

## Capítulo 6

### **Matching y dispersión salarial en un mercado laboral multisectorial y con múltiples solicitudes**

LariViianto , Julen Berasaluce y Coralia Quintero

L.Arthur , J.Berasaluce & C.Azucena  
Universidad de Guanajuato, Lascrain de Retana 5, 36000 Guanajuato.  
lari.viianto@ugto.org

M.Ramos, F.Miranda (eds.) *Optimización-Estocástica-Recursiva-Coherente-Sistémica y sus variantes (probabilidad, econometría y estadística aplicada)*, Temas Selectos de Optimización-©ECORFAN-Santiago de Compostela, España, 2012.

## Abstract

This chapter exposes an extension of the directed search models with multiple applications, extended to a multisectorial framing where firms are heterogeneous in their production. Workers are homogeneous and choose both the type of firm they wish to apply for and the amount of applications they wish to make. Firms compete to hire workers making take-it-or-leave-it wage offers to one of the received applications and workers accept the highest received offer. As a result we obtain, endogenously, a distribution of workers between the two sectors, the search effort done in each sector, the wage offer distribution and the wage distribution for each sector, as the unemployment rate for each sector.

## 6 Introducción

Los mercados laborales son intrínsecamente más complicados que los mercados de bienes y servicios.

En los mercados laborales se establecen relaciones contractuales, normalmente de largo plazo, que implican toda una serie de relaciones tanto laborales como sociales que son mucho más complejas que las derivadas de la compra de un bien o un servicio o la adquisición de bienes de capital. Los trabajadores, como personas, son heterogéneos por antonomasia y son inseparables de sus habilidades o de las unidades de trabajo que incorporan.

De la misma manera las exigencias del trabajador respecto a su puesto de trabajo, o los beneficios que de su trabajo pueda obtener, van en realidad mucho más allá del simple salario ofrecido a cambio de su trabajo. A eso podemos incluir la falta de existencia de un mercado propiamente dicho, lo cual implica toda una serie de procesos de búsqueda y contratación que no están presentes en otros mercados.

Estas fricciones que existen en el mercado laboral y que normalmente no están presentes en otros mercados se reflejan en lo que conocemos como procesos de matching, que manifiestan los problemas relacionados con encontrar el trabajo o el trabajador correctos en forma de una función que expresa la probabilidad que tenemos de localizar un trabajador/trabajo adecuado.

En gran parte de la literatura sobre el mercado laboral, en especial la literatura macroeconómica, se consideran estas funciones como algo exógeno que describe la probabilidad de encontrar empleo como una función de la cantidad de trabajadores sobre la cantidad de puestos a cubrir, conocido normalmente como estrechez de mercado (Petrongolo y Pissarides (2001) para un resumen extenso de los modelos usados en la literatura).

En estos modelos la búsqueda en sí no suele estar representada, la búsqueda no es direccional y no se analiza el esfuerzo de búsqueda que deciden los individuos.

Dentro de la literatura microeconómica se ha trabajado en modelos que describen este proceso de búsqueda y endogeneizan las probabilidades como una función que emana de las decisiones que toman los individuos y empresas.

Los primeros avances en ese sentido son los trabajos referentes a los juegos de bola y urna realizados a finales de los 70 (Butters (1977), Hall (1979), Pissarides (1979)).

Se trata de un modelo sencillo y elegante, donde cada puesto vacante está descrito como una urna, y las solicitudes que realizan los desempleados están descritas como una bola, siendo homogéneos tanto los trabajadores como las empresas.

Cada desempleado manda una solicitud de empleo a una empresa, depositando una bola en una urna, pero de forma anónima, sin que el resto de trabajadores pueda observar esta acción, creándose por lo tanto un problema de coordinación entre los desempleados.

Cada empresa que ha recibido al menos una solicitud escoge una de manera aleatoria y contrata al desempleado en cuestión, descartándose el resto de solicitudes de forma que existe la posibilidad de que coexistan desempleados conjuntamente con puestos de trabajo sin ocupar. De esta manera se endogeneiza la función probabilística de matching.

Durante los 90 estos modelos fueron ampliados para explicar diferencias de salario (Montgomery (1991), Lang (1991), Blanchard y Diamond (1994)).

Sin embargo estos modelos aún no incluyen de manera convincente el esfuerzo que realizan los agentes en su búsqueda, pues a lo sumo se realiza una solicitud, quedando el esfuerzo limitado a una expresión probabilística entre realizar o no dicha solicitud. Albrecht, Gautier y Vroman (2003), así como Albrecht, Sen, Gautier y Vroman (2004), construyen un modelo donde los desempleados pueden enviar múltiples solicitudes, solucionando de manera endógena la función de probabilidades relacionada con el esfuerzo de búsqueda, entendido como la realización de múltiples solicitudes de trabajo.

Esto implica que un determinado desempleado podría recibir más de una oferta diferente, proveniente de solicitudes, y por tanto de empresas diferentes. Dentro de este escenario, el proceso de negociación salarial cobra muchísima importancia, pues dependiendo del mecanismo se llegarán a diferentes distribuciones de las ofertas salariales. Albrecht, Gautier y Vroman (2006) proponen un mecanismo de negociación ex-post, donde las empresas ofrecen el salario de reserva, pero en el caso de que un individuo reciba más de una oferta se inicia un proceso de negociación a la Bertrand que acabará en una oferta salarial equivalente al valor de la producción que generará el trabajador.

Esto produce una distribución salarial concentrada en dos valores extremos, ya sea el salario mínimo en el caso de que el desempleado reciba una única oferta, o el valor de su producción total en el caso de recibir dos o más ofertas.

En este modelo, el número de aplicaciones, o sea, el esfuerzo de búsqueda, es exógeno y, hasta cierto punto, la existencia del proceso de negociación implica que las empresas tienen un conocimiento fehaciente sobre la existencia de ofertas por parte de otras empresas, puesto que en caso contrario sería óptimo para el trabajador desempleado pretender que estas ofertas existen. Gautier y Moraga-González (2004) proponen un sistema de negociación salarial alternativo, sin un proceso de negociación posterior.

Las empresas en este caso harían una única oferta a los trabajadores desempleados, del tipo take-it-or-leave-it, y el trabajador aceptaría la mejor oferta de entre las que haya recibido, siempre que sea mayor al salario de reserva. Esta variación en el proceso de negociación salarial implica que ex-ante las empresas tienen que decidir su oferta salarial, teniendo en cuenta que se exponen a ser rechazados si se recibe una oferta mayor. A grandes rasgos esto es similar a una subasta de primer precio a sobre cerrado con un número aleatorio de participantes.

El equilibrio para las empresas resulta ser una distribución probabilística continua de ofertas que oscilan entre el salario de reserva y un valor que es inferior a la producción total generada por el trabajador.

Este modelo no requiere de supuestos sobre el conocimiento de las empresas sobre otras ofertas recibidas y como resultado genera una distribución salarial continua, la cual parece más plausible. Asimismo, el modelo permite calcular de manera endógena el esfuerzo de búsqueda, es decir, el número de solicitudes enviadas, y medir el valor de la externalidad que los desempleados se generan entre sí al realizar sus solicitudes.

Viianto (2010) expandió esta modelación a un caso aun más general en el cual existen subsiguientes rondas de contratación en el caso de que una empresa vea su oferta rechazada en su primer intento, generándose así diferencias ex-post entre las empresas, ex-ante idénticas, en función del número de solicitudes recibidas, puesto que determinan el número de rondas en las que una empresa puede realizar ofertas.

En este capítulo extenderemos el modelo presentado en Gautier y Moraga-González (2004) a un escenario donde las empresas sean heterogéneas; en concreto que sean heterogéneas en el valor de la producción que un empleado puede generar, de forma que diferenciaremos las empresas en empresas de alta productividad y de baja productividad.

Por simplicidad, se utilizarán solo dos tipos de empresas, pero los resultados son extensibles a un número discreto de empresas siempre que se cumplan las condiciones establecidas en el modelo. Los trabajadores son homogéneos inicialmente y pueden trabajar en ambas empresas sin restricciones. Sin embargo deberán decidir inicialmente a que tipo de empresas quieren enviar sus solicitudes, diferenciándose así de manera endógena.

Como en equilibrio el beneficio esperado de solicitar empleo en un grupo u otro de empresas es idéntico, el individuo es indiferente entre escoger entre uno y otro grupo.

Este supuesto es una simplificación con el fin de evitar las complejidades que surgen si empresas que son heterogéneas compiten entre sí, puesto que impide utilizar los supuestos de simetría que facilitan el poder establecer un equilibrio.

Esto es equiparable a una situación en la que, los trabajadores ex-ante idénticos toman una decisión previa sobre su carrera laboral, como puede ser el proceso de formación o los estudios, que normalmente limitarán los sectores a los que uno puede acceder. Una vez que los desempleados han decidido a qué grupo de empresas mandar sus solicitudes, son libres de mandar cualquier número de las mismas, a un determinado coste por solicitud.

Las empresas con puestos vacantes recolectan estas solicitudes y en caso de haber recibido alguna, toman una de manera aleatoria y le mandan a ese desempleado una oferta salarial del tipo take-it-or-leave-it. Los desempleados reciben estas ofertas y, de entre ellas, aceptan la que les ofrezca un salario mayor, siempre que sea mayor que el salario de reserva.

Un ejercicio similar al que exponemos está realizado en Gautier y Moraga-González (2009), solo que en su caso se utilizó el modelo de negociación salarial ex-post expuesto en Albrecht, Gautier, Vroman (2006).

## 6.2 El Modelo

Consideremos una economía donde  $N$  agentes homogéneos están buscando un trabajo y  $V$  empresas no homogéneas ofrecen un puesto de trabajo por cada empresa.

Una proporción  $q$  de las empresas ofrecen trabajos de alta productividad, mientras que el restante ofrecen trabajos de baja productividad.  $N$ ,  $V$  y  $q$  son parámetros exógenos al modelo y conocidos para todos los participantes del modelo, además de ser suficientemente grandes. Tanto  $V$  como  $N$  han de ser suficientemente grandes como para permitir las simplificaciones que consideraremos a la hora de calcular probabilidades.

Los trabajadores, los cuales, como hemos mencionado, son *ex-ante* idénticos, se dividen aleatoriamente entre aquellos que solo van a participar en el mercado de trabajos de alta productividad, que constituirán una proporción  $p$  del total, y aquéllos que solo participarán en el mercado de trabajos de baja productividad.  $p$  es una variable endógena del modelo, que será solucionada igualando el beneficio esperado en los dos mercados.  $p$  puede ser considerada un equilibrio en estrategias mixtas por parte de un agente que decide en qué mercado buscar trabajo. Cada petición de trabajo realizada le genera un costo  $c$  al agente.

Cuando todas las peticiones de trabajo han sido realizadas, las empresas que reciben al menos una petición eligen una aleatoriamente, puesto que todas son idénticas, y realizan una oferta salarial  $W$ . Nótese que el valor de  $W$  y la identidad del trabajador seleccionado son información privada. Cada uno de los trabajadores reúne las ofertas recibidas y acepta la mayor de ellas, siempre y cuando la misma supere su salario de reserva  $\underline{w}$ .

En caso de que varias ofertas salariales máximas fueran iguales, el agente tomaría cualquiera de ellas aleatoriamente. Una oferta aceptada genera una conexión, de tal manera que el puesto es ocupado. Cada puesto ocupado genera un valor de producción de  $P_H$  para la empresa de alta productividad y de  $P_L$  para la empresa de baja productividad, donde

$$P_H > P_L. \quad (6.1)$$

En el presente modelo no permitiremos que los agentes se puedan coordinar en el número de solicitudes de trabajo enviadas, ni en la identidad de las empresas a las que mandan su petición. De igual manera, tampoco permitiremos que las empresas puedan coordinarse en la identidad de los agentes a quienes realizan una oferta de contrato, o en la cuantía de la oferta realizada.

Analizaremos un equilibrio simétrico en el que los agentes iguales se comportan de manera idéntica; es decir, las empresas de una determinada productividad se comportarán igual y los trabajadores, una vez decidan en qué sector van a buscar trabajo, se comportarán de manera idéntica entre sí.

Para ello, resolveremos las probabilidades que determinan la frecuencia relativa de las conexiones, para después obtener las decisiones óptimas de los agentes mediante inducción hacia atrás. Así, obtendremos la oferta salarial óptima de las empresas, el número de solicitudes de trabajo de los agentes, la proporción  $p$  que iguala el beneficio esperado entre los dos mercados y, por último, las características de cada uno de los mercados para el  $p$  de equilibrio.

Cabe resaltar que el proceso para obtener las funciones de distribución y la probabilidad de conexión son idénticas a lo establecido en Gautier y Moraga-González (2004) y la aportación se limita a la comparación entre sectores con distinta productividad y el establecimiento de la proporción de equilibrio de trabajadores en cada uno de ellos, lo cual es relevante para explicar las diferencias intersectoriales.

### 6.2.1. Construcción probabilística

En un equilibrio simétrico los agentes participantes en un mismo sector  $j$ , donde  $j \in \{H, L\}$ , realizarán un número de solicitudes  $S_j$ . El número de puestos en cada uno de los sectores está dado por  $V_j$ , donde

$$V_H = qV, \quad (6.2)$$

$$V_L = (1 - q)V. \quad (6.3)$$

Cada empresa del sector  $j$ , tiene una probabilidad  $S_j/V_j$  de recibir una solicitud de trabajo de un trabajador determinado y una probabilidad  $(1 - S_j/V_j)$  de no recibirla. Si denominamos  $N_j$  el total de trabajadores de cada sector, por lo anteriormente descrito,

$$N_H = pN, \quad (6.4)$$

$$N_L = (1 - p)N. \quad (6.5)$$

Por lo tanto, una empresa del sector  $j$  no recibirá petición de trabajo alguna con probabilidad  $(1 - S_j/V_j)^{N_j}$  y, en consecuencia, recibirá al menos una petición con probabilidad  $1 - (1 - S_j/V_j)^{N_j}$ , la probabilidad de que una petición fructifique en el sector  $j$  es

$$O_j(S_j, V_j, N_j) = \frac{V_j \left(1 - (1 - S_j/V_j)^{N_j}\right)}{S_j N_j}, \quad (6.6)$$

Misma que para una  $N_j$  suficientemente grande puede ser aproximada por:

$$O_j(S_j, \theta_j) = \frac{\theta_j \left(1 - e^{-S_j/\theta_j}\right)}{S_j}, \quad (6.7)$$

Donde  $\theta_j = V_j/N_j$  describe la estrechez del mercado.

De manera similar, cada agente que realiza  $S_j$  solicitudes de trabajo en el sector  $j$  tiene una probabilidad  $1 - (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j}$  de recibir al menos una oferta salarial. Puesto que cada agente con al menos una oferta salarial superior a su salario de reserva genera una conexión y, como veremos a continuación, todas las ofertas salariales son superiores al salario de reserva, el número total de conexiones es:

$$m_j(S_j, \theta_j) = N_j (1 - (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j}). \quad (6.8)$$

### 6.2.2. Oferta salarial de las empresas

Las empresas realizan una única oferta salarial a una de las solicitudes recibidas de manera aleatoria. Cada empresa anticipará el número de solicitudes realizadas, además del comportamiento del resto de empresas, y seleccionará el salario,  $\Omega_{w_j}$ , que ofrece el mayor beneficio esperado,

$$\Omega_{w_j} = \arg. \max. \{ (P_j - W_j) F_j(W_j) \}, \quad (6.9)$$

Donde  $(P_j - W_j)$  es el beneficio cuando la oferta salarial es  $W_j$  y  $F_j(W_j)$  es la probabilidad de que tal oferta salarial sea aceptada por un agente en el sector  $j$ .

Una agente aceptará una oferta salarial si y solo si ésta es la máxima oferta salarial recibida. Ello implica que  $F_j(W_j)$  es equivalente a la función de distribución acumulativa de la mayor oferta recibida por el resto de empresas. Dado que en el equilibrio simétrico las empresas eligen su oferta salarial de manera *ex-ante* idéntica dentro de cada sector, aunque el número del resto de ofertas sea desconocido,  $F_j(W_j)$  puede ser construido para obtener el beneficio esperado de una oferta salarial. Para ello, consideraremos que el espacio de estrategias de una empresa del sector  $j$  es  $B_j(W_j)$ , donde  $B_j(W_j)$  representa cualquier función de distribución sobre  $\Omega_{w_j}$ .

De esta manera podemos construir  $F_j(W_j)$  como:

$$F_j(w_j \leq W_j) = (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j-1} + \sum_{i=1}^{S_j-1} \binom{S_j-1}{i} O_j(S_j, \theta_j)^i (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j-1-i} B_j(w_j \leq W_j)^i, \quad (6.10)$$

Si  $B_j(W_j)$  es continua en  $w_j$ , o como:

$$F_j(w_j \leq W_j) = F_j(w_j < W_j) + \sum_{i=1}^{S_j-1} \frac{1}{i} \binom{S_j-1}{i} O_j(S_j, \theta_j)^i (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j-1-i} B_j(w_j = W_j)^i, \quad (6.11)$$

Si  $B_j(W_j)$  presenta una discontinuidad en  $w_j$ .

Nótese la equivalencia del problema con una subasta de primer precio a sobre cerrado donde el número de pujadores es desconocido pero es inferior a  $S_j$  y donde todos los pujadores valoran de manera idéntica el bien.

**Lema 6.1.** Cualquier oferta salarial ha de ser igual o mayor al salario de reserva  $\underline{w}$  y menor o igual al valor productivo del sector correspondiente  $P_j$ .

**Prueba.** Cualquier oferta salarial fuera del rango definido genera beneficios negativos y, en consecuencia, están dominados por la oferta salarial de reserva. #

**Lema 6.2.** La distribución  $B_j(W_j)$  no puede tener ninguna discontinuidad y, por lo tanto,  $F_j(W_j)$  tiene una única discontinuidad en el salario de reserva en cualquiera de los dos sectores, debido a la probabilidad de que un trabajador no reciba ninguna oferta.

**Prueba.** Si  $B_j(W_j)$  presenta una discontinuidad para un valor salarial, ese valor no pertenece a  $\Omega_{W_j}$ . Una oferta infinitesimalmente mayor genera un beneficio mayor, puesto que la discontinuidad en  $F_j(W_j)$  incrementa notoriamente la probabilidad de aceptación. #

Estos dos resultados implican que  $F_j(W_j)$  está dada por la expresión de la ecuación (6.10), la cual es equivalente a:

$$F_j(W_j) = ((1 - O_j(S_j, \theta_j)) + O_j(S_j, \theta_j)B_j(W_j))^{S_j-1}. \quad (6.12)$$

También implica que la probabilidad de que una empresa realice una oferta salarial específica es igual a 0, esto es,  $B_j(w_j = W_j) = 0$ .

**Lema 6.3.** La oferta salarial más baja es el salario de reserva y la probabilidad de ser aceptado es igual a la probabilidad de que sea la única oferta para ese trabajador.

**Prueba.** Si el salario de reserva no fuera la oferta más baja, la probabilidad de aceptación para la oferta más baja y para el salario de reserva serían equivalentes. Dado que  $B_j(w_j = \underline{w}) = 0$ , el salario de reserva solo es aceptado si no existe ninguna otra oferta.

Este último lema implica que:

$$F_j(\underline{w}) = (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j-1}. \quad (6.13)$$

**Lema 6.4.** La mayor oferta salarial  $\bar{w}_j$  ha de ser igual a  $P_j - (P_j - \underline{w})(1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j-1}$ .

**Prueba.** El beneficio esperado es constante para todos los salarios en el conjunto  $\Omega_{W_j}$ . El mayor salario tiene la seguridad de ser aceptado y genera un beneficio  $(P_j - \bar{w})$ . Este beneficio ha de ser igual a  $(P_j - \bar{w})(1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j-1}$ , el beneficio esperado al ofrecer el salario de reserva  $\underline{w}$ . #

**Lema 6.5.** Si todas las empresas de un mismo sector emplean la misma distribución de ofertas salariales, entonces el dominio de  $B_j(W_j)$  ha de coincidir con el de  $\Omega_{W_j}$ , ha de ser convexo, compacto e incluir más de un valor.

**Prueba.** Las empresas de un sector  $j$  realizan ofertas salariales del conjunto  $\Omega_{W_j}$ . Como las empresas son indiferentes entre todas las ofertas de este conjunto, pueden hacerlas de varios subconjuntos de  $\Omega_{W_j}$ . Todas las empresas de un sector  $j$  han de otorgar una probabilidad positiva a todos los salarios de  $\Omega_{W_j}$ .

Esto es cierto, puesto que si  $\Omega_{W_j}$  contiene más de un valor,  $(P_j - W_j)F_j(W_j)$  ha de ser idéntico para todos ellos. Como  $F_j(W_j)$  no sufre de ninguna discontinuidad para valores superiores a  $\underline{w}$ ,  $\Omega_{W_j}$  ha de ser convexo. Si hubiera dos subconjuntos diferentes, cualquier valor intermedio los dominaría, puesto que tendrían la misma probabilidad de ser aceptados que el valor más bajo del conjunto superior y generarían mayor beneficio. Por lo tanto,  $F_j(W_j)$  y  $B_j(W_j)$  han de ser estrictamente crecientes para todos los valores en  $\Omega_{W_j}$ .



El conjunto es compacto puesto que las ofertas salariales no pueden ser menores que  $\underline{w}$ , ni mayores que  $\bar{w}$ , estando los dos valores incluidos en el conjunto. El conjunto es convexo, acotado y cerrado, por lo que es compacto. Asimismo, el conjunto no puede estar constituido por un solo punto puesto que una oferta salarial infinitesimalmente superior generaría beneficios superiores.

Por lo tanto,  $\Omega_{w_j}$  es un conjunto convexo donde:

$$(P_j - W_{ij})F_j(W_{ij}) = (P_j - W_{kj})F_j(W_{kj}) \quad \forall W_{ij}, W_{kj} \in \Omega_{w_j}. \quad (6.14)$$

Como  $\underline{w} \in \Omega_{w_j}$  y  $F_j(\underline{w}) = (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{s_j-1}$ , entonces:

$$F_j(W_j) = \frac{P_j - \underline{w}}{P_j - W_j} (1 - O_j(S_j, \theta_j)) \quad \text{para } W_j \in [\underline{w}, \bar{w}]. \quad (6.15)$$

Si combinamos las ecuaciones (15) y (13),  $B_j(W_j)$  puede reescribirse como

$$B_j(W_j) = \frac{(1 - O_j(S_j, \theta_j))}{O_j(S_j, \theta_j)} \left( \left( \frac{P_j - \underline{w}}{P_j - W_j} \right)^{\frac{1}{s_j-1}} - 1 \right). \quad (6.16)$$

De esta manera, el comportamiento de cada empresa está caracterizado sobre una función de distribución continua sobre  $\Omega_{w_j}$ . Por lo tanto, el salario de cada trabajador tiene una dispersión que varía para cada sector  $j$ , pero que es idéntica para los trabajadores participantes en cada sector.

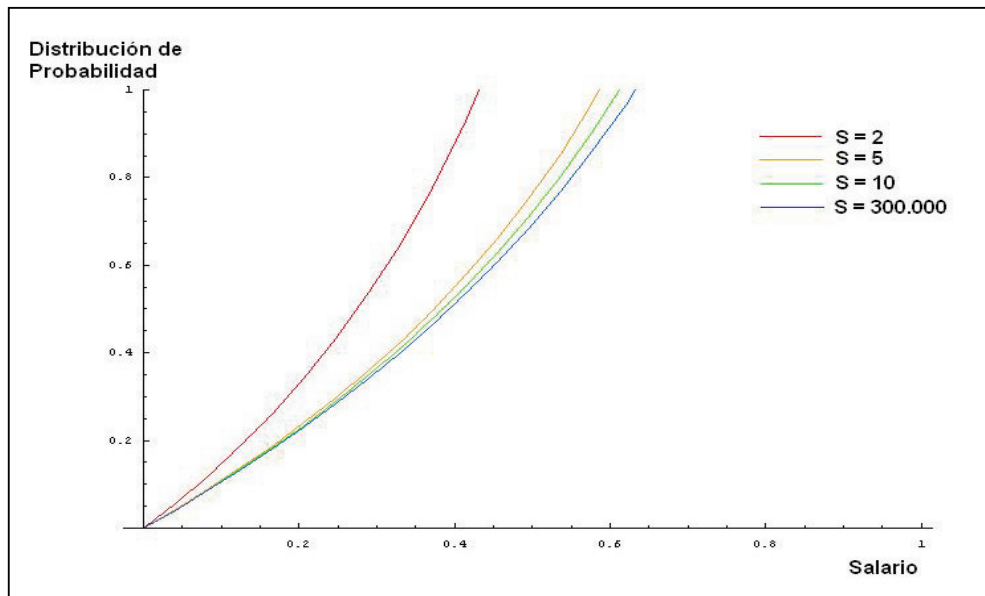
Las empresas reaccionan al número de solicitudes que los agentes envían. Si los agentes tan solo enviaran una petición, las empresas no tendrían incentivo alguno para ofrecerles nada más allá de su salario de reserva, en cualquiera de los dos sectores, independientemente de la productividad de cada uno. Un incremento del número de solicitudes traslada la distribución de ofertas salariales hacia la derecha, es decir se aumenta la probabilidad de recibir salarios mayores. De hecho una distribución salarial para un determinado número de solicitudes domina estocásticamente a todas aquellas distribuciones salariales para un menor número de solicitudes. En el límite la distribución de ofertas salariales converge a:

$$\lim_{s_j \rightarrow \infty} B_j(W_j) = \frac{1}{\theta_j} \ln \left( \frac{P_j - \underline{w}}{P_j - W_j} \right) \quad \text{para } W_j \in [\underline{w}, \bar{w}_j]. \quad (6.17)$$

Si los agentes enviaran un número de solicitudes infinito la probabilidad de recibir una petición se puede expresar mediante una distribución Poisson. Sin embargo, como veremos a continuación no es óptimo para los agentes enviar un número infinito de solicitudes.

Consideremos los siguientes ejemplos, para observar las distribuciones de las ofertas salariales óptimas en los respectivos sectores.

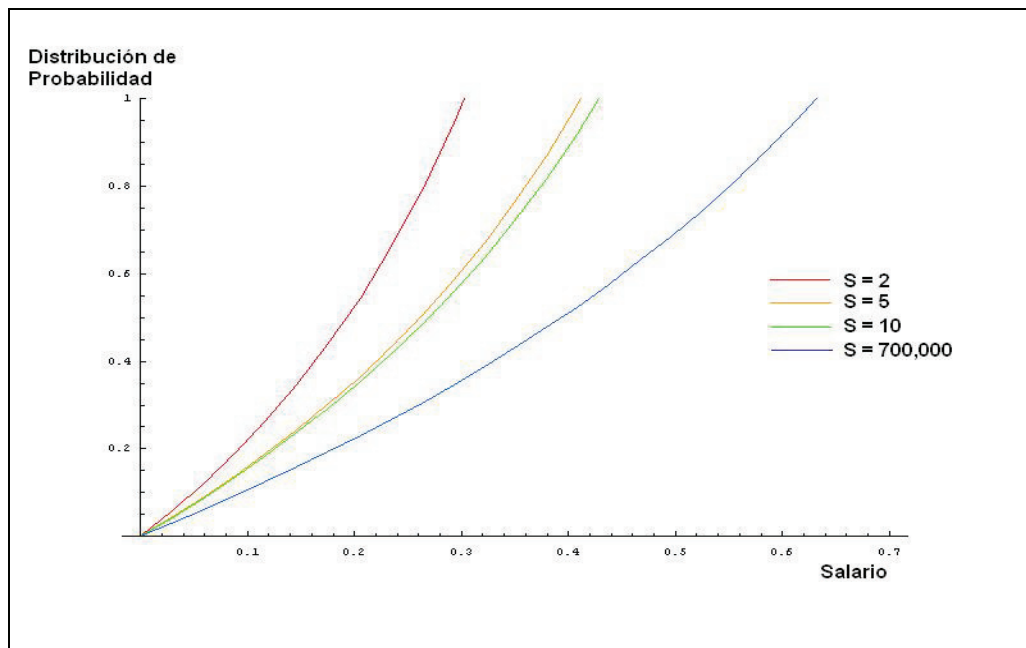
**Gráfico 6.1** Distribución para la oferta salarial óptima en el sector de alta productividad ( $P_H = 1$ ) para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $p=q=0.3$  y  $\underline{w} = 0$



Fuente: Elaboración propia.

Por otro lado, la distribución de las ofertas salariales de una empresa de baja productividad en la que la producción del trabajador fuera de 0.7 unidades y considerando que el 70% de los trabajadores se mantuviera en este sector estaría dada por el siguiente gráfico, donde se mantienen los colores de las curvas para el mismo número de solicitudes que en el anterior gráfico.

**Gráfico 6.2** Distribución para la oferta salarial óptima en el sector de baja productividad ( $P_L = 0.7$ ) para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $p=q=0.3$  y  $\underline{w} = 0$



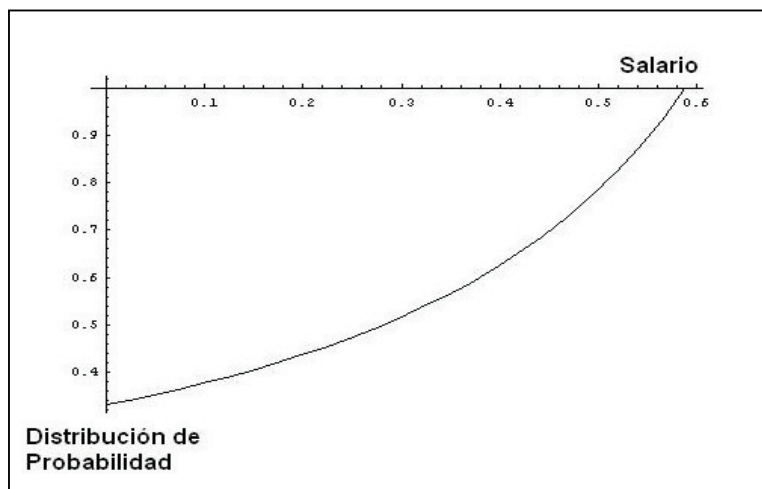
Fuente: Elaboración propia.

Como podemos observar, las distribuciones en el sector de baja productividad tienen un menor peso en los valores altos.

La mayor diferencia entre las distribuciones respectivas de 10 solicitudes de empleo y el número de solicitudes máxima se debe a dos factores: primero el número de solicitudes máxima es distinto en este ejemplo, puesto que la proporción de trabajadores en cada sector dista de ser idéntica.

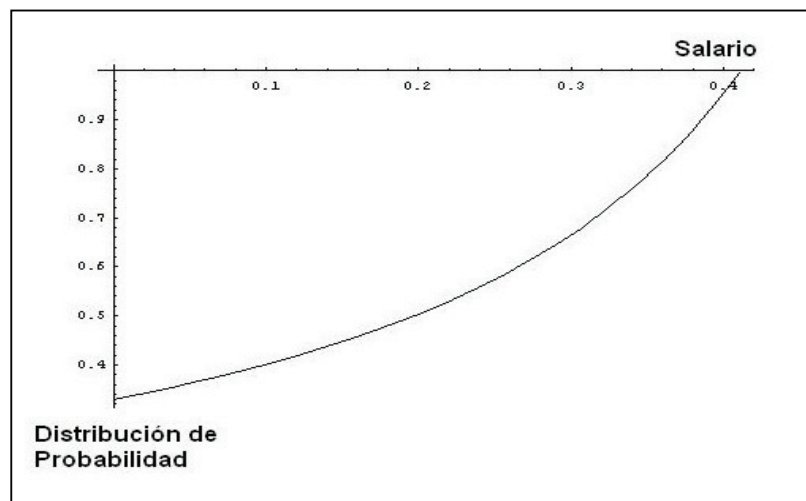
Pero además, el salto entre 10 solicitudes y el máximo es más importante en el sector de baja productividad, dado que como  $q = 0.3$ , hay más empresas a las que realizar solicitudes en ese sector. Asimismo, podemos expresar gráficamente la función de distribución del salario más alto percibido por un agente para unos valores específicos.

**Gráfico 3.** Distribución para la oferta salarial máxima recibida en el sector de alta productividad ( $P_H = 1$ ) para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $p=q=0.3$ ;  $S_H = 5$  y  $\underline{w} = 0$



Fuente: Elaboración propia.

**Gráfico 4.** Distribución para la oferta salarial máxima recibida en el sector de baja productividad ( $P_L = 0.7$ ) para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $p=q=0.3$ ;  $S_L = 5$  y  $\underline{w} = 0$



Fuente: Elaboración propia.

Obsérvese que la mayor oferta recibida se distribuye en salarios más bajos para el sector menos productivo.

No obstante, el número de solicitudes consideradas puede no ser óptimo, y se ha de considerar una proporción de trabajadores en cada sector de equilibrio, es decir, que iguale los salarios esperados entre los sectores; cuestiones que se resolverán en la próxima sección.

### 6.2.3. Esfuerzo de búsqueda

Como ya hemos explicado, la primera decisión que toman los agentes es en qué sector participar, con base en una estrategia mixta  $p$ , estableciéndose como equilibrio aquella  $p$  que iguale el beneficio esperado entre los dos sectores.

Una vez en el agente se ubica en un sector  $j$ , maximiza su beneficio esperado de acuerdo con  $s_j$ . Los agentes observan la estrechez del sector correspondiente,  $\theta_j$ , y ofrecen su comportamiento óptimo en respuesta al número de solicitudes añadidas que ocurren en ese sector  $\bar{s}_j$ .

Las empresas realizan ofertas salariales con base en  $B_j(W_j)$ , que está relacionado con  $\bar{s}_j$ . Como los agentes están interesados en la oferta salarial más alta que reciban, calcularemos  $H_j(W_j)$ , la función de distribución acumulativa de la mayor oferta recibida, la cual puede simplificarse a:

$$F_j(W_j) = ((1 - O_j(\bar{s}_j, \theta_j)) + O_j(\bar{s}_j, \theta_j)B_j(W_j))^{s_j} - (1 - O_j(\bar{s}_j, \theta_j))^{s_j}. \quad (6.18)$$

Si tenemos en cuenta que los agentes en caso de no recibir ninguna oferta de las empresas obtendrían su salario de reserva y sustituimos  $B_j(W_j)$ , podemos obtener la función de distribución acumulativa asociada a un número  $s_j$  de solicitudes, que es:

$$R_j(W_j) = ((1 - O_j(\bar{s}_j, \theta_j))^{s_j} \left( \frac{P_j - w}{P_j - W_j} \right)^{\frac{s_j}{\bar{s}_j - 1}}). \quad (6.19)$$

De esta manera podemos obtener la función de densidad de la mayor oferta salarial percibida por un agente, esto es

$$r_j(W_j) = \frac{s_j}{\bar{s}_j - 1} ((1 - O_j(\bar{s}_j, \theta_j))^{s_j} \left( \frac{P_j - w}{P_j - W_j} \right)^{\frac{s_j}{\bar{s}_j - 1}} \frac{1}{P_j - W_j}). \quad (6.20)$$

Por lo tanto, el problema de un agente es:

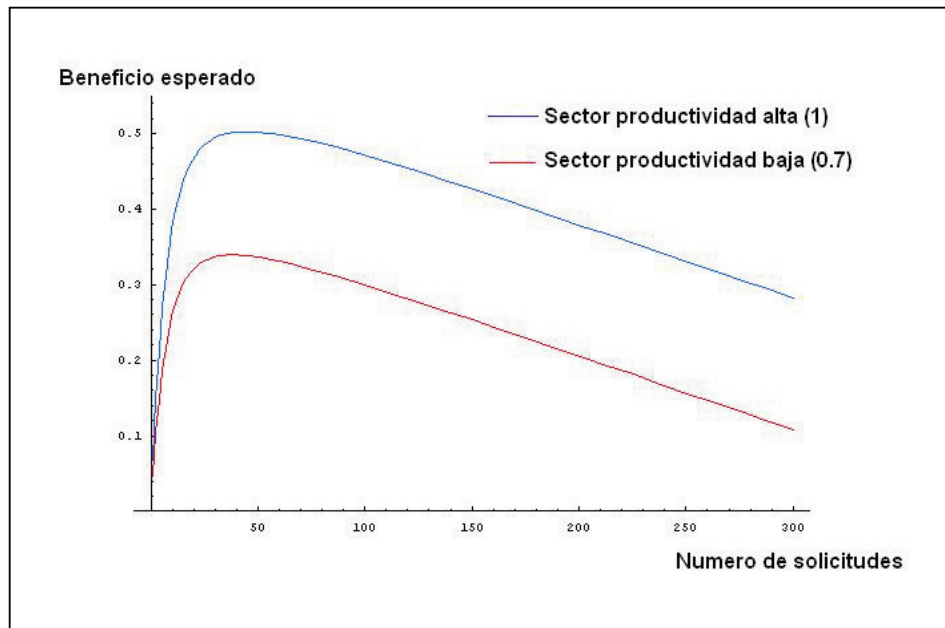
$$\text{Max}_{s_j} \int_{\underline{w}}^{P_j - (P_j - w)(1 - O_j(\bar{s}_j, \theta_j))^{\bar{s}_j - 1}} W_j r(W_j) dW_j - S_j c, \quad (6.21)$$

Que puede ser reescrito como:

$$\text{Max}_{S_j} \left( P_j - \frac{S_j(P_j - \underline{w})(1 - O_j(\bar{S}_j, \theta_j))^{\bar{S}_j - 1} - ((\bar{S}_j - 1)P_j - S_j \underline{w})(1 - O_j(\bar{S}_j, \theta_j))^{\bar{S}_j - 1}}{1 + S_j - \bar{S}_j} \right) - S_j c. \quad (6.22)$$

A modo de ejemplo podemos ofrecer una representación gráfica de la función objetivo de este problema de maximización para cada uno de los sectores considerados.

**Gráfico 6.5** Beneficio esperado del trabajador en cada sector para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $p=q=0.3$ ;  $\bar{S}_j=5$ ,  $c=0.001$  y  $\underline{w}=0$



Fuente: Elaboración propia.

En este gráfico podemos observar que, para cualquiera de los dos sectores considerados, la función objetivo presenta un máximo global.

A pesar de que no se muestra el gráfico para un número de solicitudes mayor de 300, el beneficio esperado continúa decreciente con respecto al número de solicitudes.

Para un número de trabajadores equivalente al número de empresas de cada sector, dada la más beneficiosa distribución salarial para los trabajadores en el sector de alta productividad, los trabajadores realizan un número mayor de solicitudes en dicho sector.

De este problema podemos extraer la condición de primer orden y la condición de simetría dentro de cada sector ( $S_j = \bar{S}_j$ ) y obtenemos:

$$(S_j - 1) \left( (1 - O_j(S_j, \theta_j))^{S_j} \left( \frac{(P_j - \underline{w}) O_j(S_j, \theta_j)}{1 - O_j(S_j, \theta_j)} - \left( P_j - \underline{w} \frac{S_j}{S_j} \right) - \left( \ln((1 - O_j(S_j, \theta_j))^{-1}) \right) \right) \right) = c. \quad (6.23)$$

Esta condición, para la cual no podemos ofrecer una solución algebraica, puede ser fácilmente solucionada mediante el empleo de software de cálculo.

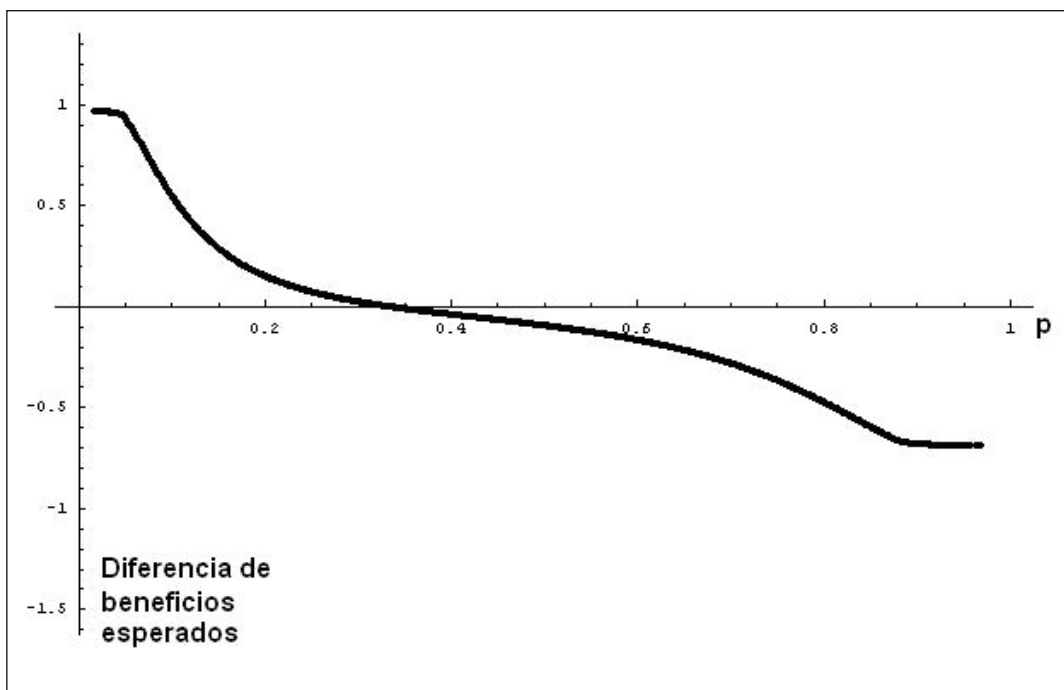
Hemos procedido de esta manera para computar el número óptimo de solicitudes, mismo que depende de la proporción de trabajadores en cada sector.

Una mayor proporción de trabajadores en un sector incrementa la competencia en el mismo y permite a las empresas ofrecer distribuciones salariales con un menor peso en sus valores más altos.

Una vez computa el equilibrio para cada sector se puede establecer su relación con la proporción ( $p$ ) de trabajadores que decidirán realizar sus solicitudes en el sector de alta productividad.

Para que esta proporción sea, en equilibrio, menor que 1, es necesario que la productividad total en el sector de baja productividad, menos el costo de realizar dos solicitudes, sea mayor que el beneficio esperado de los trabajadores en el sector de alta productividad en el caso de que  $p$  sea igual a 1.

**Gráfico 6.6** Diferencia entre el beneficio esperado recibido en el número de solicitudes óptimas en el sector de alta productividad y el de baja para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $q=0.3$ ;  $c=0.001$  y  $\underline{w}=0$ .



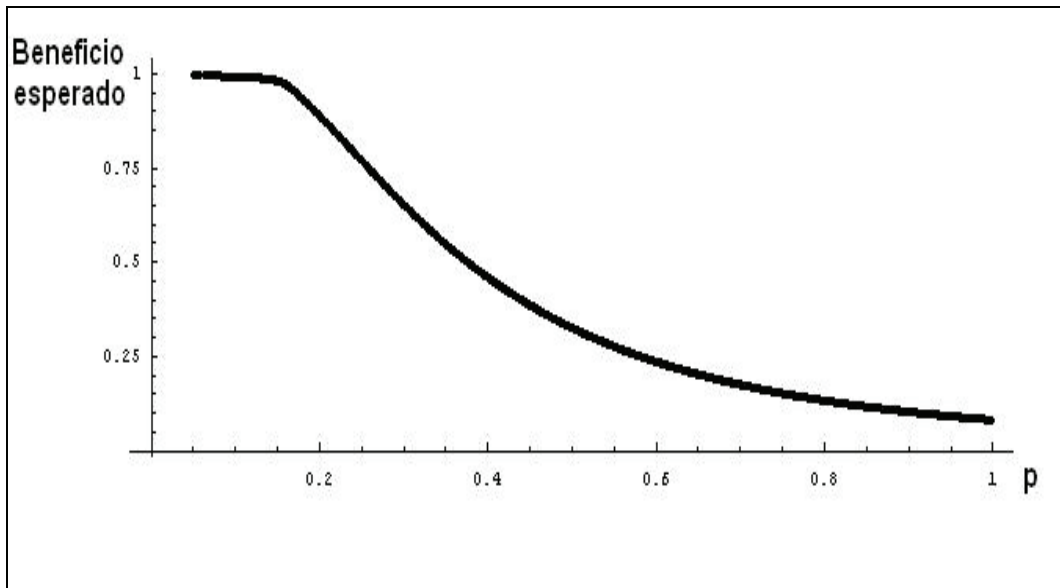
Fuente: Elaboración propia.

Como podemos observar en caso de que el número de trabajadores en el sector de alta productividad es suficientemente bajo, valores menores de  $p$ , el beneficio esperado en el óptimo simétrico es superior en dicho sector.

Por el contrario si el número de trabajadores en el sector de alta productividad es alto, valores mayores de  $p$ , entonces la competencia en ese sector es relativamente mayor que en el sector de baja productividad y la diferencia en beneficio esperado resulta favorable a este último sector.

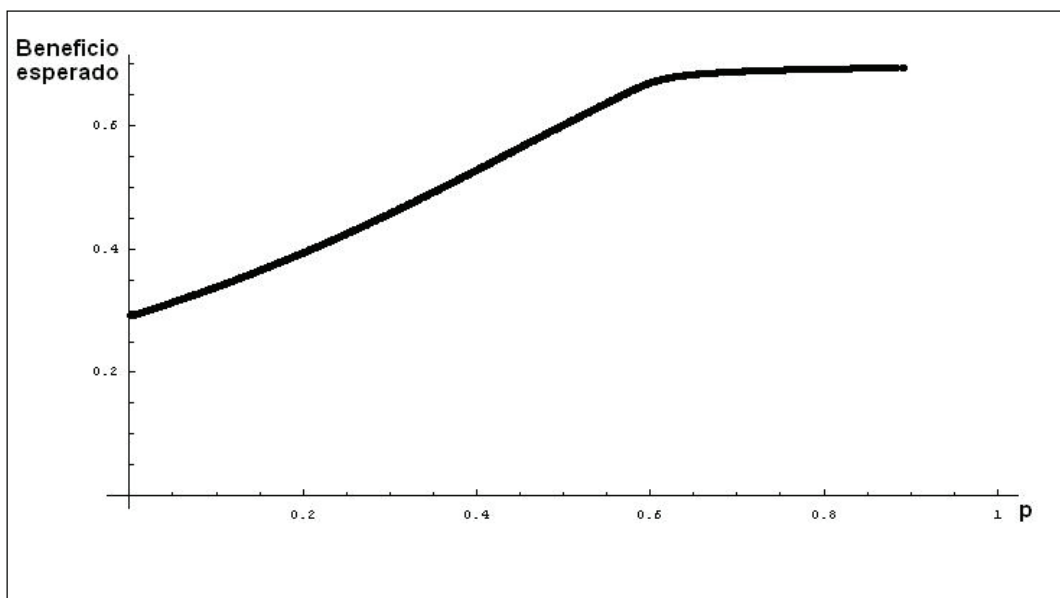
De lo anterior, podemos acotar los valores y establecer que la proporción para la cual los beneficios esperados son iguales entre sectores es cercana al 33.35% de trabajadores en el sector productivo, manteniéndose el resto en el sector menos productivo. El gráfico 6.6 es el resultante de la comparación entre los valores que presentamos a continuación, el beneficio esperado del trabajador, en su decisión óptima y simétrica, en el sector de alta y baja productividad respectivamente.

**Gráfico 6.7** Beneficio esperado recibido en el número de solicitudes óptimas en el sector de alta productividad  $P_H = 1$  para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $q=0.3$ ;  $c=0.001$  y  $\underline{w} = 0$



Fuente: Elaboración propia.

**Gráfico 6.8** Beneficio esperado recibido en el número de solicitudes óptimas en el sector de baja productividad  $P_L = 0.7$  para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $q=0.3$ ;  $c=0.001$  y  $\underline{w} = 0$



Fuente: Elaboración propia.

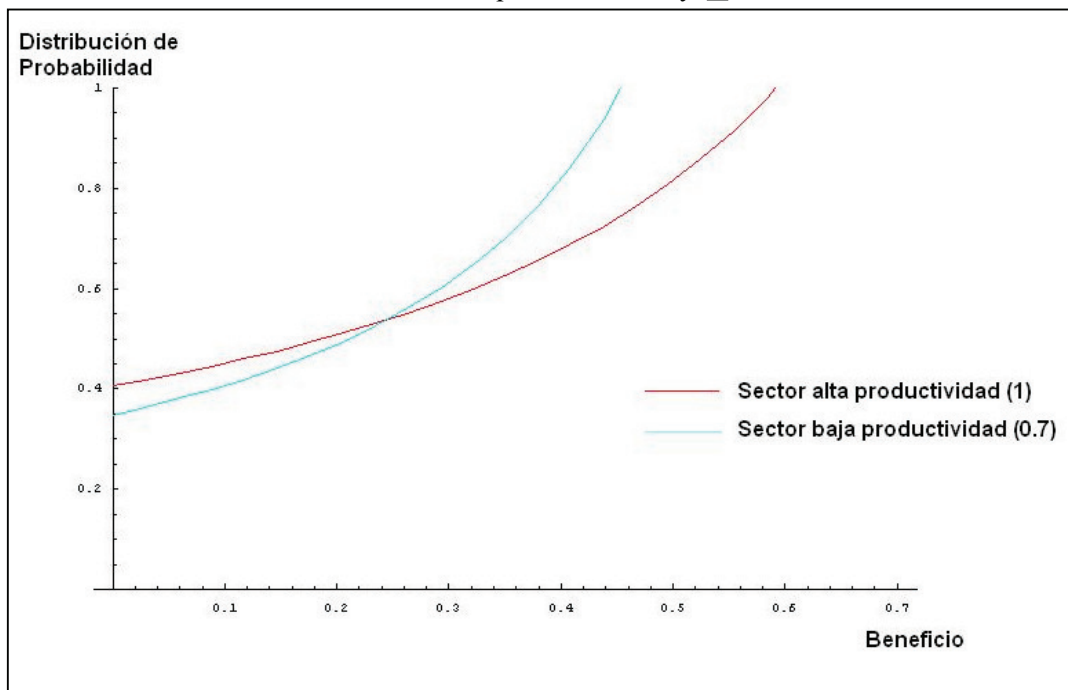
Adviértase cómo el beneficio esperado en cada uno de los dos sectores es mayor cuanto menor es el número de trabajadores en el sector correspondiente: menor  $p$  en el caso del sector de alta productividad, mayor  $p$  en el caso del sector de baja productividad.

Los trabajadores incrementan su presencia relativa respecto al número de empresas en el sector más productivo, puesto que para un mismo número de solicitudes, como hemos visto, la distribución del beneficio les es más favorable.

Sin embargo, este incremento de su presencia implica que la competencia en el sector de baja productividad sea menor y, por lo tanto, sea más sencillo encontrar trabajo.

Este hecho es notorio si comparamos la distribución de probabilidad del beneficio en cada sector para los valores de equilibrio obtenidos.

**Gráfico 6.9** Distribución del beneficio en el equilibrio de ambos sectores para  $N=1,000,000$ ;  $V=1,000,000$ ;  $q=0.3$ ;  $c=0.001$  y  $\underline{w}=0$



Fuente: Elaboración propia.

En el gráfico 6.9 podemos observar los cortes de cada función de distribución con el eje de ordenadas, que presentan el porcentaje de desempleo en cada sector.

Por lo tanto, el sector de mayor productividad sufre de un mayor porcentaje de desempleo e, incluso, un mayor porcentaje de trabajadores en el sector (teniendo en cuenta los desempleados) con un beneficio relativamente bajo.

Sin embargo, como podemos ver en el gráfico también existen mejores oportunidades salariales en el sector de alta productividad.



Asimismo podemos constatar que no existe una relación de dominio estocástico entre las distribuciones.

Si bien las distribuciones son diferentes el beneficio esperado en ambos sectores es idéntico por condición de equilibrio, de forma que los efectos de las variables anteriormente mencionadas se compensan entre sí.

### 6.3 Conclusiones

En este capítulo, mediante la construcción de un modelo de matching endógenamente estocástico, basado en el trabajo de Gautier y Moraga-González, podemos exponer un mecanismo de selección y negociación salarial, mediante el cual los trabajadores ex-ante idénticos se distribuyen en dos mercados laborales con características diferentes, aunque retornos esperados idénticos en equilibrio.

Es perfectamente plausible observar índices de desempleo dispares entre sectores, sin que eso implique una decisión subóptima por parte del trabajador ni heterogeneidad en los mismos.

La diferencia entre sectores es igualmente relevante en la distribución del retorno, como en la distribución salarial, de forma que es factible encontrar trabajadores en el sector menos productivo que cobren un salario superior a algunos de los trabajadores del sector más productivo.

### Referencias

Albrecht, J. W., Gautier, P. A., Vroman, S. B., (2003), "Matching with multiple applications", *Economics Letters*, Vol. 78, pp. 67-70.

Albrecht, J. W., Gautier, P. A., Vroman, S. B., (2006), "Equilibrium directed search with multiple applications", *Review of Economic Studies*, Vol. 73, pp. 869-891.

Albrecht, J. W. Tan, S. Gautier, P. A. Vroman, S. B., (2004), "Matching with multiple applications revisited", *Economics Letters*, *Economics Letters*, Vol. 84, pp. 311-314.

Blanchard, O. J., Diamond, P., (1994), "Ranking, unemployment duration, and wages", *Review of Economic Studies*, Vol. 61, pp. 417-434.

Butters, G., (1977), "Equilibrium distribution of sales and advertising prices", *Review of Economic Studies*, Vol. 44, pp. 461-491.

Gautier, P. A., Moraga Gonzalez, J. L., (2004), "Strategic wage setting and coordination frictions with multiple applications", *Tinbergen Institute discussion paper 2004-063/1*, pp. 48.

Gautier, P. A., Wolthoff, R. P. (2009), "Simultaneous search with heterogeneous firms and ex-post competition", *Labour Economics*, Vol. 16, pp. 311-319.

Hall, R., (1979), "A theory of the natural unemployment rate and the duration of unemployment", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 5, pp. 153-169.

Lang, K. (1991), "Persistent wage dispersion and involuntary unemployment", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, 181-202.

Montgomery, J. D., (1991), "Equilibrium wage dispersion and interindustry wage differentials", *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 106, pp. 163-179.

Petrongolo, B., Pissarides, C. A., (2001), "Looking into the black box: A survey of the matching function", *Journal of Economic Literature*, Vol. 39, pp. 390-431.

Pissarides, C. A., (1979), "Job matching with state employment agencies and random search", Vol. 89, pp. 818-833.

Viianto, L. A. (2010), "Wage bargaining in a multiple application search model with recall", *Universidad de Guanajuato, Department of Economics and Finance Working Papers EC201001*.