estacionariedad e invertibilidad que deben satisfacer los parámetros del modelo.
- b) Si los residuos del modelo tienen un comportamiento similar a las innovaciones, es decir, si son ruido blanco.

La inversibilidad se refiere a que cualquier modelo ARIMA puede expresar la serie  $Y_t$  en función de las  $Y$  observaciones pasadas, es decir  $Y_{t-1}, Y_{t-2}, Y_{t-3}$ , etc. La Tabla 2 muestra las condiciones de estacionariedad y de inversibilidad.

Modelo	Condiciones de estacionariedad	Condiciones de inversibilidad
AR(1)	$ \phi_1  < 1$	Ninguna
AR(2)	$\phi_1 + \phi_2 < 1$ $\phi_1 - \phi_2 < 1$ $ \phi_2  < 1$	Ninguna
MA(1)	Ninguna	$ w_1  < 1$
MA(2)	Ninguna	$w_1 + w_2 < 1$ $w_1 - w_2 < 1$ $ w_2  < 1$
ARMA(1,1)	$ \phi_1  < 1$	$ w_1  < 1$

**Tabla 2** Condiciones de estacionariedad e inversibilidad en los modelos.

Considerando:

- $\phi_0, \phi_1, \phi_2, \phi_p$ : son coeficientes de regresión
- $w_0, w_1, w_2, w_q$ : peso específico.

**Análisis de residuales.**

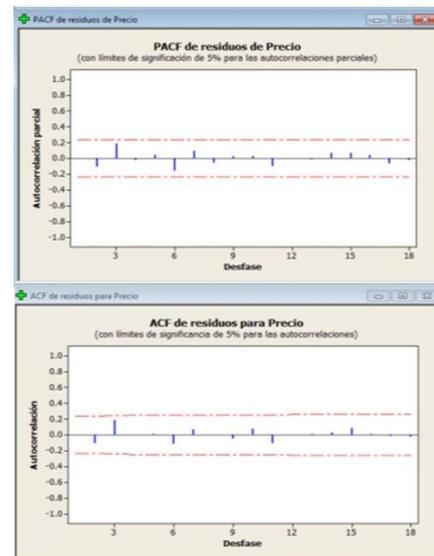
Como parte de la comprobación del modelo se decide si es estadísticamente adecuado.

Un modelo estadísticamente adecuado es aquel cuyos residuales son independientes entre sí, es decir si los residuales son completamente aleatorios.

Si los residuales muestran estar correlacionados entre sí, significa que existe un patrón que aún no ha sido tomado en cuenta por los términos autorregresivos y/o de medias móviles del modelo propuesto. Por lo tanto se concluye que si los residuales están correlacionados de alguna manera, estos no son ruido blanco y se debe buscar otro modelo cuyos residuales sean completamente aleatorios.

La función de auto correlación simple de residuales es el instrumento que se utiliza para determinar si el modelo es estadísticamente adecuado. El cálculo de los coeficientes de auto correlación se realiza de la misma fórmula de auto correlación, pero aplicada a los residuales del modelo ajustado (Pasnkratz, 1983).

Si uno o varios valores de auto correlación sobrepasan las bandas de dos desviaciones estándar, significa que el o los coeficientes son significativamente distintos de cero y por lo tanto, los residuales no son independientes entre sí. La Figura 9, muestra los correlogramas FAC y FACP de los residuales.



**Figura 9** FAC y FACP de los residuales.

Otra forma de verificar que los residuales no estén correlacionados es utilizando una escala de distribución  $\chi^2$ , a la cual se asocia un valor  $p$  que representa la probabilidad de juzgar de manera correcta el valor de  $Q$  de Ljung-Box para realizar los contrastes al 95% de confianza.

- Si el valor de  $p$  es mayor que 0.01 pero menor que 0.05 el modelo es inaceptable.
- Si el valor de  $p$  es mayor que 0.05 se dice que es suficiente.

**Figura 10** Valores obtenidos de  $p$ , de un modelo ARIMA (1,1,1).

Estadística Chi-cuadrada modificada de Box-Pierce (Ljung-Box)

Desfase	12	24	36	48
Chi-cuadrada	7.5	15.4	28.9	49.0
GL	9	21	33	45
Valor P	0.584	0.804	0.671	0.314

Los residuos deben tener un proceso de ruido blanco, que es un proceso formado por una secuencia de variables aleatorias mutuamente independientes e idénticamente distribuidas.

### Fase de Pronósticos

Después de la validación del modelo ARIMA, se pueden realizar pronósticos para uno o varios periodos a futuro. También se pueden formular intervalos de confianza sobre estas estimaciones. En general, entre más a futuro se pronostica, mayor será el intervalo de confianza.

### Agradecimiento

Este artículo fue realizado como resultado de una estancia doctoral llevada a cabo en el Laboratorio Nacional de Tecnologías de Información del Instituto Tecnológico de Cd. Madero, por lo que agradecemos al Dr. Juan Javier González Barbosa por las asesorías y análisis de la información presentada.

### Conclusiones

Las predicciones ayudan a la toma de decisiones a partir de los datos pasados.

La metodología ARIMA permite realizar predicciones de forma fácil y eficiente para las series de datos temporales.

La metodología ARIMA es posible aplicarse a la predicción de series temporales de diferentes indicadores productivos.

Al aplicar la metodología ARIMA en un caso de estudio para las predicciones de las acciones empresariales en la bolsa de valores mexicana, permitió ofrecer de forma confiable información que apoya a la toma de decisiones de los precios y valores futuros.

### Referencias

- Aguirre J. (1994). Introducción al tratamiento de series temporales. Madrid España. Ediciones Días de Santos.
- Box G. & Jenkins G. (1990). Time series analysis, forecasting and control. San Francisco: Holden-Day.
- Cortez J. (1992). Técnicas Estadísticas de predicción aplicable en campo empresarial.
- Cortez J. (2011). Aplicación de series de tiempo en el monitoreo estructural. Tesis de grado de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México. México D.F.
- Han J. & Jamber M. (2006). Data Mining: Concepts and Techniques. Segunda Edición. Elsevier Inc
- Hanke J. & Reitsch A. (1996). Estadística para Negocios. McGraw Hill.
- Mahia R. (1999). Revisión de los procedimientos de análisis de la estacionariedad de las series temporales. Consultado el 08 de Febrero de 2016 en [https://www.uam.es/personal\\_pdi/economicas/rmc/doctorado/tendest.PDF](https://www.uam.es/personal_pdi/economicas/rmc/doctorado/tendest.PDF)
- Pankratz A. (1983). Forecasting with univariate Box-Jenkins model. E.U.A. John Wiley & Sons.

Pina J. et al (1999). Cien ejercicios de Econometría.

Sánchez L. (2013). Pronóstico de la producción de leche, mediante modelos ARIMA. Caso UBPC "Maniabo". Tesis de master en Bioestadística. Facultad de Matemática y Computación "Universidad de La Habana".

Scientific Computing Associates, Corp. (1994). Manual Forecasting and time series analysis using the sca statistical system. Consultado el 29 de Enero de 2016 en [http://scausa.com/SCADocs/SCAFTS\\_V1.pdf](http://scausa.com/SCADocs/SCAFTS_V1.pdf)

Villacencio J. (sn). Introducción a series de tiempo. Instituto de Estadísticas de Puerto Rico. Consultado el 08 de Febrero de 2016 en [http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4\\_BxecUaZmg%3D](http://www.estadisticas.gobierno.pr/iepr/LinkClick.aspx?fileticket=4_BxecUaZmg%3D)