Capitulo 8
Perspectiva cuántica de la cooperación para el manejo de recursos de uso común

Juan Afanador

J. Afanador
Universidad Nacional de Colombia, Avenida Carrera 30 # 45, Bogotá, Cundinamarca 111321, Facultad de Ciencias Económicas. Bogotá, Colombia.
jcafanadorl@unal.edu.com

M.Ramos, M.Miranda (eds.) *Estudios en Finanzas y Contabilidad: España y América Latina*. *Estado del arte y las nuevas metodologías aplicadas,* Temas Selectos de Finanzas-©ECORFAN-Madrid, España, 2013.

Abstract

In the economics of Common Pool Resources (CPR) the emergence of cooperation is associated with the achievement of the social optimum, while its absence derives in overharvesting. Local management guidelines for CPR´s are quite straightforward: communication among the people governing the commons or the helping hand of institutional actors; it is not that simple for more "influential" CPR's, though. This document embodies a research project that intends to study cooperative behavior in the context of global CPR's; and so it turns to Quantum Game Theory naturally represented in the language of Geometric Algebra.

Keywords: Cooperation, Common Pool Resources, Quantum Game Theory.

8 Introducción

Entre los más importantes problemas económicos sin resolver, la indagación por la genealogía de los precios y el manejo de recursos desprovistos de Derechos de Propiedad bien definidos, llegan más decididamente a la raíz social de la disciplina. Uno busca explicar la aparición de las expresiones de valor, y el otro la naturaleza conflictiva de la interacción social; pero ambos se ocupan del encuentro entre intereses contrapuestos. Será el último, el puente entre las abstracciones, comunes al análisis totalizador de la teoría económica, y la experiencia nacida en la cotidianidad. Llama la atención, tanto a nivel conceptual como práctico, provocando confluencia transdisciplinar e infundiendo impensados ímpetus experimentales a la economía. Es un problema eminentemente microeconómico, casi psicologista; que insinúa una respuesta igualmente micro.

Todavía mayor interés reclama una forma particular de aquellos recursos: los de uso común (RUC), de libre acceso pero rivales en el consumo. Ostentando las cualidades que prescriben un dilema, y potencial conflicto social, no es de extrañar su popularidad entre investigadores; más aún reparando en su conformidad con las características de acceso propias de los recursos naturales y, probablemente no sólo de ellos (servicios de provisión), también de beneficios indirectos imbuidos en la articulación de los procesos ecológicos esenciales al funcionamiento de los ecosistemas que nos circunscriben (i.e. servicios ecosistémicos de regulación).

El manejo de los RUC deja de ser un problema de gestión sobre recursos colectivos, para convertirse en una búsqueda por la solución a la problemática ambiental arraigada en los desbalances ecosistémicos provocados por decisiones económicas predatorias i.e. el problema RUC es, fundamentalmente, un problema ambiental. Relativamente reciente y muy posiblemente motivado por el surgimiento y exacerbación de nuevas y profundas crisis socio-ambientales, este enfoque invoca la participación de tantas disciplinas afines como disímiles, exigiendo, a su vez, recomendaciones prácticas.

Desde la biología hasta la sociología, pasando por la física y la ecología, habrá que contar con los elementos necesarios para identificar el contexto socio-ecológico en el que se inscriben los RUC. Cada vez más demandante, la aventura analítica económica unidimensional , materializada en la Teoría de Juegos, recurre a los aportes provenientes de otros campos en un intento por mejorar su comprensión de esos circuitos naturales que regulan la disponibilidad de los RUC, e incluso repensar los términos mismos del problema.

Así los esfuerzos investigativos ganan complejidad, enriquecen el debate económico y generan respuestas claras a situaciones concretas, cuyos principales difusores podemos reconocer en Elinor Ostrom y seguidores. Su mensaje ha sido que tanto a nivel teórico como práctico, la interacción directa (cara-a-cara) entre agentes sociales lima las asperezas informacionales conducentes a la decisión social e individualmente deseable, en el mediano plazo; de manera que evitan el trágico agotamiento de los RUC, acercándose a ella. La proximidad, en términos muy generales, podría prevenir futuras tragedias ambientales, en la medida que sirva de mecanismo de fiabilidad para la superación de los retos asociados a la acción colectiva.

Efectivamente, en el papel y el campo han logrado comprobar tales afirmaciones, demostrando cómo el compromiso inherente a una institución no-formal, mediada por el contacto directo, contribuye a la consecución de resultados colectivamente provechosos; pero siempre en un contexto específico, en referencia a RUC de incidencia local. Sin embargo los desafíos de un mundo interconectado por las relaciones sociales que establecemos entre comunidades espacialmente independientes, y los amplísimos ciclos naturales globalmente vinculantes, hacen no menos inviable la aplicación de estas recomendaciones que las derivadas de propuestas más ortodoxas. Los RUC con un alcance más amplio, afectan un número mucho mayor de personas con preferencias y orígenes diversos, dificultando la conciliación de sus intereses, sea directamente o a través de terceros; ya que los costos transaccionales implícitos, en términos de las asimetrías de información y el consumo de recursos para la deliberación, lo hacen prohibitivo.

El trabajo presentado en este documento es un primer esfuerzo por salvar esta limitación en las soluciones hasta ahora prescritas para el tratamiento de los RUC. Construyendo sobre las observaciones anteriores, se propone un esquema juego-teorético, por el cual acudo a la física teórica (los desarrollos de la mecánica cuántica (MC), en particular), para reformular el problema original.

El objetivo general consiste en generalizar el juego aplicando un mecanismo cuántico de intermediación, con la intención de explorar las posibilidades de cooperación resultantes y su relación con la consecución del óptimo social.

No se pretende atribuir un carácter cuántico a la toma de decisión individual, aún cuando valdría la pena explorar las conexiones entre la estructura lógica que soporta la MC y los procesos cognitivos detrás de una determinada postura estratégica; sino brindar alternativas teóricas encaminadas a soluciones tecnológicas del dilema social inherente, aprovechando los desarrollos de la naciente computación cuántica.

Se formula, entonces, un modelo de interacción dual entorno a los RUC en el lenguaje de la Teoría de Juegos, particularizando sobre la ampliamente aceptada estructura del Dilema del Prisionero; para luego cuantizarlo conforme a la interpretación geométrica de la MC, provista por el Álgebra Geométrica.

A continuación se desarrollarán a fondo estas ideas, durante una presentación organizada en cuatro secciones. La primera abre con una discusión conceptual, donde se revisan las propuestas relevantes originadas en la disciplina (económica) y su encuentro con iniciativas sincretistas provenientes de la econo-física. En la segunda se construye un modelo de decisión específico al manejo de los RUC, que servirá como referente del comportamiento "clásico" de quienes en él intervienen. La sección tres presenta la cuantización del juego. La última es dedicada a conclusiones.

8.1 La Economía de los RUC

El origen comportamental de acciones que parecen atentar contra las motivaciones personales, probablemente haya sido estudiado mucho antes que se hablara de derechos de propiedad; para la economía, sin embargo, el momento fundacional es, generalmente, identificado con los trabajos de Hardin (1968) o Gordon (1954). Fueron ellos quienes enfatizaron la indeseabilidad de las motivaciones individuales sobre el agregado, cuando los recursos con las muy habituales características RUC, ocupan las tribulaciones económicas de agentes sociales. La mano invisible pierde entonces su omnipresente eficiencia, rindiendo estéril, o incluso perjudicial, la contribución de los móviles personales al bien común; en la medida que no existen restricciones que estipulen quién y bajo qué condiciones percibe los beneficios o costos atados al recurso (Stiglitz, 1991). Esta imposibilidad para manifestar su escasez relativa, implica que no existirá un mercado ni mecanismos afines que señalicen su valor, llevándoles a un mundo de mercados incompletos, a un mundo transaccional que no se ajusta al Primer Teorema del Bienestar i.e. la interacción competitiva entre diferentes tipos de actores conducirá a una asignación ineficiente (en el sentido de Pareto).

La esperanza de mejorar seguirá latente, pues es posible reasignar recursos sin empeorar el bienestar de ningún implicado; por supuesto, esa mejora potencial tendría que darse por fuera del mercado, desasociándola de las posibilidades de acción directa atribuibles a los agentes económicos.

8.1.1 Sobre los Recursos de Uso Común

Comenzando la segunda mitad del siglo pasado la tipología de bienes y servicios económicos definida sobre criterios de accesibilidad, se amplió de dos a cuatro. La antes predominante visión dicotómica de Samuelson (1954), los dividía entre bienes privados y públicos, según su consumo fuese (ó no) rival y excluyente, al tiempo. Aquellos bienes y servicios cuyo disfrute individual limita al resto, toda vez sea posible restringir su consumo, será catalogado como bien privado; de lo contrario se reconoce público. Sin mucha sorpresa los encontramos consistentes con la representación, igualmente, dicotómica tradicional de las instituciones sociales, donde el mercado se encarga de asignar los privados a quienes más los valoran, y el Estado de proveer lo demás. En este mundo de consumidores y votantes, todos racionales, la satisfacción de las preferencias particulares está atada a un programa, más o menos homogéneo, de maximización de beneficios, definido sobre un conjunto informacional tan generoso que cubre toda contingencia.

La observación directa, respaldada por esfuerzos investigativos juiciosos ((Uphoff et al, 1991), (Cárdenas, 2001), (Masahiko, 2001), (Shivakoti & Ostrom 2002) y (Meinzen-Dick, 2007)), sugiere que la noción de racionalidad perfecta no es inmanente a su accionar, sino que su comportamiento, más bien estratégico, resulta de un proceso de prueba y error, desestimando las acciones que peores resultados traigan. Simplemente ejecutan sus decisiones procurando evitar perjuicios, pendientes muchas veces de normas sociales o analogías, y, en otras, obedeciendo sistemas más complejos que transforman impulsos en acciones (Samuelson, 1997). En ese mismo sentido las instituciones económicamente más visibles, mercado y Estado, se diversifican sobre la escala de interacción social, brindando nuevos escenarios estratégicos y doblando la tipología de bienes y servicios. Buchanan (1965), aún desde una posición algo contradictoria, propondría el tercer tipo y Ostrom & Ostrom (1977), bajo el pleno convencimiento de estas directrices, el cuarto, que darían por llamar bienes tipo "club" y recursos de uso común, respectivamente. Los tipo "club" aluden a la asociación de agentes para el disfrute de bienes no-rivales con la potestad de excluir a foráneos; mientras los RUC, definidos por Ostrom, reemplazan el concepto de "rivalidad en el consumo" por "sustractibilidad en el uso", que para efectos prácticos equivale a graduar el nivel de rivalidad atribuido al bien, ubicando los públicos en el origen (baja rivalidad) y los RUC al término (alta rivalidad) del espectro. Ya para finales del siglo se reconocían, entonces, cuatro tipos de bienes y servicios: los privados, rivales y excluyentes; los tipo club, no-rivales pero excluyentes; los RUC, rivales pero no excluyentes; y los públicos, no-rivales ni excluyentes.

Si bien la nueva clasificación surge en medio del cuestionamiento por los supuestos comportamentales detrás de los Teoremas Fundamentales del Bienestar (TFB), no quiere decir que sean necesariamente incompatibles; mas develan, eso sí, nuevos escenarios de decisión que llaman a la revisión de las fuertísimas restricciones impuestas, por la teoría económica, al análisis de las relaciones sociales de producción.

Los TFB son los logros más acabados de la economía matemática, y como tales no adolecen de falacias argumentativas (Stiglitz, 1991). Completos y sofisticados, tan sólo son premisas lógicamente deducidas de axiomas, derivados de creencias bastante reduccionistas sobre las formas de interacción entre agentes sociales. Por eso las propuestas revisionistas elaboran sobre verdades meridianas. Enfatizan la limitada relevancia de esos baluartes teóricos, refinados por Arrow (1951) y Debreu (1959), a riesgo de parecer tautológicos o irrelevantes; como en el caso de Coase, quien procuraba explicitar la existencia de los costos de transacción antes que afirmar el éxito de cualquier negociación carente de inconvenientes (Usher, 1998). La tipología RUC hace parte de estas reivindicaciones, un intento por abandonar la tipificación de recursos indispensables para comunidades humanas, y muchos otros organismos, como fallas de mercado ó externalidades a internalizar. Por el contrario explicitan la existencia de contextos de actividad económica, diferentes al público y los mercados, donde las decisiones individuales no necesariamente se ajustan a las prescripciones de racionalidad perfecta; definidos, precisamente, en función de ellas y no de su distanciamiento de los mecanismos de mercado. De allí que, aún prescindiendo de elementos institucionales formales, el ambiente analítico propicio para acometer el estudio de los RUC sea la Teoría de Juegos (TJ).

8.1.2 El Advenimiento de la Teoría de Juegos Cuánticos

Atendiendo a tan particulares características, la Teoría de Juegos Cuánticos (TJC) puede sugerir alternativas que, tal como las provenientes de los juegos evolutivos, no fueron originalmente concebidas para estudiar dilemas sociales, pero tienen un inmenso potencial explicativo. La aplicabilidad de la Mecánica Cuántica (MC) al procesamiento de información, sobre los lineamientos definidos por la interpretación de Copenhague, volcó la atención de físicos y científicos computacionales sobre el estudio de las condiciones, inevitablemente, estratégicas entre las cuales surgía el intercambio informacional. Naturalmente, esta curiosidad desembocaría en la Teoría de Juegos. Su idea consistió en explotar las propiedades de sistemas físicos descritos por la teoría que rige la física de las pequeñas partículas, para levantar algunas limitantes de los juegos clásicos, en términos de las estrategias disponibles y los vínculos clásicamente inexplicables entre ellas i.e. la ampliación de los conjuntos estratégicos o la correlación, no necesariamente inducida, entre ellas por encima de los niveles admisibles por los modelos probabilísticos a disposición. De esta forma hace casi 20 años nacía la Teoría de Juegos Cuánticos.Podemos identificar tres ramas de la TJC, que representan, a su vez, tres tipos de juegos cuánticos:

• Juegos no-locales: Son una representación particular de juegos Bayesianos en forma normal, entre los cuales podemos encontrar el “Cuadrado Mágico”, el juego GHZ (Green-berger-Horne-Zeilinger con tres partículas) (Fialik, 2010) y el CHSH (basado en la desigualdad Clauser-Horne-Shimony-Holt) (Winter, 2010); motivados por la no-localidad de la MC en contraste con las acepciones clásicas dependientes de “variables ocultas”.

En estos escenarios, cada una de las partes involucradas recibe información únicamente por ellos accesible, extraída de una distribución conocida. Acudiendo a ella los jugadores generan una serie de variables aleatorias apuntando a la satisfacción de una condición (correlación) particular entre sus acciones estratégicas y la información recibida, definida por el diseño mismo del juego. Su objetivo consiste en demostrar que tales condiciones son satisfechas, únicamente, bajo entrelazamiento (ver Sección 3); imposibles de alcanzar mediante la aplicación de procesos estocásticos clásicos i.e. son ejemplos del Teorema de Bell, y argumentos contra el programa de modelación para la MC dispuesto por Einstein.

• Juegos Cuánticos Extensivos: Presentan contextos estratégicos, donde se prueba la capacidad de los participantes para "ganar" (obtener el pago más alto) disponiendo del conjunto completo de estrategias cuánticas, mientras algunos de sus oponentes solamente ejecutan estrategias clásicas. Los primeros siempre ganarán el juego con probabilidad igual a uno, sin embargo tan sólo admite un número reducido de estructuras para la toma de decisión (Zhang, 2011).

• Juegos Clásicos Cuantizados: A diferencia de las clases anteriores patrocinadas por la Física o la teoría de complejidad computacional, esta vuelve a las raíces del problema estratégico, restituyéndole su origen social. Buscan generalizar los planteamientos clásicos (Dilema del Prisionero, Halcón-Paloma, La Caza del Ciervo o la Batalla de los Sexos), reformulando el juego en términos cuánticos; por lo cual es corriente asignar partículas a cada jugador, en tanto campos individuales de acción estratégica, e identificar sus estrategias con un operador definido en el espacio que provee la estructura matemática al sistema (Zhang, 2011). Así dispuesto, exhibe los fenómenos cuánticos usuales y constituye una forma más general del problema original, capaz de aliviar, aunque probablemente no resolver, los dilemas fundamentales que caracterizan su trasfondo clásico.

Será esta última alternativa, la opción elegida para representar el problema de decisión en torno a los RUC a través de la TJC. En la medida que el objetivo general radica en buscar soluciones a la sentencia dictada por la Tragedia de los Comunes (globales), se debe construir el marco analítico (cuántico) sobre el juego clásico original, preservando las mismas posibilidades estratégicas de quienes intervienen, pero forjando conexiones insospechadas, esenciales al problema mismo. Los juegos cuantizados generalmente adoptan una estructura bastante restrictiva semejante a los juegos correlacionados, donde un agente externo aplica una operación unitaria al estado inicial del sistema conjunto, distribuyendo subsistemas (partículas) a los jugadores sobre las cuales ejecutan sus operaciones individuales; para luego ser recolectadas, recuperadas por la operación inversa a la primera y así medir el estado final en la base computacional del espacio, obteniendo una estrategia conjunta generadora de los pagos individuales. Dado que no coincide con la interpretación aquí recogida de los juegos RUC, es necesario acudir a métodos de cuantización alternativos.

En su lugar, se empleará una interpretación geométrica de la MC asentada sobre los principios de la redescubierta Álgebra Geométrica, abogando por la puesta de un ambiente más flexible y, hasta cierto punto, más intuitivo; que permita construir una estructura cuántica acorde a las exigencias estratégicas del planteamiento inicial.

En primera instancia, se requiere definir el juego clásico a cuantizar. Caracterizado, por lo regular, conforme al Dilema del Prisionero, el arreglo estratégico del juego RUC no ha sido repensado en su nivel más fundamental i.e. el esquema de incentivos que lo soporta; por tanto la sección siguiente se dedica a estudiarlo más a fondo, buscando sentar las bases de un juego RUC claramente distinguible. Así, el producto de ese esfuerzo servirá de insumo para la presentación del modelo cuantizado.

8.2 Aproximación Teórica al Manejo de los RUC

Los recursos de los que disponemos en cantidades limitadas por sus restricciones biofísicas y que, además, pueden ser libremente apropiados, generalmente, terminan siendo sobre-explotados; en la medida que todos los interesados buscan satisfacer sus necesidades hasta la saciedad (en un sentido económicamente racional), desatendiendo su efecto sobre los demás. Un recurso así caracterizado -por las propiedades de rivalidad y no-exclusión- es conocido como Recurso de Uso Común (RUC); y el resultado, muchas veces evitable, como la Tragedia de los Comunes (TC). Para hacerse una idea sobre los determinantes de la TC, se recurre a la Teoría de Juegos (TJ), en tanto herramienta analítica para el tratamiento de procesos de decisión simultánea (juego), entre agentes (jugadores) cuyos beneficios dependen de las decisiones agregadas. La TJ es, en consecuencia, el medio más expedito para comprender el comportamiento estratégico. Ella tiene la capacidad de ilustrar los dilemas éticos inherentes a estos problemas de decisión, guiarnos hasta sus soluciones socialmente óptimas, y predecir el comportamiento de personas que comparten un perfil estratégico similar.

Definición 1. RUC, es todo recurso rival y no-excluible. Por ello se entiende que su consumo es individual e irrestricto, respectivamente.

Así, la situación dispuesta por un número determinado de agentes económicos sopesando sus decisiones de consumo sobre un recurso cuyas tasas de renovación sobrepasan por mucho el horizonte temporal relevante, bien puede ser representada en términos juego-teoréticos. Cada involucrado intentará obtener algún beneficio proporcional a su esfuerzo extractivo, con la certeza que sus pares comparten las mismas posibilidades de acceso; dando lugar a un juego simétrico agregativo. Un juego agregativo, es un objeto matemático caracterizado por el conjunto que indexa los jugadores; otro que agrupa sus estrategias, y sobre el cual es definida una función real independiente de la identidad de los agentes; y una función de pagos, simétrica y monótona creciente, relacionando el producto del conjunto de estrategias con el universo que las contiene. Formalmente:

$$\Gamma \equiv (N, S, \pi; g); \pi: S \times X \to \mathbb{R}, g: S^N \to X, \forall s = (s_1, s_2, \dots, s_N), i \in \{1, N\} \tag{8.1}$$

En particular:

Definición 2. Un juego será de Recursos de Uso Común (J-RUC), siempre y cuando venga descrito en los siguientes términos:

$$\Gamma = (n, S, \pi_i): \pi_i(e_i, E) = \frac{e_i}{E} f(E) - ce_i$$

$$E \equiv g(e_i) = \sum_{i=1}^{n} e_i\,; \forall e = (e_1, e_2, \dots, e_N) \in S^n \subseteq \mathbb{R}_+^n, i \in \{1, n\}, c > 0$$

Esto es que para una comunidad de n jugadores, las estrategias pueden ser identificadas con los niveles de extracción individual, mientras los pagos vendrán determinados por el diferencial entre la proporción apropiada por cada uno, según el esfuerzo incurrido en la obtención de $f(E)$ unidades del recurso, y el costo total de extracción. Naturalmente, la función de agregación pasa a ser el total del esfuerzo empleado en la empresa extractiva, mientras $f(\cdot)$ puede ser interpretada como una función de producción cóncava tal que $f(0) = 0$.

Considérese ahora una ligera modificación al planteamiento original: el juego es dual en número de jugadores (A y B) y estrategias. El conjunto de estrategias se reduce a cooperar (C) ó desertar (NC) i.e. a comprometerse con un nivel de extracción respetuoso de los ciclos naturales, ó apropiarse de todo el recurso disponible. La reinterpretación de las estrategias exige lo propio de los pagos, para ver esto expresemos el problema en forma normal, como en la tabla 8.1 .

Tabla 8.1 Juego en su Representación Normal

		B	
		C	NC
A	C	R	D
	NC	T	P

R denota la recompensa por cooperar, T la tentación por desertar, D el daño por confiar, y P el perjuicio de no cooperar. De este simple arreglo matricial, se derivan 4! juegos, de los cuales 4 representan conflictos arquetípicos, dependiendo de las relaciones de orden entre los pagos. La forma reducida del Juego RUC, en general, exige que $T > R > P > D$ y $T > 2R$ i.e. que existan incentivos para desviarse de la solución cooperativa. Si, además, reconocemos el vínculo directo entre beneficios percibidos y cantidades extraídas del recurso, parecería razonable postular las siguientes igualdades:

$$T = \bar{E}, R = {}^{E_S}/_2, D = -{}^{E_S}/_2, P = {}^{\bar{E}}/_2 - c;\ \bar{E} > E_S > 0, {}^{\bar{E}}/_2 > c > \frac{\bar{E} - E_S}{2} > 0 \quad (8.2)$$

Desertar implica acaparar todo el recurso ($\bar{E}$); sin embargo, cuando ambos así proceden, tan sólo pueden hacerse con la mitad de las existencias (${}^{\bar{E}}/_2$) descontando las cantidades perdidas por efecto de la saturación propia de su decisión predatoria (c). Cooperar, por otro lado, resulta en la compartición de los niveles que garantizan la sostenibilidad del RUC (E_S); mientras la traición a esa iniciativa genera un daño al cooperante equivalente a la cantidad que esperaba disfrutar ($D = -{}^{E_S}/_2$). Nótese que lo anterior se tiene simétricamente, completando la caracterización del J-RUC en una forma reducida:

Definición 3. Un Juego RUC Reducido (JRR), viene caracterizado como:

$$\begin{aligned}&\Gamma = (2, S, \pi_i) : \pi_i \in \{R, T, D, P\} \\ &s_i \in \{C, NC\}, i = A, B\ t'q'\ T > R > P > D, T > 2R\end{aligned} \quad (8.3)$$

Las expresiones en (8.3), son bastante más dicientes sobre la naturaleza agregativa y submodular del J-RUC que (8.2). Provee una caracterización sencilla e intuitiva del juego, que probará ser de gran utilidad a la hora de determinar la posición estratégica que asumen los agentes en su generalización. Sin recurrir a sofisticaciones injustificadas, como la introducción de perturbaciones "tipo Neyman"[43] que buscan racionalizar el conjunto completo de pagos racionales factibles; o confiar en los efectos de variaciones sobre el tipo de (ir)racionalidad especificada, como en la versión de Fudenberg & Maskin (1986) del "Folk Theorem" con información incompleta; ni en la posibilidad de jugar indefinidamente un juego que por definición, especialmente en el caso de los recursos naturales no-renovables, tendrá que llegar a término; se preserva la estructura de incentivos característica del problema de decisión que subyace al JRR. De hecho, la aplicación directa de la noción de Dominancia Estratégica basta como criterio solución para determinar la ocurrencia de la TC.

Definición 4. Una estrategia s_i se dice dominada por otra s_j, si

$$\pi_i(s_j, s_{-i}) > \pi_i(s_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S, i \in \{1, N\}$$

; es más, explicita el dilema estratégico latente, evidenciando la coincidencia de la TC con el Equilibrio de Nash del JRR.

[43] Con esto se hace referencia al enfoque de "equilibrios-épsilon". Remítase a Neyman (1999).

Definición 5. El perfil estratégico $(s_i^*, s_{-i}^*) \in S^N$ es un Equilibrio de Nash (EN) sii.

$$\pi_i(s_i^*, s_{-i}^*) > \pi_i(s_i \ \ , s_{-i}^*), \forall s_{-i} \in S, i \in \{1, N\}$$

Lema 1. La Tragedia de los Comunes es el Equilibrio de Nash para el JRR.
Demostración. Por inspección directa, bajo la Definición 4, se tiene que $(s_i^*, s_{-i}^*) = (C, NC)$; indicando que los niveles extractivos asociados al EN conducen al agotamiento del recurso por cuanto $2P = \bar{E} - 2c$.

No solo el recurso es completamente extraído, sino que la sociedad sufre una desutilidad proporcional al costo de saturación; de manera que en el JRR propuesto se agrava la TC. Por supuesto, la TC no es el resultado deseable para ambos, no sólo porque el RUC remanente pueda detentar un valor de existencia generador de algún tipo de beneficio, o porque de él dependa la preservación de la funcionalidad del ecosistema que habitan, sino porque ambos estarían mejor cooperando aunque no tengan incentivos para hacerlo. En términos puramente económicos el Óptimo Social, en tanto Óptimo de Pareto (OP), diverge del EN; es decir, cabe la posibilidad de mejorar sin perjudicar al otro, dado caso decidan cooperar. Es más, por construcción el Óptimo Social es identificado con el nivel de aprovechamiento; indicando que los niveles extractivos asociados al EN conducen al agotamiento del recurso por cuanto E_S inducido por la elección (C, C); por lo que, en este caso particular, el OP coincide con la posibilidad de explotar el recurso de manera sostenible respecto a sus ciclos ecosistémicos, situación difícilmente extrapolable a otros contextos.

Definición 6**.** Un perfil estratégico $\left(s_i^{OP}, s_{-i}^{OP}\right)$es óptimo en el sentido de Pareto si

$$\pi_i\left(s_i \ \ , s_{-i}\right) > \pi_i\left(s_i^{OP}, s_{-i}^{OP}\right) \Rightarrow \pi_{-i}\left(s_i \ \ , s_{-i}\right) < \pi_{-i}\left(s_i^{OP}, s_{-i}^{OP}\right), \forall s_i, s_{-i} \in S, i \in \{1, N\} \tag{8.4}$$

Teorema 1. El OP diverge del EN en un JRR.

Demostración.$\nexists s_i, s_{-i} \in S \ t'q' \pi_A\left(s_i \ \ , s_{-i}\right) > \pi_A(C, C) \wedge \pi_B\left(s_i \ \ , s_{-i}\right) \geq \pi_B(C, C)$ i.e. la cooperación es el perfil estratégico OP.

El resultado anterior esclarece la naturaleza económica del problema de decisión en torno a los RUC. El agotamiento del recurso es consecuencia de un modelo comportamental que desconoce los perjuicios causados sobre los demás, centrado en la adopción de la mejor respuesta en términos de los pagos percibidos. Este efecto, transmitido mediante las características de rivalidad y no-exclusión de los RUC que reflejan sus condicionantes biofísicos, desemboca en una elección estratégica estable que induce la sobre-explotación del RUC.

Más aún, se evidencia un fenómeno olvidado en los planteamiento juego-teoréticos usuales: el agotamiento del recurso también trae consigo efectos negativos sobre el disfrute de las cantidades extraídas, de forma que la competencia por el recurso lo consume ella misma, impidiendo su total aprovechamiento i.e. los costos de transacción inherentes al proceso extractivo generan una pérdida de eficiencia en la economía.

8.3 Cuantización del Problema en el Lenguaje de la AG

La Mecánica Cuántica (MC) trata los fenómenos propios de las partículas elementales, bajo la premisa de una relación de interdependencia esencial entre el observador y el mundo. Desafiando la idea de realismo, en referencia a la operacionalidad de una medida que dé cuenta de un entorno objetivo i.e. no en términos del realismo metafísico, sino refiriéndose a la descripción del medio; procura explicar el conflictivo encuentro del comportamiento microscópico con nuestra experiencia. El programa de estudio fenomenológico dispuesto sobre estos lineamientos, ha contribuido a la consolidación de la MC como una teoría completa, tras la verificación experimental de la superposición de estados cuánticos, interferencia y en última instancia el entrelazamiento entre sistemas (Jaeger, 2009). Aunque fundamental, pero ajena a los objetivos y alcance de este trabajo, la discusión sobre su interpretación será obviada. En lo consecutivo se asumirá el enfoque bayesiano, de alguna forma, heredero de la interpretación de Copenhague: la estructura matemática de la Mecánica Cuántica describe, ante todo, nuestro conocimiento sobre el comportamiento cuántico. De esta forma se reconoce la naturaleza informacional de la teoría sin desconocer su carácter físico (Jaeger, 2009).

Evitando radicalizar esta posición, tanto como para intentar una reformulación de los axiomas de la Mecánica Cuántica en términos de la Teoría de la Información, sí podemos contextualizar nuestra aproximación a la MC en un proceso de intercambio informacional; con la doble finalidad de facilitar su articulación con la Teoría de Juegos (TJ) en un plano instrumental, y permitir un planteamiento que explore más a fondo la conexión entre el carácter subjetivista de la interpretación de Copenhague y el trasfondo social de la TJ.

8.3.1 Notación

En la medida que todo sistema cuántico es identificado con un espacio de Hilbert (H) n-dimensional, la forma más natural de representar las estructuras resultantes de su desarrollo es haciendo uso de la notación de Dirac. Estándar en Mecánica Cuántica, y mejor conocida como notación Bra-Ket, nota los estados de un sistema identificados con un vector normalizado (en el espacio vectorial correspondiente) mediante kets: $|\cdot\rangle$; y los adjuntos, definiendo el espacio dual, como bras: $\langle\cdot|$. Así el producto interior, conducente a la definición de norma en el espacio, será una operación braket: $\langle\cdot\mid\cdot\rangle: H \times H \to \mathbb{C}$, cumpliendo las condiciones de una forma sesquilineal positiva-definida.

Los kets son considerados vectores-columna, mientras los bras son vectores-fila cuyo producto interno arroja un escalar complejo (Teschl, 2009). Ahora, si efectuamos la operación contraria, i.e. ketbra, obtenemos el producto exterior y, por extensión, un operador proyección, con las propiedades usuales: $P_v = |v\rangle\langle v|$.

Ahora consideremos dos sistemas A y B. El primero vendrá descrito por un espacio de Hilbert n_A-dimensional, y el otro por uno n_B-dimensional. Con el fin de construir el sistema compuesto por A y B, especificamos dos posibles estados genéricos $|\psi\rangle$ y $|\phi\rangle$ para cada uno de ellos, que describen el estado compuesto mediante su producto (tensorial): $|\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$. En consecuencia el espacio generado por este tipo de vectores-producto es el espacio asociado al sistema bipartito que engloba A y B, notado como: $H_{AB} = H_A \otimes H_B$.

La expansión de un vector arbitrario en H_{AB}se escribe como: $|\Psi\rangle = \sum_{j.k} c_{jk}|\psi_j\rangle \otimes |\phi_k\rangle$; donde $c_{jk} = \langle\psi_j| \otimes \langle\phi_k|$, para las bases ortonormales $\{|\psi_j\rangle\}_{j=1}^{n_A}$y $\{|\phi_k\rangle\}_{k=1}^{n_B}$ en A y B, respectivamente (Paris, 2012). En general un operador Ω^{AB} actuando en H^{AB} puede ser representado mediante su descomposición espectral como la expansión: $\Omega^{AB} = \sum_{j,k,l,m} \Omega_{jk,lm}|\psi_j\rangle\langle\psi_k| \otimes |\phi_l\rangle\langle\phi_m|$.

8.3.2 Entrelazamiento y AG

Ya vimos que el estado conjunto ($|\Psi\rangle$) de un sistema compuesto por dos partículas viene determinado por el producto tensorial entre los estados que describen los subsistemas ($|\psi\rangle$, $|\phi\rangle$) y toman valores en el espacio de Hilbert correspondiente (H_A, H_B). En consecuencia el producto tensorial entre los elementos de las bases ortonormales en cada subespacio ($|i\rangle$, $|j\rangle$), constituye una base para todo el sistema:

$$|\Psi\rangle = \sum_{i,j} \alpha_{ij}|i\rangle \otimes |j\rangle \tag{8.5}$$

Los posibles estados en $H_A \otimes H_B$, que describen el spin-1/2 como una superposición compleja de estados $|0\rangle$ y $|1\rangle$, (siguiendo la convención $|i\rangle \otimes |j\rangle \equiv |ij\rangle$) son generados en la base $\{|00\rangle|01\rangle|10\rangle|11\rangle\}$ i.e. el número de estados probables crece en 2^n; de allí el incremento en el tamaño del espacio, con respecto a su contraparte clásica, y la observación que las superposiciones de estos estados base no necesariamente permitirán recuperar el estado conjunto como un producto tensorial de la forma recién presentada (Mintert et al, 2009). Lejos de ser un problema, este atributo abre atajos a través del espacio de Hilbert entre diferentes estados, provocando comportamientos a nivel cuántico, aparentemente, difíciles de reconciliar con nuestra experiencia macroscópica; pero que pueden ser puestos al servicio de nuestras necesidades. Tal atributo es conocido como entrelazamiento cuántico.

Definición 7. El entrelazamiento cuántico es la propiedad por la cual los subsistemas constituyentes de uno bipartito permanecen correlacionados, incluso bajo mediciones que suprimen cualquier tipo de comunicación. Ella se expresa como la imposibilidad de separar el estado conjunto en un producto tensorial de sus estados integrantes i.e.
$\nexists|\psi\rangle \in H_A, |\phi\rangle \in H_B \; t'q' |\Psi\rangle = |\psi\rangle \otimes |\phi\rangle$

Si bien se podría pensar que tan inusual característica no pasaría inadvertida, en muchos casos, no es obvia la existencia de entrelazamiento por inspección directa. Para estados puros, sin embargo, existe una manera sencilla e intuitiva de hacerlo. Mediante la aplicación de la descomposición en valores singulares (DVS) del spinor se consigue un cambio de base que induce coeficientes de Schimdt (CS), indicadores de entrelazamiento (Mintert et al, 2009).

Para operadores (unitarios) que consiguen la DVS, lo anterior implica que podemos encontrar un spinor diagonalizado cuyas entradas sean sus valores singulares i.e. sus CS o raíces de sus valores propios ($s_i = \sqrt{\lambda_i}$):

$$|\Psi\rangle = \sum_{i,j=0,1} s_i |i^s\rangle \otimes |j^s\rangle$$

; la cual nos conduce a una formulación del estado conjunto que permite cuantificar el grado de entrelazamiento (γ)

$$|\Psi\rangle = cos(\gamma/2)|00\rangle + sen(\gamma/2)|11\rangle, \gamma \in [0, \pi/2] \tag{8.6}$$

Tan sencilla expresión atesora toda la información de entrelazamiento del sistema, pues los CS son únicos y su base asociada ($\{|i^s\rangle \otimes |j^s\rangle\}$) viene dada por estados separables (i.e. no entrelazados). Según nuestra definición de entrelazamiento, contamos, entonces, con un criterio preciso para su prescripción: Un estado se encuentra entrelazado si por lo menos dos de sus CS son diferentes de cero (Mintert et al, 2009). Sistemas con estas propiedades abundan a nuestro alrededor, entrelazándose con su entorno para formar estados puros. Sin embargo, nuestro conocimiento sobre ese entorno es bastante reducido y descomposiciones como la de Schmidt se vuelven prescindibles. Todo lo que podemos hacer es medir los observables del estado inicial; de forma que la representación en términos de una función de onda tiene que ser reemplazada por expresiones que hagan referencia a los observables mismos. Esto se logra mediante la implementación de matrices de densidad. El Álgebra Geométrica en tres dimensiones es una herramienta de gran alcance para resolver problemas geométricos provenientes de la mecánica clásica y cuántica. Describe vectores, planos y volúmenes en el marco de un planteamiento algebraico único, contemplando todas las operaciones (vectoriales) usuales para el espacio 3D. Al incluir entre ellos el producto vectorial, le es posible representar combinaciones algebraicas entre elementos geométricos de diferentes dimensiones; proveyendo un método más claro y conciso que el recurso matricial, para expresar las rotaciones que sintetizan las acciones del juego (Doran & Lasenby, 2003).

El álgebra espacio-temporal para n-partículas es el Álgebra Geométrica de un espacio relativista 4n-dimensional. En la construcción de un marco geométrico para nuestro sistema multipartícula habrá que involucrar su carácter relativista, en un intento por explicitar la naturaleza bivectorial de los elementos que conforman la base generadora de este espacio (Doran & Lasenby, 2003). Tomando dos conjuntos de vectores base correspondiente a cada subsistema $\{\varepsilon_\mu^A\}_{\mu=0}^3$y $\{\varepsilon_\mu^B\}_{\mu=0}^3$, verificamos que cumplen la condición de ortogonalidad $\varepsilon_\mu^A \varepsilon_\mu^B = \delta^{AB}\eta_{\mu\upsilon}$ con $\eta_{\mu\upsilon} = diag(1,-1,-1,-1)$ i.e. la matriz que representa la métrica de Minkowski. Para obtener un subálgebra par, un vector de referencia permite definir bivectores generadores de un espacio no-relativista:

$$\sigma_k^i = \varepsilon_k^i \varepsilon_0^i, I^i = \varepsilon_0^i \varepsilon_1^i \varepsilon_2^i \varepsilon_3^i; k = 0,1,2,3, i = A, B$$

; a través de la base $\{1, I^A\sigma_i^A, I^B\sigma_j^B\}$, que provee 4x4 grados de libertad (reales). La razón de un resultado contrastante con el espacio complejo 4-dimensional (i.e. 8 grados de libretad reales) de dos partículas spin-1/2, es el tratamiento que exige la estructura compleja del sistema (Doran & Lasenby, 2003). El rol de "i" en sistemas compuestos por dos partículas lo desempeñará:

$$J \equiv EI^A\sigma_i^A = EI^B\sigma_j^B = \frac{1}{2}\left(I^A\sigma_i^A + I^B\sigma_j^B\right), J^2 = E$$

; y su acción, junto con la aplicación de operadores locales sobre el sistema, encontrarán sus equivalentes como sigue:

$$i|\psi\phi\rangle \leftrightarrow \psi\phi E, \hat{\sigma}_k \otimes \hat{\sigma}_j|\Psi\rangle \leftrightarrow -I^A\sigma_i^A I^B\sigma_j^B \Psi E$$

Finalmente, el producto interno y los observables pueden ser obtenidos según:

$$\langle\Phi|\Psi\rangle \leftrightarrow \langle\Phi E\Psi^\dagger\rangle_0 - \langle\Phi J\Psi^\dagger\rangle_0$$

$$\langle\Psi|\hat{\sigma}_k \otimes \hat{\sigma}_j|\Psi\rangle \leftrightarrow -2\left(I^A\sigma_k^A I^B\sigma_j^B\right)\Psi E\Psi^\dagger, \langle\Psi|\hat{\sigma}_k \otimes 1|\Psi\rangle - 2I^A\sigma_k^A\Psi J\Psi^\dagger$$

Llegamos así a la probabilidad de superposición entre dos estados, donde el operador $\langle\cdot\rangle_n$ extrae el elemento de grado n del multivector sobre el cual es aplicado. Esta es la probabildad de obtener un estado cuántico a partir de otro, cuando la medición de este último es una proyección sobre el primero; buscando una medida probabilística del spin resultante i.e.

$$P\langle\Psi|\Phi\rangle = \langle\Psi E\Psi^\dagger\Phi E\Phi^\dagger\rangle_0 - \langle\Psi J\Psi^\dagger\Phi J\Phi^\dagger\rangle_0 \tag{8.7}$$

Con estos elementos ahora podemos reescribir la descomposición de Schmidt (9) en el lenguaje del AG, facilitando el análisis del sistema bipartito (Doran & Lasenby, 2003):

$$\Psi = \rho^{1/2}AB(cos(\gamma/2) + sen(\gamma/2)I^A\sigma_2^A + I^B\sigma_2^B), \gamma \in [0, \pi/2] \tag{8.8}$$

; donde $A = e^{-\alpha_2 I\sigma_3/2}e^{-\alpha_1 I\sigma_2/2}e^{-\alpha_3 I\sigma_3/2}$ y $B = e^{-\beta_2 I\sigma_3/2}e^{-\beta_1 I\sigma_2/2}e^{-\beta_3 I\sigma_3/2}$ son rotores, generadores de rotaciones en sus respectivos espacios, que en AG vienen a representar una operación unitaria general.

Toda referencia al producto tensorial ha sido reemplazada por el producto geométrico, simplificando la forma general de un estado arbitrario que describe el sistema compuesto. Contamos con operadores de rotación en cada uno de los espacios, seguidos por un término que describe el grado de entrelazamiento por medio del ángulo γ, y la ventaja adicional de encontrar todos los observables en los componentes de los multivectores $\Psi E \Psi^{\dagger}$ y $\Psi J \Psi^{\dagger}$. En adelante, estos tres elementos determinarán por completo el resultado del JRR cuantizado.

8.3.3 Puesta del Modelo en el Contexto EPR

En un contexto estratégico, en el espíritu de Chappell et al (2012) e Iqbal (2005), dispuesto por dos agentes económicos quienes deben decidir entre dos niveles de extracción asociados a su lógica maximizadora y la preservación de un RUC, se pueden aplicar los conceptos recién revisados para determinar la solución del dilema que bajo estas condiciones emerge. Ambos jugadores compartirán la misma estructura de pagos, de manera que el juego será simétrico en el sentido previamente estipulado, y su comportamiento dará lugar a un Juego de Recursos de Uso Común Reducido (JRR). Sin embargo los patrones comportamentales especificados por la Teoría de Juegos convencional, de alguna forma dejan de lado las incontables posibilidades a disposición de los jugadores cuando definen su perfil estratégico, sin requerir la intermediación de terceros; sobretodo cuando el proceso de decisión lidia con bienes que siguen la tipología RUC. Por esta razón, la generalización más natural del JRR i.e. respetando la esencia no-cooperativa del juego, es su cuantización. Cuantizarlo significa reformularlo en el marco de la Mecánica Cuántica, de forma que las ideas sobre él asentadas florezcan a manera de fenómenos netamente cuánticos; es decir, que adolecen de equivalente clásico.

Tabla 8.2 Probabilidades de Escogencia

			B d_B^1		d_B^2	
			0	π	0	π
A	d_A^1	0	$P_{00}(d_A^1, d_B^1)$	$P_{01}(d_A^1 d_B^1)$	$P_{00}(d_A^1 d_B^2)$	$P_{01}(d_A^1 d_B^2)$
		π	$P_{10}(d_A^1, d_B^1)$	$P_{11}(d_A^1 d_B^1)$	$P_{10}(d_A^1 d_B^2)$	$P_{11}(d_A^1 d_B^2)$
	d_A^2	0	$P_{00}(d_A^2 d_B^1)$	$P_{01}(d_A^2 d_B^1)$	$P_{00}(d_A^2 d_B^2)$	$P_{01}(d_A^2 d_B^2)$
		π	$P_{10}(d_A^2 d_B^1)$	$P_{11}(d_A^2 d_B^1)$	$P_{10}(d_A^2 d_B^2)$	$P_{11}(d_A^2 d_B^2)$

Partimos del supuesto que el comportamiento de los participantes genera una estructura de toma de decisión similar a un sistema cuántico entrelazado, compuesto por dos partículas (Ver (8).

El nivel de entrelazamiento puede venir intrínsecamente determinado por las características del sistema, ó ser concebido como una generalización de equilibrio correlacionado con la "Naturaleza" como agente coordinador. Cada partícula, en tanto sistema en sí misma, es asignada a un jugador, y viene descrita por una función de onda que hace referencia a las posibles direcciones de su spin. A esta unidad informacional individual se le conoce como qubit pues los dos posibles autoestados del spin[44] pueden ser tratados, en términos informacionales, como la versión cuántica del bit. El proceso de medición conduce a un estado separable que permite la especificación de las direcciones asociadas: $\Phi = e^{-Id_A\sigma_2}e^{-Id_B\sigma_2} \equiv RS$; donde d_A y d_B pueden asumir cualquiera de las direcciones d_A^1, d_A^2 o d_B^1, d_B^2, respectivamente (Doran & Lasenby, 2003).

En seguida se asocian las estrategias elegidas por unos y otros a direcciones particulares de su respectivo spin (d_i^1, d_i^2), dando lugar a cuatro posibles perfiles estratégicos, sobre los cuales se llevará a cabo una medición que reportará su escogencia:

$$s_i = \{d_i^1, d_i^2 \mid d_i^k \in \{0, \pi\}, k = 1,2\}; i = A, B, d_i^1 \leftrightarrow C, d_i^2 \leftrightarrow NC$$

Si bien la preservación de los patrones comportamentales originales configura los pagos a modo clásico, no ocurre lo mismo con los beneficios percibidos. Estos vendrán dados por el valor esperado de las ponderaciones de los pagos por las probabilidades de superposición de los autoestados del spin. Si denotamos las probabilidades de selección para d_A y d_B asignadas por A y B, como x e y, y reconocemos la posibilidad de que cada una tome los valores 0 y π asociados a las únicas posiciones posibles: $|0\rangle$ y $|1\rangle$; obtenemos 16 probabilidades conjuntas sobre las estrategias disponibles a ambos jugadores (tabla 8.2).

El JRR será generalizado sobre un esquema experimental tipo EPR[45], donde los jugadores A y B se encuentran espacialmente desligados, de forma que les es imposible comunicarse. Ambos recibirán una de un par de partículas provenientes de la misma fuente generadora, por lo que contamos con dos sistemas entrelazados pero espacialmente separados al punto que impide la transmisión de información entre ellos. Prescindiendo de cualquier canal de intercambio informacional cada jugador ejecutará, individualmente, alguna de las dos estrategias que fijan la dirección sobre la cual se puede efectuar la medición, asociadas a las opciones de cooperar (C) ó desertar (NC). Estas mediciones se registrarán como +1 ó -1, dependiendo si se escogió C ó NC, respectivamente.

[44] El spin es una propiedad intrínseca de los sistemas físicos escalados a la constante de Planck que, a pesar de sugerir una interpretación análoga al momento angular (movimiento de un objeto entorno a su centro de masa), no hace referencia a ningún tipo de desplazamiento en el espacio.
[45] Ha referencia a las condiciones bajo las cuales Einstein, Podolsky y Rosen (1935), conciben una situación donde la acción a distancia es aparentemente imposible.

Atendiendo a esta circunstancia, los beneficios percibidos por A tendrían la forma (Chappell et al 2012):

$$\begin{aligned}\Pi_{\mathrm{A}}^{\mathrm{q}} = xy(&P_{00}(d_A^1, d_B^1)R + P_{01}(d_A^1 d_B^1)D + P_{10}(d_A^1, d_B^1)T + P_{11}(d_A^1 d_B^1)P) \\ &+ x(1-y)(P_{00}(d_A^1 d_B^2)R + P_{01}(d_A^1 d_B^2)D + P_{10}(d_A^1 d_B^2)T \\ &+ P_{11}(d_A^1 d_B^2)P) \\ &+ y(1-x)(P_{00}(d_A^2 d_B^1)R + P_{01}(d_A^2 d_B^1)D + P_{10}(d_A^2 d_B^1)T \\ &+ P_{11}(d_A^2 d_B^1)P) \\ &+ (1-x)(1-y)(P_{00}(d_A^2 d_B^2)R + P_{01}(d_A^2 d_B^2)D + P_{10}(d_A^2 d_B^2)T \\ &+ P_{11}(d_A^2 d_B^2)P)\end{aligned} \tag{8.9}$$

; para las probabilidades de superposición en las direcciones $n \leftrightarrow |0\rangle$ y $m \leftrightarrow |1\rangle$, $n, m \in \{0,1\}$:

$$\begin{aligned}P_{nm}\left(d_A^i, d_B^i\right) = \frac{1}{4}\Big[&1 + (-)^{n+m} W\left(d_A^i\right) Z\left(d_B^i\right) + (-)^{n+m} sen\gamma \left(U\left(d_A^i, d_B^i\right) - V\left(d_A^i, d_B^i\right)\right) \\ &+ cos\gamma (-)^n W\left(d_A^i\right) + (-)^m Z\left(d_B^i\right)\Big]\end{aligned}$$

Buscando claridad en la manipulación de los beneficios, vale la pena reescribirlos como la suma de un componente pseudo-clásico que contiene el JRR original, en estrategias mixtas, y otro, producto del efecto de "interferencia" entre las estrategias locales, el cual se manifiesta bajo entrelazamiento ($\gamma \neq 0$) i.e. $\Pi_A^q = \pi_A^{pc} + \pi_A^e$; con:

$$\pi_A^{pc} = \frac{1}{4}\Big[(R+D+T+P) + (R-D-T+P)\big(W(d_A^1)Z(d_B^1)xy + W(d_A^1)Z(d_B^2)x(1-y) + W(d_A^2)Z(d_B^1)y(1-x) + W(d_A^2)Z(d_B^2)(1-x)(1-y)\big) + cos\gamma(R+D-T-P)\big(Z(d_B^1)xy + Z(d_B^2)x(1-y) + Z(d_B^1)y(1-x) + Z(d_B^2)(1-x)(1-y)\big)\Big]$$

$$\begin{aligned}\pi_A^e = \frac{1}{4} sen\gamma (R-D-T+P)\Big[&\big(U(d_A^1, d_B^1) - V(d_A^1, d_B^1)\big)xy \\ &- \big(U(d_A^1, d_B^2) - V(d_A^1, d_B^2)\big)x(1-y) \\ &+ \big(U(d_A^2, d_B^1) - V(d_A^2, d_B^1)\big)y(1-x) \\ &+ \big(U(d_A^2, d_B^2) - V(d_A^2, d_B^2)\big)(1-x)(1-y)\Big]\end{aligned}$$

; para:

$$\begin{aligned}W\left(d_A^i\right) &= cos\alpha_1 cosd_A^i + cos\alpha_2 sen\alpha_1 send_A^i \\ Z\left(d_B^i\right) &= cos\beta_1 cosd_B^i + sen\beta_2 sen\beta_1 send_B^i\end{aligned} \tag{8.10}$$

$$U\left(d_A^i, d_B^i\right) = H\left(d_A^i, d_B^i\right) K\left(d_A^i, d_B^i\right), V\left(d_A^i, d_B^i\right) = F\left(d_A^i, d_B^i\right) G\left(d_A^i, d_B^i\right)$$

$$H\left(d_A^i, d_B^i\right) = sen\alpha_3\left(cosd_A^i sen\alpha_1 + cos\alpha_2 send_A^i cos\alpha_1\right) + send_A^i cos\alpha_3 sen\alpha_2$$

$$K\left(d_A^i, d_B^i\right) = sen\beta_3\left(cosd_B^i sen\beta_1 + cos\beta_2 send_B^i cos\beta_1\right) + send_B^i cos\beta_3 sen\beta_2$$

$$F\left(d_A^i, d_B^i\right) = cos\alpha_3\left(cosd_A^i sen\alpha_1 + cos\alpha_2 send_A^i cos\alpha_1\right) + send_A^i sen\alpha_3 sen\alpha_2$$

$$G\left(d_A^i, d_B^i\right) = cos\beta_3\left(cosd_B^i sen\beta_1 + cos\beta_2 send_B^i cos\beta_1\right) + send_A^i sen\beta_3 sen\beta_2$$

Así expresados, los beneficios para el jugador A, cuando no se encuentra entrelazado con B recuperan la estructura bilineal de las relaciones de pago clásicas. Dados los rangos sobre los cuales pueden variar los parámetros, esperaríamos que (9) fuera positivo cualquiera sea la probabilidad de escogencia que fije B; sin embargo esto dependerá inequívocamente de los valores que tomen α_i y β_i $i = 1,2$, en el contexto del problema.

En tanto generalización del juego original, (8) debería contener el EN del JRR clásico; de lo contrario estaría describiendo un esquema estratégico diferente. Esto requiere que la implementación de las estrategias asociadas a la sobre-explotación del recurso, bajo entrelazamiento nulo, reporten el pago P indicativo de agotamiento i.e. $\Pi_A^q(0,0) = P$; lo cual implica: $W(d_A^2) = Z(d_B^2) = -1$. De la misma forma debería ser posible alcanzar el Óptimo de Pareto del juego original $\Pi_A^q(1,1) = R$; en cuyo caso $W(d_A^1) = Z(d_B^1) = 1$.

Dado que $send_j^i = 0, \forall i \in \{1,2\}, j \in \{A, B\}$, existen un desfase en los parámetros solución por lo cual: $U\left(d_j^i, d_l^k\right) - V\left(d_j^i, d_l^k\right), \forall i, k \in \{1,2\}, j, l \in \{A, B\}$. Ahora reemplazando en (8):

$$\Pi_A^q(x,y) = \frac{1}{4}[(R + D + T + P) + (R - D - T + P)(4xy - 2(x + y) + 1) + \\ cos\gamma(R + D - T - P)(2x - 1) + cos\gamma(R + D - T - P)(2y - 1)]$$

Que sin entrelazamiento nos permite recuperar la función de pagos del juego clásico en estrategias mixtas:

$$\Pi_A^q|_{\gamma=0} = xyR + x(1 - y)D + y(1 - x)T + (1 - x)(1 - y)P$$

Recapitulando, la forma normal del JRR cuantizado puede ser visualizada como en la tabla 8.1, sujeto a las condiciones T>R>P>D y T>2R; de forma que A y B se hacen, respectivamente, a beneficios:

$$\Pi_A^q(x,y) = \frac{1}{4}[(R + D + T + P) + (R - D - T + P)(4xy - 2(x + y) + 1) \\ + cos\gamma(R + D - T - P)(2x - 1) \\ + cos\gamma(R - D + T - P)(2y - 1)] \tag{8.11}$$

$$\Pi_B^q(x,y) = \frac{1}{4}[(R+D+T+P) + (R-D-T+P)(4xy-2(x+y)+1) + cos\gamma(R-D+T-P)(2x-1) + cos\gamma(R+D-T-P)(2y-1)]$$

A partir de ellos procurarán responder tan efectivamente como puedan i.e. buscando los mejores pagos a las decisiones que consideren más probables. Previendo las diferencias en sus beneficios bajo un determinado perfil estratégico, definirán esa relación de mejor respuesta entre la probabilidad de selección de una dirección y la estrategia que mayores beneficios les reporte; de esta forma llegan, espontáneamente, a un Equilibrio de Nash (Weibull, 1995).

Lema 2. $x^* \in \Theta$ es un Equilibrio de Nash si $\boldsymbol{x}^* \in \mathcal{B}(y)$

Demostración. Weibull (1995).

Teorema 2. Los perfiles estratégicos $(x^c, y^{nc}) = (1{,}0)$ y $(x^{nc}, y^c) = (0{,}1)$ son EN estables para el JRR bajo máximo entrelazamiento.

Demostración. Atendiendo el Lema 2, bastaría esbozar los condicionamientos a la respuesta de cada jugador para encontrar el EN del JRR. Apelando a la simetría del juego exploraremos el comportamiento del agente A, descrito por (11). A preferirá jugar d_A^1 cuando $\Pi_A^q(1,y) > \Pi_A^q(0,y)$, d_A^2 cuando $\Pi_A^q(1,y) < \Pi_A^q(0,y)$, pero le serán indiferentes si $\Pi_A^q(1,y) = \Pi_A^q(0,y)$. Lo que es equivalente, la escogencia de A dependerá de la diferencia:

$$\Pi_A^q(x^*,y^*) - \Pi_A^q(x,y^*) = \frac{x^*-x}{2}[(R-D-T+P)(2y^*-1) + cos\gamma(R+D-T-P)] \geq 0$$

; cuya forma bajo máximo entrelazamiento se puede expresar como:

$$\Pi_A^q(x^*,y^*) - \Pi_A^q(x,y^*)|_{\gamma=\frac{\pi}{2}} = \frac{(R-D-T+P)}{2}(x^*-x)(2y^*-1) \geq 0$$

A partir de la especificación del JRR se tiene: $R+D-T-P<0$ y $0>P-D-R=R-D-2R-P>R-D-T+P$, por lo cual los EN del juego son $(0{,}1)$ y $(1{,}0)$.

Corolario 1. En este nuevo equilibrio los beneficios para cada jugador serán superiores a los percibidos en la presentación clásica del juego: $\Pi_A^q(0{,}1) = \Pi_A^q(1{,}0) = \frac{T+D}{2} > P$, si $c > E_S/4$ sin sobre-explotar el recurso: $\Pi_A^q(x^*,y^*) - \Pi_B^q(x^*,y^*) = T + D = \bar{E} - E_S/2$.

La formulación del JRR en su versión cuántica generaliza el problema original, manteniendo el supuesto de independencia entre los procesos de toma de decisión imbuida en la condición de separabilidad impuesta por la estructura EPR y la ausencia de cualquier mecanismo de comunicación; pero no consigue resolver el dilema inherente al conflicto de intereses subyacente. Permite, en cambio, disfrutar pagos más altos a ambos jugadores i.e. cantidades del RUC más cercanas al óptimo social sobre la decisión económica individual óptima, aún para niveles de ineficiencia razonablemente bajos. Así se encuentran más próximos al Óptimo de Pareto y, en consecuencia, a los niveles de extracción mejor articulados con los ciclos de renovación del recurso. Para tal efecto, el nivel de entrelazamiento está regulando el comportamiento sobre-extractivo inducido por el esquema de incentivos.

La fortaleza del vínculo entre las posiciones del spin para las partículas asignadas es el elemento determinante en el desarrollo del juego, pues, aún en términos puramente instrumentales, su grado de conectividad refleja la interdependencia esencial entre las estrategias, haciendo más o menos beneficioso cooperar.

Se esperaría, entonces, que la implementación de un mecanismo cuántico en el tratamiento del problema de decisión asociado al manejo de los Recursos de Uso Común, condujese a un nivel de compromiso considerablemente más alto que en el escenario clásico tradicional, sin la intervención de terceros; aún cuando no le sea posible garantizar la cooperación absoluta de los involucrados.

Lejos de ser una metáfora sobre la coincidencia del comportamiento social y subatómico, la opción cuántica se plantea casi como una necesidad. La MC no está prestando su formalismo para disponer una analogía entre situaciones independientes, como forzando una explicación positivista de los fenómenos cooperativos, por el contrario ofrece sus posibilidades conceptuales, analíticas y prácticas, para "construir" un instrumento económico concreto, tangible, que garantice la sostenibilidad en el disfrute del RUC sin recurrir a artificios comportamentales.

Es una oportunidad de conectar la economía con disciplinas que apelan de forma más definitiva al aprovechamiento de las herramientas tecnológicas, con la esperanza de alcanzar acuerdos tácitos sobre la gestión de recursos, ya no locales, sino regionales o globales, donde las ventajas de la acción colectiva se pierden entre las asimetrías de información y la inevitable complejización de los procesos de decisión.

Recurrir a la implementación de algoritmos basados sobre estas ideas, una vez se satisfagan sus requerimientos tecnológicos, se convierte en una opción real para la búsqueda de un uso sostenible de los RUC, recursos que imponen grandes retos de coordinación entre un gran número de agentes quienes, generalmente, también fallan en reconocer un mecanismo institucional que logre romper la reticencia a cooperar sobre sus niveles socialmente deseables.

8.4 Conclusiones y Trabajo Futuro

Las principales conclusiones se pueden sintetizar como sigue:

1. El planteamiento del Juego de Recursos de Uso Común, en forma reducida (JRR), aunque comparte gran parte de su estructura estratégica, no necesariamente obedece a la tipología dispuesta por el Dilema del Prisionero.

2. El análisis de incentivos y restricciones desarrollado en un marco juego-teorético, cuenta con la posibilidad de expandirse cuando los juegos estratégicos son abstraídos a manera de mecanismos sociales para la transmisión de información. Esto es así, sin sacrificar la esencia del problema económico. En particular se tiene que el JRR, en los términos aquí formulados, es susceptible de ser generalizado como un juego cuántico.

3. Ante las incipientes iniciativas (ajenas a la economía, en su mayoría) concentradas en la Teoría de Juegos Cuánticos, que despliegan un tratamiento "estándar" del sincretismo socio-físico; se advierte la idoneidad del Álgebra Geométrica como su lenguaje natural. Este provee una representación clara, geométrica y, hasta cierto punto, intuitiva del comportamiento de los spinors en un escenario multipartícula, dispuesto para la realización de esfuerzos transdisciplinarios como el presente. A este respecto se retoma el trabajo de Doran & Lasenby (2003) y Chappell et al (2012).

4. La cuantización del juego original, de una sola ronda sin comunicación, no resuelve el dilema asociado al manejo de los Recursos de Uso Común. Por esto se entiende que no induce un comportamiento unánimemente cooperativo, aún cuando soluciones conformes a la paretiana, en este caso particular coincidente con el aprovechamiento sostenible del recurso y, en consecuencia, respetuosa de sus ciclos naturales de renovación, son asequibles.

Corroborada por las ideas recién enlistadas, se encontró que un esfuerzo transdisciplinar de esta naturaleza exige repensar el entorno de interacción que enmarca los problemas de decisión estratégica apropiados por las ciencias sociales, en términos de intercambio informacional.

Así caracterizados, los juegos no tienen por qué limitarse a elementos familiares al análisis económico y que muchas veces, en la práctica, chocan con los vínculos forjados entre los jugadores y su medio; problema bastante común en el estudio de los RUC, en tanto bienes y servicios carentes de mecanismos de mercado que señalicen, efectivamente, su escasez relativa.

Desde qubits hasta cartas y monedas (desprovistas de su significado monetario) sirven a la tarea, propiciando la confluencia de otros saberes que estudian el flujo de información por ellos transmitido. Identificando ese campo de interacción entre dos jugadores con un sistema bipartito de partículas elementales spin-1/2, refundando la cadena acciones-estrategias-pagos y evitando la alusión a cualquier forma de racionalidad económica diferente a la procura de la situación más favorable; se dispuso un problema de decisión que preserva la estructura de incentivos propia del manejo de los RUC, pero que al estar inscrito en ese contexto cuántico asume las propiedades esenciales a los entes microscópicos (subatómicos).

El entrelazamiento, quizá la cualidad cuántica más prominente, en tanto relación original e intrínseca entre partículas elementales, se utilizó para conceptualizar una conexión entre las estrategias individuales asociadas a patrones altruistas no necesariamente atribuibles a reglas institucionales identificables. De alguna manera sugiere una idea de comportamiento cooperativo inherente a los agentes sociales. Este comportamiento bien puede rastrearse hasta sus más íntimas raíces ó, directamente, hasta el diseño de un mecanismo cuántico para la preparación del sistema i.e. puede adoptarse una visión piscologista que equipare los fenómenos del universo subatómico con la toma de decisiones ú optarse por una interpretación instrumentalista. Si bien la primera alternativa define un programa de investigación arriesgado pero razonable, la presente asume la otra. Esta posición implica que el arreglo estratégico viene determinado por un dispositivo cuántico, experimentalmente aceptable, de manera que las contribuciones de Maskin (1999) a la Teoría del Diseño de Mecanismos lo operacionalice con la ayuda de los avances en computación cuántica; por supuesto en un futuro todavía lejano. Nótese que a diferencia de los juegos correlacionados, el cuántico no fija una correlación directa y exógena sobre el conjunto de estrategias disponibles, simplemente establece un vínculo entre las unidades de acción estratégica tal que la ejecución de una determinada estrategia genere efectos cooperativos, impactando los pagos recibidos.

Así el Teorema 2, enuncia la suficiencia de una cooperación parcial para evitar la Tragedia de los Comunes, en presencia de un máximo de conectividad entre las partículas individuales. Esta propiedad consiente beneficios superiores a los clásicos, induciendo el aprovechamiento de cantidades por debajo de las más altas posibles al eliminar los costos de transacción incurridos en la sobre-explotación del RUC. En últimas, mejora el bienestar de los jugadores y la condición del recurso, prescindiendo de todo tipo de relación (espacial, institucional, etc.) entre los involucrados. Sin embargo el dilema social subyacente no desaparece.La cuantización del problema nos dice que la cooperación de algún jugador puede salvarlo a él y su oponente de la TC i.e. los cooperantes pueden ser pocos pero suficientes para no ser ningunos. Así, si bien la cooperación absoluta mediante la aplicación de un mecanismo cuántico no es posible, sí lo es la conservación del recurso sin recurrir a arreglos institucionales (formales o informales) y tolerando su separación en el espacio.

Este último aspecto del juego es casi tan importante como el concepto de entrelazamiento, pues abre la posibilidad a su aplicación para RUC a los cuales se tiene acceso desde áreas geográficamente incomunicadas.

El resultado anterior es coherente y puede inspirar algún tipo de medida concreta, sin embargo patrones comportamentales parecidos se pueden obtener por vías más sencillas y menos radicales. La justificación de este esfuerzo es otra, más allá del puente que tiende entre las ciencias sociales y la física. El verdadero potencial del juego cuántico aquí desarrollado reside en su pertinencia para encuadrar el análisis de los RUC globales, por cuanto los requerimientos contextuales que él impone son flexibles a las trabas informacionales y espaciales que los caracterizan. Se presenta como una opción ante la gobernanza policéntrica propuesta por Ostrom (2010), que busca sacar tanto provecho como pueda de las bondades de la Acción Colectiva para inducir procesos de autogobernanza adaptativa, desde los estamentos locales de decisión hasta los más generales.Sabiendo tal progresión laboriosa y en ocasiones inoficiosa ó inexistente, vale la pena considerar otras formas de acercarse al problema tan particular pero esencial de este tipo de RUC. Así la puesta de un mecanismo de decisión social con base en este planteamiento cuántico podría servir de herramienta para la consecución de manejos más responsables de recursos como los servicios de regulación atmosférica e hídrica, en particular los identificados con el Calentamiento Global; siempre y cuando se logre operacionalizar sobre una plataforma tecnológica adecuada.

Atendiendo a la aplicabilidad del resultado, queda, entonces, por explorar la construcción de un algoritmo bajo los lineamientos del modelo expuesto en la Sección 3, la extensión de ese marco conceptual a un juego con más de dos agentes y ahondar en el fundamento físico del juego con fines experimentales. Habrá que trasvasar el planteamiento estratégico a un mecanismo de interacción consecuente, como punto de partida para un protocolo de computación cuántica. Estas tareas definen, entonces un programa investigativo de largo alcance, imposible de acometer individualmente; urge, por el contrario, al encuentro entre científicos de las más diversas disciplinas en un esfuerzo mancomunado que pueda contribuir tanto al manejo de los RUC globales como al desarrollo de la computación cuántica i.e. urge a la cooperación.

8.5 Referencias

Arrow, K (1951) An Extension of the Basic Theorems of Classical Welfare Economics. Proceedings of the Second Berkeley Symposium, University of California Press, Berkeley.

Buchanan, J. (1965) An Economic Theory of Clubs. Economica, 32(125), 1–14.

Buchanan, J (1999) Public Finance in Democratic Process: Fiscal Institutions and Individual Choice. Liberty Fund Inc., Indianapolis.

Cardenas, J.C. (2001) How Do Groups Solve Local Commons Dilemmas? Lessons from Experimental Economics in the Field. Environ. Dev. Sustain. 2 (3–4), 305–322.

Chappell J., Iqbal A., Abbott D. (2012) Analysis of Two-Player Quantum Games in an EPR Setting Using Clifford's Geometric Algebra. PloS one 7 (1), e29015.

Debreu, G. (1959) Theory of Value: An Axiomatic Analysis of Economic Equilibrium. Yale University Press, New Haven.

Doran, C & Lasenby A. (2003) Geometric Algebra for Physicists. Cambridge University Press. The Journal of Political Economy, Vol. 62, No. 2.

Fialik, I. (2010) Unitary Noise and the Mermin-GHZ Game. Electronic Proceedings in Theoretical Computer Science, 25, 18.

Fudenberg, D., y Maskin E. (1986) The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting and Incomplete Information. Econometrica, 54, 533-554.

Gordon, S. (1954) The Economic Theory of a Common-Property Resource: The Fishery.The Journal of Political Economy, Vol. 62, No. 2.

Hardin, G. (1968) The Tragedy of the Commons. Science 162. Pag. 1243-1248.

Iqbal A. (2005) Playing Games with EPR-type Experiments. Journal of Physics A: Math. & Theo. 38/43, 9551-9564.

Jaeger, G. (2009) Entanglement, Information and the Interpretation of Quantum Mechanics. TheFrontiers Collection. Springer-Verlag, Berlin.

Masahiko, A. (2001) Toward a Comparative Institutional Analysis. MIT Press.

Maskin, E. (1999) Nash Equilibrium and Welfare Optimality. Rev. Econ. Stud. 66

Meinzen-Dick, R. (2007) Beyond Panaceas in Water Institutions. Proceedings of the National Academy of Sciences, 104, 39, 15200–05.

Mintert F., Viviescas C., Buchleitner A. (2009) Basic Concepts of Entangled States. En Entanglement And Decoherence: Foundations And Modern Trends. Springer-Verlag, Berlin.

Neyman, A. (1999) Cooperation in Repeated Games When the Number of Stages is not Commonly Known. Econometrica, Vol. 67, No. 1, pp. 45-64

Ostrom, E. (2010) Polycentric Systems for Coping with Collective Action and Global Environmental Change. Global Environmental Change 20.

Ostrom,V. & Ostrom E. (1977) Public Goods and Public Choices. En Alternatives for Delivering Public Services: Toward Improved Performance, Ed. Emanuel S. Savas, 7–49, Westview Press.

Paris, M. (2012) The Modern Tools of Quantum Mechanics. European Physical Journal, 203, 61-86.

Samuelson, L. (1997) Evolutionary Games and Equilibrium Selection. MIT Press.
Samuelson, P. (1954) The Pure Theory of Public Expenditure. Review of Economics and Statistics, 36(4): 387–89.

Shivakoti G. & Ostrom E. ed. (2002) Improving Irrigation Governance and Management in Nepal. ICS Press, Oakland.

Stiglitz, J. (1991) The Invisible Hand and Modern Welafare Economics. NBER Worknig Paper No. 3641

Teschl, G. (2009).Mathematical Methods in Quantum Mechanics, with Application sto Schrödinger Operators. American Mathematical Society, Vol. 99.

Uphoff N., Ramamurthy P., Steiner, R. (1991) Managing Irrigation: Analyzing and Improving the Performance of Bureaucracies. New Delhi: Sage.

Usher, D. (1998) The Coase Theorem is Tautological, Incoherent or Wrong. Economics Letters 61, 3–11.

Weibull, J. (1995). Evolutionary game theory. London: MIT Press

Winter, A. (2010)Quantum mechanics: The Usefulness of Uselessness. Nature 466, 1053–1054.

Wu, H. (2010) Quantum Mechanism Helps Agents Combat “Bad” Social Choice. International Journal of Quantum Information. Vol. 9 No. 1.

Zhang, S. (2011) Quantum Strategic Game Theory. arXiv:1012.5141.