

**Nuevo modelo de inyección multipuerto en una chumacera corta. Campos de presión****New model of multiport injection in a short bearing. Pressure fields**

VALDEZ-SIERRA, Jonnatan\*†, RAMÍREZ-VARGAS, Ignacio, PALACIOS-PINEDA, Luis Manuel y VERA-CARDENAS, Edgar Ernesto

*Instituto Tecnológico de Pachuca, División de Estudios de Posgrado e Investigación, Carr. México-Pachuca Km. 87.5 Col. Venta Prieta, CP 42080, Pachuca, Hgo. México.*

ID 1<sup>er</sup> Autor: Jonnatan, Valdez-Sierra / **ORC ID:** 0000-0001-5206-0863, **Researcher ID Thomson:** P-5354-2018, **Mendeley ID:** www.mendeley.com/profiles/jonnatan-valdez-sierra/

ID 1<sup>er</sup> Coautor: Ignacio, Ramirez-Vargas / **ORC ID:** 0003-1887-8949

ID 2<sup>do</sup> Coautor: Luis Manuel, Palacios-Pineda / **ORC ID:** 0000-0001-5297-2950

ID 3<sup>er</sup> Coautor: Edgar Ernesto, Vera-Cardenas / **ORC ID:** 2-9658-00089

Recibido: 20 de Septiembre, 2018; Aceptado 10 de Diciembre, 2018

**Resumen**

En el presente artículo se retomó la teoría de chumaceras presurizadas, la cual está enfocada al análisis dinámico de estabilidad de un sistema rotor-chumacera por medio del cálculo de la velocidad umbral de estabilidad, mediante la aproximación analítica de Ocvirk y del modelo de la función Delta de Dirac para chumaceras cortas. La presurización externa es una manera artificial de cambiar las propiedades de rigidez y amortiguamiento, dichas propiedades hacen que la conducta de un sistema rotatorio sea modificada. La innovación de este trabajo se centró en la teoría de chumaceras presurizadas con multi-recesos, que permitan inyectar un aceite lubricante en puertos cuya posición axial y angular sea arbitraria. El objetivo principal será determinar el campo de presión que se forma dentro de una chumacera hidrodinámica corta, cuando es inyectada con aceite lubricante. Se propone puertos de inyección en las posiciones 45°, 135°, 225° y 315°. Se determinó el campo de presión (obtenido de software Wolfram Mathematica 11) formado al inyectar aceite lubricante en las posiciones antes mencionadas. Se determinó que puerto de inyección es el ideal a utilizar ya que se pueden atenuar los niveles de vibración que ocurre en una chumacera hidrodinámica presurizada (C.H.P.).

**Chumacera hidrodinámica, Presurización externa, Ecuación de Reynolds**

**Abstract**

In the present article the theory of pressurized presumptions was taken up, which is focused on the dynamic analysis of the speed of a rotor reference point, by the analytical approximation of Ocvirk and the model of the Dirac Delta function for short bearings. External pressurization is an artificial way to change the properties of rigidity and damping, said properties cause the behavior of a rotating system to be modified. The innovation of this work focused on the theory of pressurized bearings with multi-recesses, which allow to inject a lubricating oil in ports whose axial and angular position is arbitrary. The main objective will be to determine the pressure field that is formed inside a short hydrodynamic bearing, when it is injected with lubricating oil. Injection ports are proposed in positions 45°, 135°, 225° and 315°. The pressure field (obtained from software Wolfram Mathematica 11) formed by injecting lubricating oil in the aforementioned positions was determined. It was determined that the injection port is the ideal one to use since it can attenuate the levels of vibration that occur in a pressurized hydrodynamic bearing (C.H.P.).

**Hydrodynamic bearing, External pressurization, Reynolds equation**

**Citación:** VALDEZ-SIERRA, Jonnatan, RAMÍREZ-VARGAS, Ignacio, PALACIOS-PINEDA, Luis Manuel y VERA-CARDENAS, Edgar Ernesto. Nuevo modelo de inyección multipuerto en una chumacera corta. Campos de presión. Revista del Desarrollo Tecnológico. 2018. 2-8: 1-6

\* Correspondencia al autor

† Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

Toda máquina rotatoria montada sobre chumaceras hidrodinámicas (bombas, turbinas, compresores, etc.), está expuesta a sufrir vibraciones causando desgaste excesivo y daños considerables en los equipos, los mantenimientos correctivos de estos, generan costos elevados para la industria (Ramirez, 2007). La Rotodinámica ha surgido como una nueva especialidad que busca la mejora de esta área, debido a la importancia que esta genera.

En la literatura se encuentra que a medida que la velocidad de operación aumenta, los coeficientes de rigidez pueden tomar valores negativos, los cuales pueden provocar la inestabilidad (Childs, D. 1993). Estudios previos han demostrado que, con una adecuada presurización externa, se puede atenuar los niveles de vibración y modificar las propiedades dinámicas de la película de lubricante, al presurizar la chumacera (mediante la inyección de lubricante) los coeficientes de rigidez y amortiguamiento que hay en la película de aceite cambian (Nossov, R.V., Gómez-Mancilla, J.C., y Ramírez, V.I., 2007). Las propiedades dentro de la película de lubricante cambian dependiendo de su posición angular y presurización externa, la cual puede alterar significativamente la velocidad umbral de estabilidad (Rivera-Arreola, D.E. 2010), (Nossov, R.V., 2009). La ecuación de Reynolds, es una simplificación de las ecuaciones de Navier-Stokes en la mecánica de fluidos, se utiliza para determinar la presión del fluido en las chumaceras hidrodinámicas (Szeri, 1998).

Esta relaciona la presión de fluido en la chumacera con las coordenadas circunferencial y axial, la cual nos permite obtener el campo de presiones. No es posible resolver analíticamente la ecuación de Reynolds, pero se pueden obtener aproximaciones dependiendo de la relación longitud/diámetro de la chumacera ( $L/D$ ).

Una chumacera se considera corta si la longitud  $L$  es muy pequeña en comparación con su diámetro  $D$  (Szeri. 1998; Khonsari, M.M., Booser, E.R. 2001). La chumacera corta ha sido estudiada y analizada por Dubois y Ocvirk (Ocvirk, F. 1952), (Dubois, G.B. y Ocvirk F. 1953) quienes asumieron que el gradiente de presión alrededor de la chumacera es pequeño, y se puede despreciar cuando se compara con los gradientes de presión en la dirección axial.

El motivo del presente trabajo es el análisis del comportamiento de una chumacera corta con inyección de lubricante (multipuerto) en las posiciones de  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  y  $315^\circ$ .

Se utilizó la función generalizada Delta de Dirac (Nossov, R.V., Ramírez, V.I., Gómez Mancilla, J.C. 2004 y 2005); cuyas propiedades hacen una simplificación notable de los cálculos. Así será posible determinar las características dinámicas y los diferentes campos de presión generados por la película de lubricante dentro de la chumacera hidrodinámica.

## Nomenclatura

$P$  = Presión, Pa  
 $\theta$  = Coordenada circunferencial, rad.  
 $z$  = Coordenada axial, m.  
 $\varphi$  = Ángulo de equilibrio (attitud), rad.  
 $C_r$  = Claro radial de la chumacera, m.  
 $e$  = Excentricidad dimensional, m.  
 $\varepsilon$  = Excentricidad,  $\varepsilon = e/C_r$  (adimensional.)  
 $R$  = Radio de la chumacera, m.  
 $\mu$  = Viscosidad absoluta, Pa·s.  
 $H$  = Espesor de la película lubricante, m.  
 $h$  = Espesor de la película de lubricante adimensional,  $h = H/C_r$ .  
 $\omega$  = Velocidad angular, rad/s.  
 $\bar{z}$  = Coordenada axial, (adimensional).  
 $\bar{p}$  = Presión, (adimensional).  
 $p_{dim}$  = Presión ficticia característica.  
 $D$  = Diámetro de la chumacera.  
 $L$  = Longitud de la chumacera.

## Metodología a desarrollar

*Modelo matemático para solución no presurizada, chumacera corta (caso clásico).*

Conocer los campos de presión  $p(z, \theta)$  que se forman al presurizar una chumacera, son de gran importancia ya que permiten encontrar las regiones donde la película de lubricante puede romperse, así como el lugar donde la presión alcanza su valor máximo, los efectos de rigidez y amortiguamiento (conocidos como coeficientes rotodinámicos) que hay en el lubricante (Childs, 1993 y Michael 2005).

Una vez conocido el campo, se puede caracterizar por completo a una chumacera hidrodinámica.

Ahora se realizará la descripción de la metodología utilizada en la solución de la ecuación de Reynolds, que define el campo de presión en una chumacera esta se puede escribir como (Szeri, 1998; Childs, 1992 y Michael 2005):

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + R^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu R^2}{Cr^3} [C_r \varepsilon \cos \theta + C_r \varepsilon \left( \varphi - \frac{\omega}{2} \right) \text{Sen} \theta] \quad (1)$$

$$-\frac{L}{2} \leq z \leq \frac{L}{2}, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad h(\theta) = 1 + \varepsilon \cos \theta \quad (2)$$

$$p\left(\frac{L}{2}\right) = 0, \quad p\left(-\frac{L}{2}\right) = 0, \quad p(\theta + 2\pi) = p(\theta) \quad (3)$$

La chumacera corta ha sido estudiada y analizada por Dubois y Ocvirk (Ocvirk, F. 1952), (Dubois, G.B. y Ocvirk F. 1953) quienes asumieron que el gradiente de presión alrededor de la chumacera es pequeño, y se puede despreciar cuando se compara con los gradientes de presión en la dirección axial. La ecuación de Reynolds (1) y despreciando el primer término del lado izquierdo, el cual representa el gradiente de presión alrededor de la chumacera, entonces se tendrá el modelo clásico para chumaceras hidrodinámicas cortas en estado estacionario. La ecuación (1) toma la forma de:

$$R^2 \frac{\partial}{\partial z} \left( h^3 \frac{\partial p}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu R^2}{Cr^2} \left( -\varepsilon \frac{\omega}{2} \text{Sen} \theta \right) \quad (4)$$

Para trabajar de forma general es necesario presentar la ecuación de Reynolds en forma adimensional y así facilitar los cálculos, usando las siguientes variables adimensionales:

$$z = \frac{L}{2} \bar{z}, \quad \bar{p} = \frac{p}{p_{dim}}, \quad p_{dim} = \mu \left( \frac{\omega}{2\pi} \right) \left( \frac{R}{Cr} \right)^2 \quad (5)$$

Se obtiene la ecuación de Reynolds adimensional considerando (5) para chumaceras cortas:

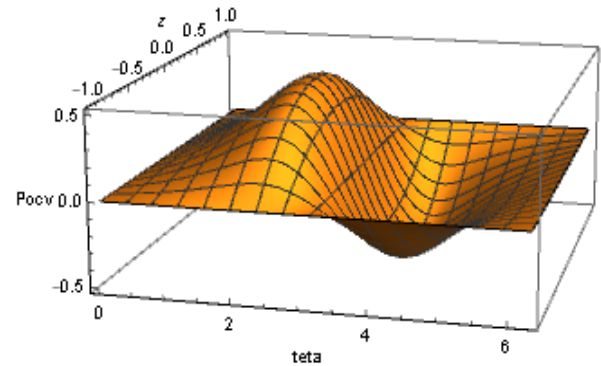
$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left( h^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \theta} \right) = -12\pi \left( \frac{L}{D} \right)^2 \varepsilon \text{Sen} \theta \quad (6)$$

$$-1 < \bar{z} < 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad \bar{p}(\bar{z} = \pm 1) = 0$$

Resolviendo (6) para  $\bar{p}$ , es posible calcular el campo de presión de una chumacera corta sin presurización, esta expresión se conoce como solución de Ocvirk (Michael 2001; Szeri 2005):

$$\bar{p}_{ocv} = -6\pi \left( \frac{L}{D} \right)^2 \frac{\varepsilon_{ocv} \text{Sen} \theta}{(1 + \varepsilon_{ocv} \cos \theta)^3} (1 - \bar{z}^2) \quad (7)$$

El subíndice Ocv de la presión y la excentricidad, indica que es el resultado de la solución de Ocvirk y está definida por (Michael 2001; Szeri 2005). En el gráfico 1 se muestra el campo de presión que se genera en una chumacera presurizada con una fuerza de presurización de  $f_{pres} = 0$ , esto quiere decir que no hay ninguna inyección de lubricante en la chumacera (7).



**Gráfico 1** Campo de presión clásico (no presurizado)

Todos los gráficos mostrados en el presente artículo representan el campo de presión que se genera en una chumacera corta, cuando se inyecta aceite lubricante con diferente fuerza de presurización ( $f_{pres}$ ), los picos que se generan en los gráficos representan la inyección de aceite lubricante en la chumacera.

#### Modelo matemático para la solución presurizada

La solución del modelo de presurización puntual presenta una puerta puntual, es diferente al caso clásico pues contiene funciones de Delta de Dirac: las cuales tiene que ser tratadas de manera diferente usando propiedades de la teoría de distribuciones (Schwartz 1950; Dryden 1958).

Entonces el modelo para el caso de puerto puntual que determina el campo de presión para una chumacera hidrodinámica presurizada (C.H.P) con un puerto de inyección de lubricante con ubicación ( $a, \beta$ ) es (Nossov 2007), el modelo para el caso de puerto puntual de inyección viene dado por la ecuación (8):

$$\frac{\partial}{\partial \bar{z}} \left( h^3 \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{z}} \right) = \left( \frac{L}{D} \right)^2 \bar{q}_{prt} \delta(\bar{z}-a) \delta[\theta - (\pi + \beta - \varphi)] \quad (8)$$

$$-1 < \bar{z} < 1, \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi, \quad \bar{p}(\bar{z} = \pm 1) = 0, \quad p(\theta + 2\pi) = \bar{p}(\theta)$$

Se obtiene el campo de presión resultante para una posición arbitraria de inyección ( $a, \beta$ ) (Ramirez y Nossov 2004), la solución de (8) para  $\bar{P}_{pres}$  es:

$$\bar{P}_{pres}(\bar{z}, \theta) = \left(\frac{L}{D}\right)^2 \bar{q}_{prt} \frac{\delta[\theta - (\pi + \beta - \varphi)]}{2(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} (1 - a\bar{z} - |\bar{z} - a|) \quad (9)$$

Finalmente, para poder determinar el campo de presión de una Chumacera hidrodinámica presurizada se requiere sumar la parte sin presurización de aceite lubricante (caso clásico) ecuación (7) más la solución donde se inyecta aceite (caso presurizado), ecuación (9) Tomando en cuenta estas consideraciones se obtuvo la siguiente expresión en su forma adimensional:

$$\bar{P}_{ocv} + \bar{P}_{pres} = -6\pi \left(\frac{L}{D}\right)^2 \frac{\varepsilon_{ocv} \text{Sen}\theta}{(1 + \varepsilon_{ocv} \cos \theta)^3} (1 - \bar{z}^2) + \left(\frac{L}{D}\right)^2 \bar{q}_{prt} \frac{\delta[\theta - (\pi + \beta - \varphi)]}{2(1 + \varepsilon \cos \theta)^3} (1 - a\bar{z} - |\bar{z} - a|) \quad (10)$$

De acuerdo a la relación  $L/D$  se clasifica a las chumaceras como cortas, intermedias y largas. Una chumacera será corta si la longitud  $L$  es muy pequeña en comparación con su diámetro  $D$  (Szeri, 1998; Khonsari, M.M., Booser, E.R. 2001), se debe cumplir que:

$$L \ll D \quad (11)$$

En términos numéricos se considera corta si:

$$L/D \leq 1/4 \quad (12)$$

Las chumaceras cortas son ampliamente usadas en diversas máquinas, particularmente en máquinas automotrices.

Como puede verse, la ecuación (9) está definida en los términos de la función Delta de Dirac (Ramirez, 2007), por lo que no es posible graficar el campo de presión, sin embargo, si se utiliza una aproximación adecuada se puede encontrar un campo. La siguiente ecuación (13) muestra una aproximación de Delta de Dirac para el campo de (9).

$$\delta[\theta - (\pi + \beta - \varphi)] = \frac{\bar{n}}{\sqrt{\pi}} e^{-\bar{n}^2[\theta - (\pi + \beta - \varphi)]^2} \quad (13)$$

Notar que el término del lado derecho es la equivalencia del término del lado izquierdo el cual se sustituirá en la ecuación (9).

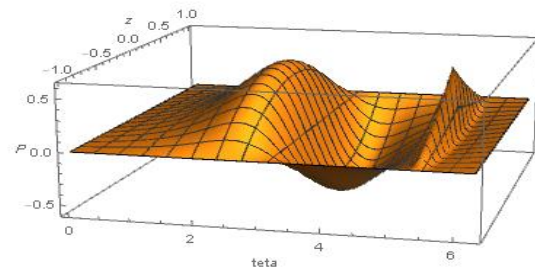
Es de importancia hacer mención que las simplificaciones de cada una de las ecuaciones vienen dadas por la teoría de chumaceras presurizadas (Ramirez, 2007).

En las figuras siguientes se muestran los campos de presión de una chumacera hidrodinámica presurizada resultantes. Empleando ecuación (10)-(12) y considerando (13) por medio del programa computacional Wolfram Mathematica 11, se graficó el campo de presión para una C.H.P, (inyección superior e inyección inferior) resultantes.

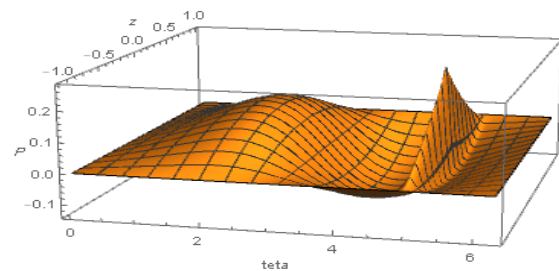
- Inyección superior ( $\beta = 180^\circ$ )
- Inyección inferior ( $\beta = 0^\circ$ )

Se graficó para diversos valores de número de Sommerfeld y de presurización.

Puerto de inyección superior, gráfico 2 y gráfico 3

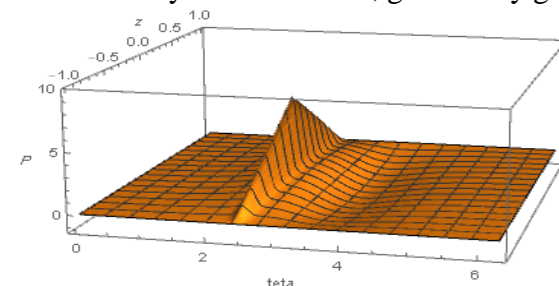


**Gráfico 2** Campo de presión total aproximado (inyección superior)  $\beta = 180^\circ$ ;  $S = 2.30$ ;  $\varepsilon = 0.4451$ ;  $f_{pres} = 10$ ;  $\varphi = 57.66^\circ$ ;  $L/D = 1/4$ .



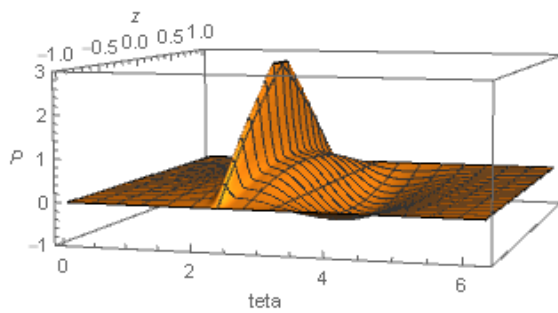
**Gráfico 3** Campo de presión total aproximado (inyección superior)  $\beta = 180^\circ$ ;  $S = 8$ ;  $\varepsilon = 0.1974$ ;  $f_{pres} = 10$ ;  $\varphi = 75.61^\circ$ ;  $L/D = 1/4$

Puerto de inyección inferior, gráfico 4 y gráfico 5



**Gráfico 4** Campo de presión total aproximado (inyección inferior)  $\beta = 0^\circ$ ;  $S = 1.30$ ;  $\varepsilon = 0.5259$ ;  $f_{pres} = 5$ ;  $\varphi = 51.78^\circ$ ;  $L/D = 1/4$

VALDEZ-SIERRA, Jonnatan, RAMÍREZ-VARGAS, Ignacio, PALACIOS-PINEDA, Luis Manuel y VERA-CARDENAS, Edgar Ernesto. Nuevo modelo de inyección multipuerto en una chumacera corta. Campos de presión. Revista del Desarrollo Tecnológico. 2018.



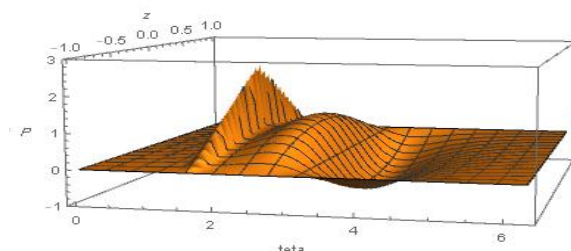
**Gráfico 5** Campo de presión total aproximado (inyección inferior)  $\beta=0^\circ$ ;  $S=2$ ;  $\varepsilon=0.4700$ ;  $f_{pres}=5$ ;  $\varphi=5585^\circ$ ;  $L/D=1/4$ .

El pico representa el puerto de inyección del lubricante. Se sustituirán valores en la variable  $\beta$  los cuales son:  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  y  $315^\circ$ , en la fórmula (10), esto para analizar el comportamiento de la chumacera hidrodinámica en dichas posiciones.

## Resultados

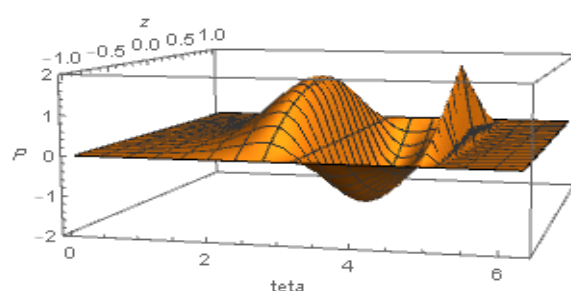
Al sustituir los valores mencionados se presentan los resultados computacionales gráficos, los cuales muestran los diferentes campos de presión que se generan en una chumacera hidrodinámica presurizada (C.H.P) inyectada en las posiciones antes mencionadas. Estos gráficos se obtuvieron empleando el programa computacional Wolfram Mathematica 11.

### Caso 1



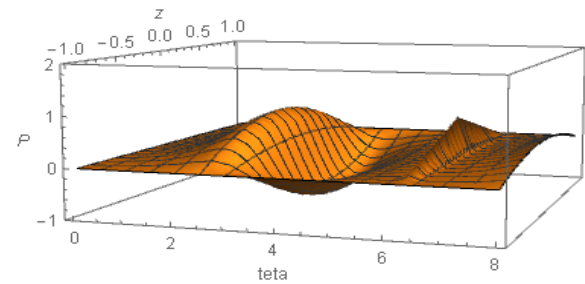
**Gráfico 6** Campo de presión total aproximado (inyección a  $45^\circ$ )  $\beta=\pi/4^\circ$ ;  $S=1.50$ ;  $\varepsilon=0.5309$ ;  $f_{pres}=10$ ;  $\varphi=51.41^\circ$ ;  $L/D=1/4$

### Caso 2



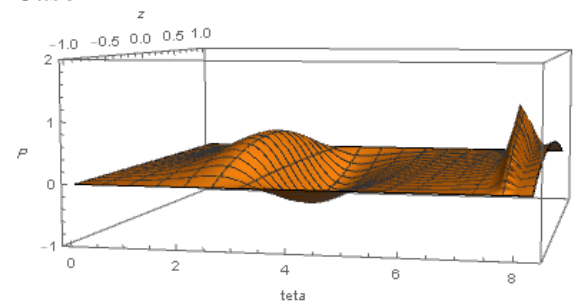
**Gráfico 7** Campo de presión total aproximado (inyección a  $135^\circ$ )  $\beta=3\pi/4^\circ$ ;  $S=1$ ;  $\varepsilon=0.6740$ ;  $f_{pres}=10$ ;  $\varphi=45.96^\circ$ ;  $L/D=1/4$

### Caso 3



**Gráfico 8** Campo de presión total aproximado (inyección a  $225^\circ$ )  $\beta=5\pi/4^\circ$ ;  $S=1.3$ ;  $\varepsilon=0.5020$ ;  $f_{pres}=10$ ;  $\varphi=53.53^\circ$ ;  $L/D=1/4$

### Caso 4



**Gráfico 9** Campo de presión total aproximado (inyección a  $315^\circ$ )  $\beta=7\pi/4^\circ$ ;  $S=2.3$ ;  $\varepsilon=0.4451$ ;  $f_{pres}=10$ ;  $\varphi=57.66^\circ$ ;  $L/D=1/4$

Se utilizó la función generalizada Delta de Dirac (Nossov, R.V., Ramírez, V.I., Gómez Mancilla, J.C. 2004 y 2005); cuyas propiedades hacen una simplificación notable de los cálculos. Se presentaron los diferentes campos de presión que se generan en una chumacera hidrodinámica presurizada (C.H.P), para los diferentes puertos ( $\pi/4$ ,  $3\pi/4$ ,  $5\pi/4$  y  $7\pi/4$ ).

Para el caso  $\beta=\pi/4^\circ$  (gráfico 6), el campo de presión es menor, incrementando el desplazamiento del rotor. Como se mencionó con anterioridad el pico representa el puerto de inyección de aceite lubricante, se observa que el pico en este caso es mayor a comparación con los puertos restantes, lo que significa que cuando se inyecta aceite lubricante en esta posición el sistema es inestable

Para el caso  $\beta=5\pi/4^\circ$  (gráfico 8) el campo de presión aumenta debido a que se acumula mayor presión por lo que el pico disminuye, por tanto, si se desea atenuar las vibraciones usar el puerto de inyección  $\beta=5\pi/4^\circ$ , es lo más aconsejable, en esta posición el sistema es estable.

Para los casos restantes, ( $\beta=3\pi/4^\circ$  y  $\beta=7\pi/4^\circ$ ) gráficos 7 y 9 respectivamente el pico es semejante y mayor al caso  $\beta=5\pi/4^\circ$  por lo que en estos casos el sistema también es inestable.

### Agradecimiento

Quiero dar mi agradecimiento al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico para el desarrollo del proyecto, de igual manera mi agradecimiento a la División de Estudios de Posgrado e Investigación del Instituto Tecnológico de Pachuca por la ayuda brindada en el proyecto.

### Conclusiones

La evidencia que se mostró anteriormente demuestra que los resultados obtenidos en los diferentes campos de presión indican que el mejor lugar para colocar el puerto de inyección es en  $\beta=5\pi/4^\circ$  ya que el pico generado en esta posición es menor y considerando el giro anti horario ya que en esta posición se puede atenuar los niveles de vibración. Este resultado es conocido del estudio analítico de la simplificación de chumaceras cortas, por tal motivo muestra gran utilidad como predictor en el comportamiento de las mismas cuando existe presurización externa.

### Referencias

Childs, Dara W. (1993). Turbomachinery rotordynamics: phenomena, modeling and analysis. John Wiley and Sons.

Dubois, G.B. y Ocvirk, F. (1953) "Analytical Derivation and Experimental evaluation of Short Bearing approximation for full Journal Bearing".

Dryden, H.L., Von Karman, T 1958. Advances in applied Mechanics. Vol. V. Academic Press Inc. United States, Ch.3-8, 471, pp.91-110.

Khonsari, M.M., Booser, E.R. (2001) "Applied Tribology: Bearing Design and Lubrication," John Wiley & Sons.

Nossoy, R.V., Gómez-Mancilla, J.C., Rivera, A.D.E., and Ramírez, V.I., 2009 Horizontal location of injection ports oil in short hybrid journal bearing. XI Congreso nacional de ingeniería electromecánica y de sistemas (CNIES).

Nossoy, R.V., Gómez-Mancilla, J.C., and Ramírez, V.I., 2007. Modelación analítica de una chumacera corta presurizada con puertos puntuales de inyección, posición estacionaria, coeficientes rotodinámicos y velocidad umbral. X Congreso y exposición latinoamericana de turbomaquinaria Veracruz, México.

Nossoy, R.V., Ramírez, V.I., Gómez Mancilla, J.C. (2004) "Modelos Matemáticos de Presurización de Lubricante en sistemas Rotatorios usando la función de Dirac". III. Congreso Internacional de Ingeniería Física. UAM Azcapotzalco, México D.F.

Nossoy, R.V., Ramírez, V.I., Gómez Mancilla, J.C. (2005) "Uso de Funciones Generalizadas Espaciales en Modelos Rotodinámicos Presurizados", 1º Congreso Internacional de Matemáticas Aplicadas, México, D.F.

Ocvirk, F. (1952) "Short Bearing Approximation for Full Journal Bearing".

Rivera-Arreola, D.E., Nossov, R.V. (2010). Análisis de una chumacera corta híbrida con puertos de inyección ubicadas en un plano simétrico. XII Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas (CNIES).

Ramírez, I., Nossov, V. 2004. "Campos de presión de lubricante en chumacera híbrida presurizada con anillo y/o línea unidimensional de presurización" 8º Congreso Nacional de Ingeniería Electromecánica y de Sistemas IPN. México D.F.

Ramírez, V.I. (2007) "Teoría de chumaceras presurizadas con puertos puntuales. Caso de la chumacera corta".

Szeri. (1998) "Fluid Film Lubrication. Theory and Design" Cambridge University Press.

Szeri, A.Z., 2005. Fluid film lubrication, 2nd ed. Cambridge University Press, Ch. 1-11, 413, pp.37-460.

Schwartz, L. 1950, "Théorie des Distributions". Hermann., Cie, editeurs.