Capítulo 4

Corrección de los sesgos de agregación en el convencional índice de DIVISIA para la medida de la productividad: Una aplicación para el caso de la minería española

Xosé Rodríguez & Pilar González

X.Rodríguez & P.González
Universidad de Santiago de Compostela, Departamento de Economía Cuantitativa, Avda. Burgo das Nacións, s/n.15782 Santiago de Compostela, España.
xoseanton.rodriguez@usc.es

M.Ramos, F.Miranda (eds.) *Optimización-Estocástica-Recursiva-Coherente-Sistémica y sus variantes (probabilidad, econometría y estadística aplicada),* Temas Selectos de Optimización-©ECORFAN-Santiago de Compostela, España, 2012.

Abstract

The main goal of this paper is to illustrate, in a methodological and empirical way, the necessity of adjusting or correcting the aggregation biases –which are due to the so-called output (or market) effect and price effect- in the decomposition equation of the conventional Divisia index for the measurement of productivity where there exists no competitive equilibrium in the good and factor markets in the long run.

The empirical results show that the estimated aggregation biases condition significantly the evolution of the productivity in the case of the Spanish mining industry. In this sector, the absence of correction of such biases implies a substantial underestimation of its growth.

4 Introducción

Al elaborar índices con la finalidad de medir la evolución de la productividad, los procedimientos de agregación que se utilizan en los mismos se convierten en cuestiones principales, pues de ellos dependen los resultados de la descomposición de dichos índices y la representación adecuada de la realidad productiva que se pretende explicar.

El índice de Divisia es un indicador ampliamente utilizado en el análisis de la productividad ya desde la publicación del trabajo pionero de Solow (1957), en el que demuestra que bajo determinados supuestos este índice es el instrumento adecuado para expresar lo se denomina "cambio tecnológico".

El índice de Divisia podemos definirlo como una media ponderada de tasas de crecimiento, en la que las ponderaciones son las participaciones en el valor total de las correspondientes componentes. En un contexto productivo en el que existen diversidad de inputs (x_i y w_i, cantidad y precio del input i-ésimo) y de productos (q_j y p_j, cantidad y precio del output j-ésimo), las tasas de variación del output y del input agregados se pueden expresar utilizando el tradicional índice de Divisia[38].

Una vez obtenidas las variaciones de los agregados del input y del output, y dado que defiimos el índice de productividad total de los factores como $\mathrm{PTF} = Q/F$, la tasa de crecimiento o variación de dicho índice se obtiene como $\hat{T}FP = \hat{Q} - \hat{F}$, que también se denomina índice de Divisia de la productividad total de los factores.

Dado que este índice lo que representa son las variaciones del output agregado que no se deben a las variaciones del input agregado, resulta de vital importancia el descomponer dicha diferencia (residuo) entre los principales factores o fuentes que lo determinan o explican.

Ello es posible relacionando el índice de referencia con la teoría de la producción (coste). Partiendo de una función genérica de producción Q=f(x_1, x_2,..., x_n, t) o de su dual de costes C=g(w_1, w_2,..., w_n,Q,t) -en las cuales(x_i) y (w_i) representan, respectivamente, las cantidades y los precios de los factores productivos, (Q) el nivel de producción y (t) la variable tecnológica.

[38] Para el caso del output se obtendría como siendo la tasa de crecimiento o variación del output agregado; los ingresos totales y la tasa de crecimiento del output j-ésimo. De forma similar se define el índice de Divisia para la agregación del input: donde es la tasa de crecimiento o variación del input agregado; es el coste total y es la tasa de crecimiento del input i-ésimo.

Bajo los supuestos de rendimientos constantes a escala y equilibrio competitivo en el mercado de los productos e inputs y efectuando las derivaciones totales respecto al tiempo (reorganizando los términos), se demuestra (para más detalle ver Rodríguez, 1995a) que $\hat{T}FP = -\hat{B} = \hat{A} = \hat{Q} - \hat{F}$, representando $\hat{A} = \partial \ln f / \partial t$ los desplazamientos en la función de producción a través del tiempo, también llamado habitualmente "cambio técnico", y $\hat{B} = \frac{1}{C}\frac{\delta g}{\delta t}$ los cambios o desplazamientos en la función de costes.

Analizando el planteamiento expuesto, la pregunta surge de inmediato, ¿qué ocurre cuando los supuestos de referencia no se cumplen?.

La respuesta parece obvia: los avances técnicos no pueden explicar por si solos la evolución de la productividad, es decir, el residual de productividad también se debe a otros componentes. Además, el incumplimiento de dichas hipótesis también puede condicionar el procedimiento de agregación y, por tanto, la definición del propio índice.

En este trabajo se plantea cómo el incumplimiento de la hipótesis de equilibrio competitivo condiciona la propia definición del índice de Divisia (el procedimiento de agregación de los factores productivos y de las producciones diversas) y, consecuentemente, los resultados de la descomposición del mismo.

Mas concretamente, este estudio se enmarca dentro de la línea de investigación de trabajos como los de Denny, Fuss y Waverman (1981), Bauer (1990) o Morrison (1992), pero corrigiendo los sesgos de agregación debidos a los efectos precios y mercados en la ecuación de descomposición de dicho índice.

Desde el punto de vista empírico, si se pretende cuantificar la evolución de la PTF mediante el tradicional índice de Divisia a partir de la suma de sus condicionantes (los cuales se determinan en la correspondiente ecuación de descomposición) es preciso corregir dicho índice teniendo en cuenta los sesgos de agregación de los inputs y de las producciones.

Si no se ajusta, por tanto el índice de referencia, y se calcula el valor del mismo como suma de sus componentes en la ecuación de descomposición, la cuantía resultante no mide adecuadamente la evolución de la productividad total.

El trabajo se organiza de la siguiente forma. En el apartado 4.2 se plantea un proceso genérico y flexible de descomposición del índice de Divisia. En el apartado 4.3 se ajusta o corrige dicho índice; en el 4.4 de ilustra a nivel empírico los procedimientos de descomposición y ajuste; y el trabajo concluye destacando a modo de conclusiones los resultados más relevantes.

4.2 Procedimiento de descomposición del usual índice de divisia de la productividad

Para diseñar un método genérico y flexible (que no esté sujeto a importantes restricciones o hipótesis) de descomposición del índice de referencia, mediante el cual se pueda ofrecer una medida lo más completa posible de la productividad global, deben tenerse en cuenta que las situaciones de ajuste instantáneo (principalmente debido que los inputs pueden presentar rigideces de adaptabilidad).

Con el consiguiente equilibrio permanente a largo plazo, son poco frecuentes; mientras que lo habitual es encontrar contextos de desequilibrio a largo plazo o equilibrio temporal, en los cuales la capacidad de utilización de los recursos no es la óptima.

Además, lo más habitual es que los distintos mercados presentan importantes imperfecciones, en el sentido de que raras veces coincide el precio que se paga por los factores productivos y por los productos con sus respectivos costes marginales.

Por otra parte, los procesos productivos que manifiestan rendimientos constantes a escala son infrecuentes y que lo más normal es que existan economías de escala o deseconomías.

Para desarrollar el procedimiento de descomposición de puede partir de una función de producción genérica que represente las posibilidades de elaboración de un vector de outputs Q'= ($q_1, q_2, ..., q_m$) generados a partir de los (n) inputs, con el estado de la tecnología (t):

$$Q' = f(x_1, x_2, ..., x_r, x_{r+1}, x_{r+2}, ..., x_n, t) \tag{4.1}$$

En la que se diferencian los inputs variables ($x_1, ..., x_r$) -aquellos que pueden presentar un ajuste rápido ante las nuevas circunstancias productivas- y los inputs cuasi-fijos ($x_{r+1}, ..., x_n$) que pueden ofrecer rigideces a la hora de adaptarse a las variantes características productivas en el corto plazo.

Si la función de producción expresada en (4.1) satisface ciertas condiciones de regularidad (Lau, 1976) y las empresas pretenden minimizar sus costes de elaboración, dados los precios de los factores variables, existe una función de costes variable, dual de la primera, que recoge la principal información sobre la tecnología de producción en estudio, con la siguiente especificación genérica:

$$CV = h\,(w_1, w_2, ..., w_r, x_{r+1}, x_{r+2}, ..., x_n, q_1, q_2, ..., q_m, t) \tag{4.2}$$

Siendo $w_1, w_2, ..., w_r$ los precios de los inputs variables de $x_1, x_2, ..., x_r$.

Dados los costes variables, representados en la formulación anterior, se puede definir una función de costes total como:

$$C = CF + CV \tag{4.3}$$

Donde $CF = \sum_{i=r+1}^{n} w_i\ x_i$ representa los costes fijos o cuasi-fijos.

Efectuando la derivación total de (4.3) respecto al tiempo, dividiendo la ecuación resultante entre (C) y reorganizando los términos se obtiene la siguiente expresión:

$$\hat{B} = \hat{C} - \sum_{i=1}^{n} \frac{X_i\ W_i}{C}\ \hat{W}_i - \sum_{i=r+1}^{n} \left(W_i - Z_i\right) \frac{X_i}{C}\ \hat{X}_i - \sum_{j=1}^{m} \varepsilon_{C\ q_j}\, \hat{q}_j \tag{4.4}$$

O su expresión equivalente:

$$\hat{B} = \hat{F} - \sum_{i=r+1}^{n} \left(W_i - Z_i\right) \frac{X_i}{C}\, \hat{X}_i - \sum_{j=1}^{m} \varepsilon_{C\ q_j}\ \hat{q}_j \tag{4.5}$$

Donde $\hat{B} = \frac{1}{C} \cdot \frac{\delta h}{\delta t}$ es la elasticidad del coste total respecto al tiempo y representa, la ya mencionada, medida dual de $\hat{A}$ y $\frac{\delta h}{\delta X_i} = -Z_i$ es el valor o precio sombra del input cuasi-fijo *i*-ésimo.

Teniendo en cuenta la definición del índice de Divisia ($T\hat{F}P = \hat{Q} - \hat{F}$), el método de agregación del output (en el cual la tasa de crecimiento de cada producto se pondera según su participación en el valor de la producción total) y siempre que no se cumpla que $\frac{\delta C}{\delta q_j} = P_j \ , \forall_j$,en el comportamiento de Q se introduce (mediante el valor de p_j) lo que se puede denominar "efecto mercado", el cual pasa a formar parte de la tasa residual $T\hat{F}P$.

Una forma alternativa de definir el crecimiento del output, considerando el coste (pues parece coherente afirmar que la participación de cada output en el coste de producción puede ser una medida más adecuada desde el punto de vista de la productividad que su participación en los ingresos totales), consiste en utilizar, como ponderación del crecimiento de los distintos productos, las elasticidades de coste (las elasticidades de cada uno de los outputs en relación a la suma de las elasticidades de todos ellos), de manera que se puede expresar $\hat{Q}$ como:

$$\hat{Q}^C = \sum_j \left[\frac{\varepsilon_{C\,q_j}}{\sum_j \varepsilon_{C\,q_j}} \right] \hat{q}_j = \left[\sum_j \varepsilon_{C\,q_j} \hat{q}_j \right] \left[\sum_j \varepsilon_{C\,q_j} \right]^{-1} \tag{4.6}$$

Si se despeja $\sum_j \varepsilon_{C\,q_j} \hat{q}_j$ en la ecuación anterior, se sustituye en (4.5), se tiene en cuenta que la tasa de variación de la productividad total se define como $T\hat{F}P = Q^y - F$ (a Q se le pone el superíndice (y) para indicar que la ponderación que se considera es la de participación del valor de cada output en los ingresos totales).

Se tiene en cuenta la relación de la elasticidad coste-producciones a corto plazo y los rendimientos a escala globales y el nivel de la capacidad de utilización económica[39], se obtiene la siguiente expresión para la descomposición de $T\hat{F}P$:

[39] Siguiendo la propuesta de De la Fuente (1999) y Boscá, Escribá y Murgui (2002), en el esquema metodológico que planteamos (de producciones múltiples y diversidad de inputs variables y cuasi-fijos) podemos relacionar la elasticidad coste-produción con la capacidad de utilización y con los rendimientos globales a escala de la siguiente forma: $\sum_j \varepsilon_{cq_j} = \frac{CU}{RS}$, siendo $RS = \sum_j \sum_i \varepsilon_{q_j x_i}$ y $CU = S_{x_1} + ... + S_{x_r} + S^*_{x_{r+1}} + ... + S^*_{x_n}$, donde S_{x_i} y $S^*_{x_i}$ son respectivamente las participaciones observadas de los inputs variables en el coste total y las participaciones sombra de los inputs cuasi-fijos en el coste total.

$$T\hat{F}P = -\hat{B} + \sum_{i=r+1}^{n} \left(Z_i - W_i\right) \frac{X_i}{C} \hat{X}_i + \left(1 - \frac{CU}{RS}\right) \hat{Q}^C + \left(\hat{Q}^Y - \hat{Q}^C\right)$$

[a] *[b]* *[c]* *[d]* (4.7)

De modo que la evolución de $T\hat{F}P$ queda determinada por el comportamiento de cuatro factores fundamentales:

Medida dual de $\hat{A}$, que pretende recoger los avances en la tecnología desde la vertiente del coste (AT).

Representa los efectos globales (de ajuste y de utilización no óptima de los factores productivos) de una situación de desequilibrio a largo plazo o equilibrio temporal (EGDE).

En un contexto de equilibrio competitivo se cumple que W_i=Z_i para todo i=r+1, r+2,..., n, es decir, el precio o valor sombra coincide con el coste explícito o precio de mercado, de manera que el término [b] se anula.

Fuera de esta situación para cualquiera de los inputs cuasi-fijos no tiene porque darse la igualdad de referencia y, por tanto, habrá que considerar los efectos del desequilibrio.

Recoge los posibles efectos de escala (EE) sobre la evolución de la productividad total.

Al existir factores productivos que pueden presentar rigideces de adaptación en el corto plazo es posible que las empresas no operen con el nivel de capacidad económica óptima (pueden subestimar o sobrestimar dicha capacidad), circunstancia que hay que tener en cuenta mediante (CU) en la medida de los posibles efectos de escala.

Cuando existan rendimientos constantes a escala (RS=1) y la capacidad económica que se use sea la óptima (CU=1), este componente se anulará.

Este componente puede denominar "efecto mercado"(EM) y se debe a la no coincidencia entre los precios y los costes marginales o la no existencia de aumentos uniformes de los precios sobre los costes marginales, pues si se cumple que $(\delta C / \delta q_j) = p_j$ par todo j, entonces resulta que $\hat{Q}^c = \hat{Q}^y$ y, por consiguiente, no existe el mencionado "efecto mercado".

Igualmente se anulará el componente (d) en el caso, también infrecuente, de que los precios diverjan de los costes marginales de forma uniforme para todos los outputs, es decir, $p_j = \alpha \frac{\delta c}{\delta q_j}$ para todo j, siendo (α) cualquier constante.

4.3 Ajuste del índice de divisia para la medida de la productividad

Analizando el subapartado anterior, se aprecia que, en caso de producciones múltiples, la tasa de variación de la productividad global se puede descomponer en un cuarto efecto que se debe a la forma en cómo se agregan las producciones diversas, es el llamado "efecto mercado".

Por tanto, como éste pensamos que es consecuencia de un defecto de agregación en el sentido de que la importancia de cada output en el mercado puede no representar adecuadamente su participación en el proceso productivo, desvirtúa en cierta proporción la medida de las variaciones en la productividad total.

Un razonamiento similar se pude hacer para el caso de los factores productivos. En una situación de equilibrio competitivo a largo plazo en el ámbito de los factores productivos, el valor de la productividad marginal de los inputs se iguala a sus respectivos precios y costes marginales, lo que es lo mismo que decir que las elasticidades coste de dichos inputs están adecuadamente representadas por sus respectivas participaciones en el coste $\varepsilon_{cx_i} = \frac{\delta \ln c}{\delta \ln x_i} = \frac{w_i x_i}{C} = S_i$ para $\forall\, i = 1, 2........n$ y la definición $\hat{F} = \sum_i S_i \hat{X}_i$ de las variaciones en el agregado de los factores productivos sería correcta.

Fuera de una situación de equilibrio competitivo, la utilización de las participaciones en los costes como ponderación de las variaciones en los respectivos factores productivos puede sesgar la cuantificación de la evolución de la productividad en la medida en que los costes marginales de los inputs no coinciden con sus precios de mercado (efecto precio).

La definición habitual del índice de Divisia $T\hat{F}P = \hat{Q} - \hat{F}$ se fundamente en un situación de equilibrio competitivo en la cual la tasa de variación del coste total se debe a las tasas de variación de los precios de los factores y de sus cantidades, ambas ponderadas por la participación del coste de cada input en el coste total; y esta tasa de variación del coste se iguala con las tasas de variación del valor de la producción que, a su vez, se explica por las tasas de variación de los precios y de las cantidades de los outputs, ambas ponderadas por la participación del valor de cada producto respecto al valor de la producción total:

$$\sum_i \frac{w_i\ x_i}{C}\ \hat{w}_i + \underbrace{\sum_i \frac{w_i\ x_i}{C}\ \hat{x}_i}_{\hat{F}} = \underbrace{\sum_j \frac{p_j\ q_j}{Y}\ \hat{q}_j}_{\hat{Q}} + \sum_j \frac{p_j\ q_j}{Y}\ \hat{p}_j \tag{4.8}$$

La igualdad anterior contiene los índices agregados de la cantidad del input $(\hat{F})$ y del output $(\hat{Q})$ y refleja una situación de equilibrio competitivo a largo plazo en la que no existen ni beneficios ni pérdidas y, por consiguiente, $\frac{\delta\ c}{\delta\ q_j} = p_j$, para $\forall j$, y donde $\frac{\delta C}{\delta x_i} = w_i \quad \forall i$.

Si no se cumplen estas condiciones (lo más habitual) la igualdad de referencia (4.8) no es correcta y, consecuentemente, ello afecta de forma principal a la agregación de las producciones $(\hat{Q})$[40] y de los factores productivos $(\hat{F})$ que pueden estar sesgadas por las condiciones de mercado (los precios no representan adecuadamente los costes marginales), pues como afirma Lipsey (1981) haciendo referencia al mercado de las producciones, "la relación entre el ingreso y el output no es la misma para todas las empresas. Depende del grado de competencia que la empresa tiene que afrontar". En efecto, la situación del mercado puede influir en la curva de demanda (precio) o de ingresos a la que las empresas, con sus respectivos productos, se enfrentan.

[40] Resulta fácil de demostrar que no se producirá dicho efecto en el caso, poco frecuente, de que la divergencia entre precio y coste marginal sea uniforme para todos los productos.

El razonamiento anterior sugiere que es necesario ajustar la ecuación de descomposición (4.7) teniendo en cuenta (4.6), de modo que el componente [d] de (4.7) desaparece al agregar las producciones ponderando según la elasticidad coste de cada output respecto a la elasticidad total:

$$T\hat{F}P^* = \hat{Q}^C - \hat{F} = -\hat{B} + \sum_{i=r+1}^{n} (Z_i - W_i)\frac{X_i}{C}\hat{X}_i + \left(1 - \frac{CU}{RS}\right)\hat{Q}^C \tag{4.9}$$

La descomposición que recoge en (4.9) se puede completar realizando un planteamiento similar para el caso de los factores productivos. Es decir, fuera de una situación de equilibrio competitivo las participaciones en el coste de los distintos inputs puede que no representen adecuadamente sus correspondientes elasticidades de costes y, por tanto, parece más adecuado ponderar la agregación de los inputs en términos de estas últimas (la variación en la utilización de cada factor productivo se pondera según la participación de su elasticidad coste en la elasticidad coste total):

$$\hat{F}^C = \sum_i \left[\frac{\varepsilon_{c\,x_i}}{\sum_i \varepsilon_{c\,x_i}}\right]\hat{x}_i \tag{4.10}$$

De modo que si se considera la definición anterior en la ecuación (4.9) se obtiene un nuevo ajuste del índice de Divisia ($T\hat{F}P^{**} = \hat{Q}^c - \hat{F}^c$), en la que se tiene en cuenta adicionalmente la posible divergencia entre el coste marginal de los factores y sus precios de mercado (el efecto precio):

$$T\hat{F}P^{**} = -\hat{B} + \sum_{i=r+1}^{n}\left(Z_i - \frac{\delta C}{\delta x_i}\right)\frac{X_i}{C}\hat{X}_i + \left(1 - \frac{CU}{RS}\right)\hat{Q}^C + \sum_{i=1}^{n}\left(\varepsilon_{cx_i} - S_i\right)\hat{F}^C \tag{4.11}$$

En la ecuación (4.11) se descompone el crecimiento de la productividad total en cuatro elementos principales: el que representa los posibles avances técnicos $(\hat{B})$; el que recoge los posibles efectos del desequilibrio ($\sum_{i=r+1}^{n}\left(Z_i - \frac{\delta C}{\delta x_i}\right)\frac{X_i}{C}\hat{X}_i$) y que diferenciamos como EGDE**; el indicador de los posibles efectos de escala $\left(1 - \frac{CU}{RS}\right)\hat{Q}^C$.

Y el cuarto componente que ilustra que cuando se corrige el índice de agregación de los inputs la ecuación es necesario incluir el elemento ($\sum_{i=1}^{n}\left(\varepsilon_{cx_i} - S_i\right)\hat{F}^C$), que también se denominar efecto precio y puede interpretarse en cierta medida como un indicador de ineficiencia asignativa (CEA) en el sentido de que muestra el efecto de no combinar adecuadamente los factores productivos para garantizar el coste mínimo (este elemento se anula en el caso de que $\frac{\partial C}{\partial X_i} = W_i$).

En una situación de equilibrio competitivo a largo plazo $\frac{\partial C}{\partial X_i} = W_i = Z_i$ y la ecuación (4.11) se convierte en una formulación de descomposición en con dos elementos: el que corresponde al cambio técnico y el que recoge los posibles efectos de escala:

$$T\hat{F}P^{**} = -\hat{B} + \left((I - \frac{1}{RS}) \right) \hat{Q}^C \qquad (4.12)$$

Si adicionalmente se asume que existen rendimientos constantes a escala la ecuación (4.11) coincide con el habitual residual de Solow $T\hat{F}P^{**} = T\hat{F}P = \hat{Q} - \hat{F} = -\hat{B}$.

Por tanto, la ecuación (4.11) recoge un procedimiento de descomposición genérico, que puede ser adecuado para estimar la evolución de la productividad (muestras temporales[41]) a partir de sus componentes para el caso de agregados económicos como pueden ser sectores o ramas productivas. En este tipo de estudios la formulación (4.11) permite considerar la existencia de economías de escala, la posibilidad de que los factores sean intrínsicamente distintos (algunos pueden presentar rigideces de adaptación) y que se actúe en contextos económicos de desequilibrio.

4. Resultados empíricos

A nivel empírico se trata de ilustra la importancia de los posibles sesgos de agregación mediante la estimación de las ecuación de descomposición 4.7 (en la que no se realiza ningún tipo de ajuste de los sesgos de agregación), de la ecuación 4.9 (en la que se corrigen los sesgos de agregación del output) y de la ecuación 4.11 (en la cual se corrigen los sesgos de agregación del output y del input). La aplicación se realiza utilizando la información estadística disponible del sector minero español, en el que se consideran tres factores productivos variables -el trabajo (L), la energía (E) y los materiales intermedios consumidos (M)-, un input cuasi-fijo -el capital (K)-, y el output que está constituido por las producciones de sus cuatro subsectores principales: de la minería energética (q_e), de la minería metálica (q_m), de la minería no metálica (q_n) y los productos de cantera(q_c).

Se parte de la siguiente función de costes variable:

$$CV= h\ (W_L, W_E, W_M, X_K, q_e, q_m, q_n, q_c, t) \qquad (4.13)$$

Donde los W_i son los precios de los factores variables y X_K es la cantidad de capital, a la que le corresponde la consiguiente función de coste total de corto plazo:

$$C= h\ (W_L, W_E, W_M, X_K, q_e, q_m, q_n, q_c\ , t) + X_K\ W_K \qquad (4.14)$$

Para la descomposición de las ecuaciones de referencia se precisa que la función de costes variable tenga una forma concreta, de modo que la estimación de sus parámetros posibiliten los cálculos de las distintas elasticidades, precios sombra y demás términos de las ecuaciones. En este trabajo se ha probado de manera alternativa con dos formas funcionales genéricas y flexibles, que han sido habitualmente utilizadas en las aplicaciones empíricas en las cuales se considera algún tipo de input cuasi-fijo. Se trata de la función de costes variable Leontief Generalizada -usada en trabajos como los de de Morrison (1988), Morrison y Schwartz (1996) o Morrison (1999) y la función de costes variable tranlog –usada entre otros trabajos en los de Brown y Christensen (1981), Berndt y Hesse (1986), Rodríguez (1995a). Coincidiendo con los resultados que se habían obtenido en estudios anteriores sobre la productividad en el sector minero español -ver Rodríguez (1995b)[42], la alternativa translog ofrece en general resultados estadísticamente más robustos y representa de una forma más adecuada la estructura de costes de una actividad que genera más de un tipo de output.

[41] En caso de trabajar con muestras con datos de corte transversal sería aconsejable incluir en la ecuación de descomposición algún componente específico que midiera la posible ineficiencia de las distintas unidades productivas.
[42] En este trabajo se ha contrastado la operatividad de las dos formas funcionales en veinte aplicaciones distintas (en diversidad de minerales y grupos de minerales) dentro del sector minero español y para el periodo 1974-1991.

Se ha especificado una la función de costes variable translog que permitiera recoger las características de la actividad en estudio, contrastar las condiciones de curvatura y reducir al máximo los posibles problemas de multicolinealidad.

En concreto, se a utilizado y seleccionado la siguiente función:

$$\ln CV = \alpha_0 + \sum_s \alpha_s \ln q_s + \sum_i \alpha_i \ln W_i + \beta_k \ln X_k + \alpha_t t + \tfrac{1}{2}\sum_i \sum_j \alpha_{ij} \ln W_i \ln W_j + \\ + \sum_i \sum_s \alpha_{is} \ln W_i \ln q_s + \sum_i \delta_{ik} \ln W_i \ln X_k + \sum_s \delta_{st} \ln q_s t + \sum_i \alpha_{it} \ln W_i t \qquad (4.15)$$

Donde i,j = (L, E, M) y s= (e, m, n, c).

Aplicando el lema de Shephard a (4.15) se pueden obtener las tres ecuaciones de participación en el coste variable ($S_i = \partial CV / \partial W_i$) para i=(L, E, M), las cuales se estiman conjuntamente con la función de costes variable.

Se han impuesto al sistema las habituales condiciones de simetría y homogeneidad de grado uno en los precios de los inputs.

Para evitar la singularidad se ha eliminado la ecuación de participación correspondiente a los materiales.

El sistema formado por las tres ecuaciones se ha sido estimado siguiendo el método ISUR (Iterative Seemingly Unrelated Regression).

La estimación se llevo a cabo utilizando datos anuales desde 1983 a 2009 para el sector minero español tomados de la Estadística Minera de España (Ministerio de Industria-Energía y Ministerio de Economía).

Los resultados, que se presentan en el anexo, son robustos como sugiere el hecho de que los parámetros son en general significativos, que la bondad del ajuste es elevada para las tres ecuaciones, que se cumplen las condiciones de curvatura de la función de costes y que sus signos son consistentes con las características del sector analizado.

Los resultados de la estimación de los modelos de descomposición que se recogen en las ecuaciones 4.7 y 4.9 se presentan en la tabla 1.

Se aprecia en esta tabla que los componentes de cambio tecnológico (AT) y de escala ofrecen una aportación media positiva al crecimiento de la productividad del 3,98% y del 3,71%, respectivamente.

Los efectos de escala positivos son consecuencia de la existencia de rendimientos crecientes a escala con un nivel de la capacidad de utilización media del orden del 0,90.

Los otros dos componentes ofrecen contribuciones negativas del 0,07% en el caso del los EGDE ($Z_k \neq W_k$) y del 4,87% para EM ($\partial C / \partial q_s \neq p_s$).

Como suma de estos cuatro elementos se obtiene un crecimiento de la productividad (ΔPTF, según la ecuación 4.7) del 2,52%.

Dado que el último componente (EM) se debe a un sesgo de agregación de las producciones, su corrección, según la ecuación 4.9, da como resultado un crecimiento medio de la productividad (ΔPTF*) mucho mayor (del 7,39%).

Tabla 4.1 Tasas de crecimiento de la productividad y de sus componentes (ecuaciones 4.7 y 4.9)

AÑOS	AT	EGDE	EE	EM	ΔPTF	ΔPTF*
1984	0,0351	-0,0011	0,0445	-0,0570	0,0214	0,0784
1985	0,0355	-0,0003	0,0359	-0,0533	0,0178	0,0712
1986	0,0369	-0,0006	0,0620	-0,0394	0,0590	0,0984
1987	0,0380	0,0033	0,0392	-0,0163	0,0642	0,0805
1988	0,0376	-0,0071	0,0561	-0,0284	0,0582	0,0866
1989	0,0380	0,0003	0,0691	-0,0010	0,1065	0,1075
1990	0,0382	-0,0010	0,0908	-0,0722	0,0558	0,1280
1991	0,0381	-0,0023	0,0383	-0,0195	0,0547	0,0742
1992	0,0387	0,0053	0,0217	-0,0111	0,0546	0,0657
1993	0,0393	0,0043	-0,0190	0,0308	0,0554	0,0246
1994	0,0391	-0,0014	0,0254	-0,0729	-0,0097	0,0631
1995	0,0393	0,0004	0,0280	-0,0637	0,0041	0,0678
1996	0,0398	0,0044	0,0014	-0,0899	-0,0443	0,0456
1997	0,0398	-0,0030	0,0181	-0,0413	0,0135	0,0548
1998	0,0404	-0,0007	0,0609	-0,0290	0,0716	0,1005
1999	0,0415	0,0039	0,0529	-0,1136	-0,0152	0,0984
2000	0,0414	-0,0007	-0,0449	0,0497	0,0455	-0,0042
2001	0,0409	-0,0041	0,0562	-0,1149	-0,0220	0,0929
2002	0,0398	-0,0024	-0,0020	-0,0590	-0,0235	0,0355
2003	0,0398	0,0002	0,0364	-0,0750	0,0014	0,0764
2004	0,0396	0,0019	0,0394	-0,0174	0,0634	0,0808
2005	0,0395	-0,0045	0,0155	-0,0570	-0,0066	0,0505
2006	0,0393	-0,0016	0,1127	-0,2060	-0,0555	0,1504
2007	0,0388	-0,0006	0,0197	-0,0105	0,0474	0,0579
2008	0,0385	-0,0004	0,0116	0,0093	0,0590	0,0497
2009	0,0380	-0,0095	0,0954	-0,1068	-0,0206	0,0862
Media	0,0389	-0,0007	0,0371	-0,0487	0,0252	0,0739

Si además del sesgo en la agregación de las producciones se corrigen también los existentes en los inputs, se obtienen los resultados que se presentan en la tabla 4.2 (ecuación 4.11).

En esta tabla se aprecia que el componente que recoge los efectos globales de desequilibrio (EGDE**) sigue siendo el que tiene una menor entidad en la explicación de las variaciones de la productividad (0,03%) pero en este caso con signo positivo ($Z_k \neq \partial C / \partial X_k$).

Por otra parte el componente de eficiencia asignativa (CEA) ofrece una contribución media positiva del 0,96% ($\partial C / \partial X_i \neq W_i$), indicando en cierta mediada una mejora temporal de este tipo de eficiencia.

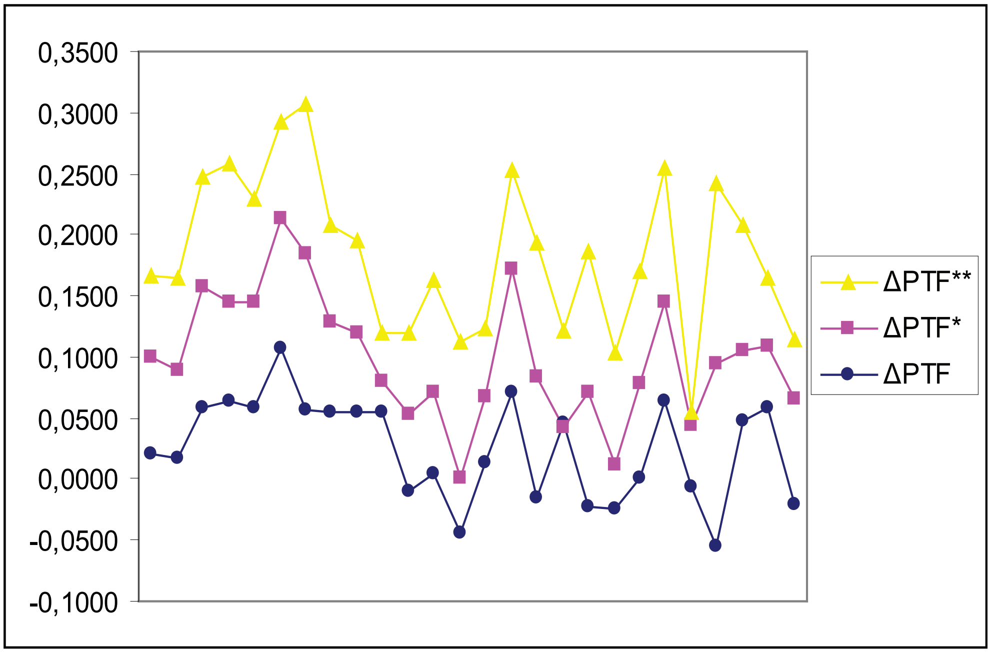
Como resultado de la corrección de los dos tipos de sesgos se obtiene aún una tasa media de crecimiento del 8,45%, tasa superior a la obtenida con ΔPTF* y muy superior a la obtenida con ΔPTF.

Tabla 4.2 Tasas de crecimiento de la productividad y de sus componentes (ecuación 4.11)

AÑOS	AT	EGDE2	EE	CEA	ΔPTF**
1984	0,0351	0,0005	0,0445	-0,0134	0,0667
1985	0,0355	0,0001	0,0359	0,0039	0,0755
1986	0,0369	0,0003	0,0620	-0,0091	0,0902
1987	0,0380	-0,0032	0,0392	0,0396	0,1136
1988	0,0376	0,0064	0,0561	-0,0151	0,0850
1989	0,0380	-0,0006	0,0691	-0,0286	0,0780
1990	0,0382	0,0012	0,0908	-0,0069	0,1233
1991	0,0381	0,0029	0,0383	0,0004	0,0797
1992	0,0387	-0,0083	0,0217	0,0236	0,0757
1993	0,0393	-0,0083	-0,0190	0,0269	0,0388
1994	0,0391	0,0026	0,0254	-0,0008	0,0663
1995	0,0393	-0,0009	0,0280	0,0249	0,0913
1996	0,0398	-0,0095	0,0014	0,0788	0,1105
1997	0,0398	0,0058	0,0181	-0,0085	0,0551
1998	0,0404	0,0014	0,0609	-0,0215	0,0812
1999	0,0415	-0,0133	0,0529	0,0295	0,1106
2000	0,0414	0,0020	-0,0449	0,0815	0,0800
2001	0,0409	0,0095	0,0562	0,0091	0,1156
2002	0,0398	0,0043	-0,0020	0,0489	0,0911
2003	0,0398	-0,0003	0,0364	0,0166	0,0925
2004	0,0396	-0,0027	0,0394	0,0336	0,1099
2005	0,0395	0,0064	0,0155	-0,0510	0,0104
2006	0,0393	0,0022	0,1127	-0,0067	0,1476
2007	0,0388	0,0007	0,0197	0,0438	0,1031
2008	0,0385	0,0004	0,0116	0,0062	0,0566
2009	0,0380	0,0094	0,0954	-0,0565	0,0486
Media	0,0389	0,0003	0,0371	0,0096	0,0845

Por último, se presenta en el gráfico 1 los efectos de la corrección de los sesgos de agregación de las distintas producciones e inputs, ilustrando como la no corrección de los mismos ocasiona una importante subvaloración del crecimiento de la productividad en el sector minero español.

Gráfico 4.1 Efectos de los sesgos de agregación



4.5. Conclusiones

En este trabajo se propone un procedimiento de descomposición genérico y flexible, que puede ser adecuado para medir el crecimiento de la productividad (muestras temporales), como suma de sus componentes principales, para el caso de agregados económicos.

Permite la existencia de producciones múltiples, de inputs que pueden ser poco flexibles a las condiciones productivas cambiantes (situaciones de desequilibrio) y la posibilidad de que no existan rendimientos constantes a escala.

Los resultados obtenidos para el caso de la minería española ponen de manifiesto que la no consideración de los posibles sesgos de agregación en las producciones y en los inputs condiciona de forma importante las estimaciones del crecimiento de la productividad.

En este caso, la no corrección de los sesgos de agregación suponen una subvaloración muy relevante del crecimiento de la productividad de casi seis puntos porcentuales (si se corrigen los sesgos de agregación la productividad crece en el periodo considerado al 8,45%, mientras que sin corregir dichos sesgos su crecimiento es del 2,52%).

Anexo Resultados de la estimación del modelo TRANSLOG

Parameters	Estimate	Std. Error	t-Statistic	Prob.
α_0	9.204930	2.460990	3.740337	0.0004
α_e	0.428230	0.067336	6.359578	0.0000
α_m	-0.196800	0.060225	-3.267754	0.0018
α_n	0.172080	0.063361	2.715864	0.0087
α_c	0.197076	0.094922	2.076202	0.0424
α_L	0.985259	0.762327	1.292436	0.2014
α_E	0.156081	0.214780	0.726704	0.4704
β_k	-0.196436	0.185516	-1.058864	0.2941
α_t	-0.037418	0.008599	-4.351257	0.0001
α_{LL}	0.138911	0.018180	7.640768	0.0000
α_{EE}	0.081275	0.005606	14.49711	0.0000
α_{LE}	-0.075416	0.005031	-14.98971	0.0000
α_{Le}	-0.044885	0.019257	-2.330853	0.0233
α_{Ee}	0.019524	0.005362	3.641397	0.0006
α_{Lm}	0.038579	0.017319	2.227512	0.0299
α_{Em}	-0.007910	0.004849	-1.631151	0.1084
α_{Ln}	-0.036847	0.017451	-2.111422	0.0391
α_{En}	0.004304	0.004907	0.877180	0.3841
α_{Lc}	0.010739	0.028325	0.379157	0.7060
α_{Ec}	0.018135	0.009528	1.903360	0.0620
δ_{Lk}	-0.020039	0.054444	-0.368068	0.7142
δ_{Ek}	-0.017228	0.015192	-1.134048	0.2615
α_{Lt}	-0.003747	0.002571	-1.457382	0.1505
α_{Et}	0.003521	0.000729	4.827943	0.0000
R-squared (lnCV=0.965365)				
R-squared (S_L=0.923945)				
R-squared (S_E=0.9987405				

Estimation Method: Iterative Seemingly Unrelated Regression. Programa: Eviews 4.1

Referencias

BAUER, P. (1990): "Decomposing TFP Growth in the Presence of Cost Inefficiency, Nonconstant Returns to Scale, and Tecchnological Progress", *The Journal of Productivity Analysis*, vol. 1, pp. 287-299.

BERNDT, E. R.; HESSE, D. (1986): "Measuring and Assessing Capacity Utilization in the Manufacturing Sector of Nine OECD Countries", *European Economic Review*, Vol. 30, Nº5.

BOSCÁ, J. E.; ESCRIBÁ, J.; MURGUI, M. J.(2002): "TFP growth in spanish regions: effects of quasi-fixed and external factors and varying capacity utilization". *Efficiency Series Paper 2002/08*. Universidad de Oviedo.

BROWN, R.S.; CHRISTENSEN, L.R. (1981): "Estimating Elasticities of Substitution in a Model of Partial Static Equilibrium: An application to U. S. Agriculture 1947 to 1974", *Modeling and Measuring Natural Resource Substitution*. Cambrige, Massachusetts: M.I.T. Press. E.R. Berndt and B. C. Fields [ed.].

DE LA FUENTE, A.(1999): “On the determinants of cost performance and the decomposition of returns to scale measures in the presence of quasi-fixed inputs. A comment on Morrison and Schwart (1996) and related work”. UAB-IAE WP 445.00

DENNY, M.; FUSS, M.; WAVERMAN, L. (1981): “The Measurement and Interpretation of Total Factor Productivity in Regulated Industries, with an Application to Canadian Telecommunications. *In Productivity Measurement in Regulated Industries*, T. G. Cowing and R.E. Stevenson (Eds), New York: Academy Press.

DIEWERT, W.E. (1971): "An Application of the Shephard Duality Theorem: A Generalized Leontief Production Function", *Journal of Political Economy*, Vol. 79, No. 3, pp. 481-507.

LAU, L.J. (1976): "A Characterizacion of the Normalized Restricted Profit Funtion", *Journal of Economic Theory*, Vol. 8, pp. 131-163.

LIPSEY, R.G. (1981): *Introducción a la economía positiva*. Barcelona: Vicens-Vives.

MCFADDEN, D. (1966): "Cost, Revenue and Profit Functions: A Cursory Review"*, Working Paper*, N86. Institute for Busines and Economic Research. University of California-Berkeley.

MCFADDEN, D. (1978): *Cost, Revenue and Profit Funtions, in Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications*. M.Fuss and D.McFadden [ed.]. North-Holland.

MINISTERIO DE INDUSTRIA-ENERGÍA Y MINISTERIO DE ECONOMÍA: E*stadística Minera de España*, 1983-2009. Ministerio de Industria y Energía; Ministerio de Economía. Madrid.

MORRISON, C. (1985): "Primal and Dual Measures of Economic Capacity Utilization: An Appication to the Productivity Measurement in the U. S. Automobile Industry ", *Journal of Business and Economics Statistics* 4, 312-324.

MORRISON, C. (1988): "Quasi-fixed inputs in U.S. and Japanese manufacturing: a Generalized Leontief restricted cost function approach ", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 70, May, pp. 275-287.

MORRISON, C. (1992): "Unraveling the Productivity Growth Slowdown in the United States, Canada and Japan: the Effects of Subequilibrium, Scale Economies and Markups", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. LXXIV, No. 3, pp. 381-393.

MORRISON, C.; SCHWARTZ, A. (1996): "State Infrastructure and Productive Performance ", *American Economic Review, 86(5)*, pp. 1095-1111.

MORRISON, C. (1999): "Scale Economy Measures and Subequilibrium Impacts”, *Journal of Productivity Analysis* 11, 55-66.

RODRÍGUEZ, X.A. (1995a):”Una propuesta metodológica para medir la productividad global”, *Estudios de Economía Aplicada*, nº 4, pp. 95-113.

RODRÍGUEZ, X.A. (1995b): *La medida de la productividad global. Análisis desagregado para la minería española durante el periodo 1974-1991*. Servicio de publicaciones de la Universidad de Santiago de Compostela.

SHEPHARD, R.W. (1953): *Cost and Production Funtions*. Princeton, NJ.: Princeton University Press.

SHEPHARD, R.W. (1970): *Theory of Cost and Production Funtions*. Princeton, NJ.: Princeton University Press.

SOLOW, R.M. (1957): "Technical Change and the Aggregate Production Function", *The Review of Economics and Statistics*, Vol. 39, No. 3, pp. 312-320.

UZAWA, H. (1964): "Duality Principles in the Theory of Cost and Production", *Internacional Economic Review*, (may), pp. 216-220.