Capítulo 16

Teoría de los sistemas de ecuaciones de demanda: el caso del *(les)* y *(eles)*:Una aplicación al consumo de los hogares en las regiones colombianas en 2008

Oscar Espinosa, Rafael Enrique y Catalina Lozano

O.Espinosa, R.Enrique & C.Lozano
Facultad de Ciencias Económicas. Universidad Nacional de Colombia.
oaespinosaa@unal.edu.co

M.Ramos, F.Miranda (eds.) *Optimización-Estocástica-Recursiva-Coherente-Sistémica y sus variantes (probabilidad, econometría y estadística aplicada),* Temas Selectos de Optimización-©ECORFAN-Santiago de Compostela, España, 2012.

Abstract

This paper aims to conduct a historical review, a theoretical analysis and an empirical application of two sets of demand equations (Linear Expenditure System, LES, and extended version ELES), this to explain the contributions of most important authors, in this topic of theory's consumer, followed by a microeconomic and econometric analysis of the conditions necessary to develop the LES and ELES.

We review some estimates from Colombia based on these models, and finally using SAS statistical software, and using the Quality of Life Survey 2008, we estimate the cost of life (poverty line) and elasticities different for 9 regions of Colombia. Among the most important application, we conclude that Bogota and San Andrés present living costs per-capita higher in the country, the groups' expenditure of food and housing is a necessary good for all regions, and the group of other fees and taxes, deductions mandatory behave as luxury goods.

16 Introducción histórica

El estudio de la demanda tal y como se concibe hoy en día inició con el reconocido modelo neoclásico de Marshall, que demostró como la demanda de los bienes depende de la utilidad que estos generan al consumidor, e incorporó la "elasticidad" como el referente del impacto del cambio de precios en el consumo (Bell y Cochrane, 1956). Luego, a inicios del siglo XX surgen los primeros estudios estadísticos de la demanda con autores como Workin, Shultz y Frisch con la implementación de metodologías como el análisis gráfico, mínimos cuadrados ordinarios y ecuaciones simultáneas, que inicialmente buscaban explicar los mercados básicos como el mercado agrario[102], manufacturero, etc. Otro avance significativo fue el intento de Moore de combinar la teoría económica con las técnicas estadísticas para estimar los coeficientes de la función de demanda (Anido, 1998).

Luego, surgieron propuestas más significativas y sólidas como los inicios del sistema lineal de gastos -LES, por sus siglas en inglés- (y por ende su versión extendida -ELES-) que se remontan a los profesores Klein y Rubin (1947-48), quienes se proponen como objetivo fundamental expresar el índice del costo de vida en términos de fenómenos mensurables que son independientes de los conceptos subjetivos de utilidad manejados hasta ese entonces. En su artículo lograron construir un índice de vida que estaba en función de los costes observables (relacionando la base real del ingreso del periodo, con la cantidad mínima requerida para subsistir, manteniendo la utilidad constante), asumiendo curvas de Engel e índices tipo Laspeyres, y centrándose en los precios observables, las propiedades de las funciones de demanda y la ecuación de Slutsky (Klein y Rubin, 1947-48).

El principal aporte de estos investigadores a la microeconomía aplicada fue la estimación econométrica de las ecuaciones de demanda, al demostrar cómo sería posible a partir de datos disponibles por habitante, calcular el índice de coste de vida per-cápita para el individuo promedio (a diferencia de las estimaciones estadísticas más comunes de las curvas de demanda que se basaban en datos referentes a grupos de individuos), cuyo nivel de utilidad se mantendría constante ante las diferentes variaciones en los parámetros (Klein y Rubin, 1947-48).

[102] Nenni estimó en 1907 la elasticidad-precio del algodón en Italia, y Lehfekdt estimó la elasticidad-precio para el trigo en Inglaterra en 1914.

Las llamadas funciones de demanda propuestas por Klein y Rubin, y en la misma época por Less, con posteriores resultados gracias a las aplicaciones empíricas de estas, hechas por Geary y Samuelson, fueron la base para que Richard Stone, siguiendo un enfoque empírico marshalliano, estableciera las ecuaciones de demanda en función del precio, cantidad y gasto, que cumplen con las condiciones teóricas de bien comportadas (expresadas en la teoría marshalliana), además de poseer aditividad, homogeneidad y simetría en la matriz de sustitución, donde describe, lo que él denomina un sistema de ecuaciones simples y un sistema especial "mixed" (Stone, 1954).

Tomando datos de consumo del Reino Unido en periodo de guerras (de 1920 a 1938), con una serie de variables dadas y con unos grupos de bienes, desarrolla la primera aplicación formal del LES, considerado como el puente entre la vieja y la nueva teoría del consumidor, realizando finalmente una proyección para el año 1952 (Stone, 1954). En esta investigación, Stone concluye que los hábitos y los gustos son importantes para el consumo; y que existe independencia entre los parámetros determinados por el número de grupos de productos entre los que se divide el gasto total; demostrando que la estimación del método utilizado es un proceso iterativo, no estando afectado por ciertas estimaciones de variables exógenas.

Hecho el breve recuento histórico de los inicios del sistema lineal de gastos, a continuación se presentará el desarrollo microeconómico y las condiciones econométricas para la estimación de los modelos LES y ELES.

16.1 Especificación de los sistemas de demanda

La determinación, explicación y especificación de los sistemas completos de demanda tiene como punto de inicio la teoría neoclásica del consumidor. Los consumidores eligen canastas de consumo de bienes y servicios que optimicen y maximicen su utilidad sujetos a restricciones presupuestarias en función de los precios del mercado y el ingreso del respectivo consumidor (Cortés y Pérez, 2010).

En el presente trabajo se denota a los bienes como $\mathrm{x_i}$, donde $\mathrm{i} = 1,2,\dots,\mathrm{n}$, y al grupo de hogares como $\mathrm{h} = 1,2,\dots,\mathrm{N}$. Luego, $\mathrm{x_{ih}}$ es la cantidad consumida del bien i en el hogar h y $\mathrm{p_{ih}}$ su precio. El ingreso del hogar (en la teoría llamado dotaciones) será llamado $\mathrm{y_h}$.

16.1.1 Desarrollo microeconómico del sistema lineal de gastos

Es necesario y conveniente conocer que la función de utilidad (se asume monótona y cuasicóncava) que surge del sistema lineal de gastos es:

$$U(x) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \, ln\,(x_i - \emptyset_i)$$

Donde se cumple que:

- β_i y $\emptyset_i$ son parámetros (más adelante se dará su interpretación económica).
- $x_i > \emptyset_i$, con el fin de que no exista inconsistencias a la hora de hallar el logaritmo natural, $ln(x_i - \emptyset_i)$.
- $\sum_{i=1}^{n} \beta_i = 1$

Siendo esta una generalización de una función de utilidad (linealizada) tipo Cobb-Douglas.

$$U(x) = A\prod_{i=1}^{n}(x_i - \emptyset_i)^{\beta_i}$$

Esta función de utilidad implica que el consumidor no tiene ninguna satisfacción por consumos menores a $\emptyset_i$, y los mayores a este, los pondera de acuerdo con los parámetros β_i.

Luego, la función respectiva de la utilidad indirecta es:

$$V(y,p) = \left[\frac{y - \sum_{i=1}^{n} p_i\emptyset_i}{\prod_{i=1}^{n} p_i{}^{\beta_i}}\right]$$

Ejemplo para dos bienes[103]

Sea una función de utilidad que depende de la cantidad consumida de los bienes x_1 y x_2:

$$U(x_1,x_2) = (x_1 - \emptyset_1)^{\beta_1}(x_2 - \emptyset_2)^{\beta_2}$$

Se linealiza a través de la aplicación del logaritmo natural a ambos lados de la ecuación. De manera que:

$$U(x_1,x_2) = \beta_1\, ln(x_1 - \emptyset_1) + \beta_2\, ln(x_2 - \emptyset_2)$$

Ahora como restricción presupuestal, teniendo como premisa que se cumple la ley de agotamiento (no existe principio de saciabilidad, se gasta todo el presupuesto), se dice que:

$$y_h = p_1x_1 + p_2x_2$$

De manera que se maximiza $U(x_1,x_2)$ sujeto a y_h , por medio del método de Lagrange:

$$\mathcal{L} = \beta_1\, ln(x_1 - \emptyset_1) + \beta_2\, ln(x_2 - \emptyset_2) - \lambda(px_1 + p_2x_2 - y_h)$$

Condiciones de Primer Orden (CPO)

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial X_1} = \frac{\beta_1}{(x_1 - \emptyset_1)} - \lambda p_1$$
$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial X_2} = \frac{\beta_2}{(x_2 - \emptyset_2)} - \lambda p_2$$
$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial \lambda} = p_1x_1 + p_2x_2 - y_h$$

Igualando:

[103] Basándose en Klein y Rubin (1947-48) y Mora (2002).

$$\frac{\beta_1}{(x_1-\emptyset_1)p_1}=\lambda\,,\qquad \frac{\beta_2}{(x_2-\emptyset_2)p_2}=\lambda$$
$$\beta_1(x_2-\emptyset_2)p_2=\beta_2(x_1-\emptyset_1)p_1$$
$$\beta_1x_2p_2-\beta_1\emptyset_2p_2=\beta_2x_1p_1-\beta_2\emptyset_1p_1$$
$$x_2p_2=\emptyset_2p_2+\frac{\beta_2}{\beta_1}x_1p_1-\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1$$

Y sustituyendo las demandas marshallianas serán:

$$x_1p_1+\emptyset_2p_2+\frac{\beta_2}{\beta_1}x_1p_1-\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1=y_h$$
$$x_1p_1+\frac{\beta_2}{\beta_1}x_1p_1=y_h+\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1-\emptyset_2p_2$$

$$x_1p_1\left(1+\frac{\beta_2}{\beta_1}\right)=y_h+\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1-\emptyset_2p_2$$

$$x_1p_1\left(\frac{\beta_1+\beta_2}{\beta_1}\right)=y_h+\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1-\emptyset_2p_2$$

Luego se sabe $\sum_{i=1}^{n}\ \beta_i=1$, entonces $\sum_{i=1}^{2}\ \beta_i=1$.

$$x_1p_1\left(\frac{1}{\beta_1}\right)=y_h+\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1-\emptyset_2p_2$$

$$x_1=y_h\left(\frac{\beta_1}{P_1}\right)+\frac{\beta_2}{\beta_1}\emptyset_1p_1\left(\frac{\beta_1}{P_1}\right)-\emptyset_2p_2\left(\frac{\beta_1}{P_1}\right)$$

$$x_1=y_h\left(\frac{\beta_1}{p_1}\right)+\frac{(1-\beta_1)}{\beta_1}\left(\frac{\beta_1}{p_1}\right)\emptyset_1p_1-\emptyset_2p_2\left(\frac{\beta_1}{P_1}\right)$$

$$X_1=y_h\left(\frac{\beta_1}{p_1}\right)+\frac{\beta_1\emptyset_1p_1}{\beta_1p_1}-\frac{\beta_1^2\emptyset_1p_1}{\beta_1p_1}-\emptyset_2p_2\left(\frac{\beta_1}{P_1}\right)$$

Cancelando términos iguales en los determinantes y numeradores, resulta:

$$x_1=\emptyset_1+\left(\frac{\beta_1}{p_1}\right)(y_1-\emptyset_1p_1-\emptyset_2p_2)\qquad\Longrightarrow \textit{Demanda marshalliana } x_1$$
$$x_2=\emptyset_2+\left(\frac{\beta_2}{p_2}\right)(y_2-\emptyset_2p_2-\emptyset_1p_1)\qquad\Longrightarrow \textit{Demanda marshalliana } x_2$$

Y escribiendo las funciones en forma de gasto:

$$x_1p_1 = p_1\emptyset_1 + \beta_1(y_1 - \emptyset_1p_1 - \emptyset_2p_2)$$

$$x_2p_2 = p_2\emptyset_2 + \beta_2(y_2 - \emptyset_2p_2 - \emptyset_1p_1)$$

De esta forma, se demuestra que el gasto en cada bien (x_ip_i) es lineal en precios e ingreso.

Generalización para I bienes

La expresión formalizada para n bienes sería:

$$x_ip_i = p_i\emptyset_i + \beta_i\left(y_h - \sum_{i=1}^{n} p_i\emptyset_i\right)$$

Donde $\emptyset_i$ se interpretaría como los niveles de consumo de subsistencia de tal forma que $\sum_{i=1}^{n} p_i\emptyset_i$ es el nivel de gasto mínimo de subsistencia.

La generalización también se puede definir como proporción del gasto en cada bien i, siendo su expresión, $w_i = \frac{p_ix_i}{y_h}$, es decir:

$$w_i = \frac{p_i\emptyset_i}{y_h} + \beta_i\left(1 - \frac{1}{y_h}\sum_{i=1}^{n} p_i\emptyset_i\right)$$

Por tanto, el sistema lineal de gastos demuestra ser una generalización de la función de utilidad Cobb-Douglas como se había comentado anteriormente, a la vez que permite describir a unos consumidores comprando cantidades de subsistencia de cada bien i, dividiendo el gasto entre estos bienes en proporciones fijas que toman los valores expresados por los coeficientes $\beta_1, \beta_2, \dots \beta_i, \dots \beta_n$. De allí que $\sum_{i=1}^{n} \beta_i = 1$.

Las elasticidades gasto y precio se calculan con las siguientes fórmulas:

Elasticidad gasto de la demanda del bien i (Marshalliana):

$$\eta_{M_i} = \frac{\emptyset_i}{x_i}(1 - \beta_i) - 1$$

Elasticidad precio cruzada (Marshalliana)

$$\eta_{M_{i,j}} = -\beta_i\left(\frac{p_j\emptyset_j}{p_ix_i}\right)$$

Elasticidad precio propio (Hicksiana)

$$\eta_{H_i} = (1-\beta_i)\left(\frac{p_i\emptyset_i}{p_i x_i} - 1\right)$$

Elasticidad precio cruzada (Hicksiana)

$$\eta_{H_{i,j}} = \frac{(p_j x_j - p_j\emptyset_j)}{p_i x_i}$$

16.2 Composición socio-demográfica, estimación económetrica y problemas estadísticos del sistema lineal de gastos[104]

16.2.1 Composición y tamaño de los hogares

Se ha puesto poca atención a la incorporación de los efectos socio-demográficos en la formulación de modelos del comportamiento del gasto. Tal información no es difícil de conseguir para modelar patrones de consumo, esta se encuentra disponible con gran facilidad en las bases de datos de los centros de estadística oficial (ej.: el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) para Colombia).

Para la ecuación del LES vista anteriormente, a continuación se presenta una modificación que intenta proporcionar una estructura integrada que, junto con los efectos de ingreso y los patrones de consumo, incluya los factores socio-demográficos. Para un mejor manejo, la siguiente generalización es limitada a la composición de los hogares. Sin embargo, es claro que este tratamiento puede ser extendido si incluimos más características socio-demográficas de los hogares. Básicamente lo que el modelo postula es que estas características afectan los patrones de consumo por medio de la variación de los niveles de consumo de subsistencia $\emptyset_i$, de cada bien de la cesta de consumo.

Formulación

Es posible hacer $\emptyset_i$ una función explicita del tamaño y la composición de los hogares. Por simplicidad, $\emptyset_i$ es postulado como una combinación lineal que representa la ponderación de nivel de consumo de subsistencia, de acuerdo al tipo de personas, ya sea por el sexo y/o por la edad:

$$\emptyset_{ih} = c_{i1}z_{1h} + c_{i2}z_{2h} + \cdots + c_{im}z_{mh} = \sum_{g=1}^{m} c_{ig}z_{gh}$$

Donde c_{ig} es la contribución de una persona de tipo g al nivel de consumo de subsistencia para el bien i y z_{gh} es el número de personas de tipo g en el hogar h. El efecto de la agregación de las personas en una clase dada es estrictamente acumulativo. Esta formulación desestima las economías o des-economías de escala en el consumo. Sin embargo en un estudio de Muellbauer (1974) se propuso la misma forma lineal para la incorporación de la composición de los hogares del LES, además de proponer $\emptyset_i$ como una combinación lineal de logaritmos de los z_g.

[104] Esta sección está basada en el texto de Howe (1974).

Limitaciones

La modificación permite solamente cambios en los niveles de consumo de subsistencia debido a la composición de los hogares.

La generalización completa requiere conjuntamente que la proporción del ingreso destinada al consumo del bien i (β_i) y los $\emptyset_i$, sean funciones de la composición de los hogares. Si $\beta_{ih} = \sum_{g=1}^{m} \alpha_{ih} z_{gh}$, esta generalización complica la formulación porque el LES requiere que $\sum \beta_i = 1$.

Es decir, el denominador $\sum_{i=1}^{n} \sum_{g=1}^{m} \alpha_{ig} z_{gh}$ aparecería en la expresión final para la función de demanda, debido a que no hay un factor de escala único con en el que se pudiera aplicar la proporción del ingreso destinada al consumo del bien i a través de todas las observaciones. Por otra parte, se tiene que la función de los parámetros α_{ig} introduce adicionalmente la no linealidad en estos, de manera que la tarea de estimación a realizar se convierte en algo muy engorroso.

16.2.2 Estimación de Ecuación del Gasto

El sistema de demanda es estimado en forma de función de gasto. Es asumido que todos los hogares afrontan conjuntos de precios idénticos. La función de gasto se define como:

$$e_{ih} = p_i x_{ih} = p_i \emptyset_{ih} + \beta_i \left(y_h - \sum_{j=1}^{I} p_i \emptyset_{ih} \right) = p_i \emptyset_{ih} - \beta_i \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_{ih} + \beta_i y_h$$

Donde el subíndice h en $\emptyset_i$ indica que el nivel de consumo de subsistencia varía a través de los hogares. Por tanto, su ecuación estocástica sería:

$$e_{ih} = p_i x_{ih} = p_i \emptyset_{ih} - \beta_i \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_{ih} + \beta_i y_h + \varepsilon_{ih}$$

Donde el término estocástico ε_{ih} es postulado como un error en la ecuación. Introduciendo la composición de los hogares, la ecuación del gasto sería:

$$e_{ih} = p_i x_{ih} = p_i \sum_{g=1}^{m} c_{ig} z_{gh} - \beta_i \sum_{i=1}^{n} \sum_{g=1}^{m} p_i c_{ig} z_{gh} + \beta_i y_h$$

Definiendo $\gamma_{ig} = p_i c_{ig}$, entonces:

$$e_{ih} = p_i x_{ih} = \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} - \beta_i \sum_{i=1}^{n} \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} + \beta_i y_h$$

Donde γ_{ig} es ahora el valor (en precios muestrales) de la contribución de una persona de tipo g al valor de subsistencia (en precios muestrales) del bien i .

16.2.3 Ecuación general del gasto en forma estocástica

La ecuación típica para el sistema lineal de gasto (LES) con variación en la composición de los hogares es escrita de manera estocástica como:

$$e_{ih} = \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} - \beta_i \sum_{i=1}^{n} \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} + \beta_i y_h + \varepsilon_{ih}$$

Para un único bien y una única observación. El término estocástico ε_{ih} es postulado como un error en la ecuación.

16.2.4 Notación

Puede ser formulada por una matriz del sistema completo sobre la muestra completa. Para ello, la notación a utilizar es la siguiente:

Índices:

- Categoría de gasto: $i = 1,2, \dots, n$.
- Diferente categoría de gasto: $j = 1,2, \dots, n$.
- Tipo de persona: $g = 1,2, \dots, m$.
- Hogar: $h = 1,2, \dots, N$.

Misceláneos:

- I: Matriz identidad de dimensión n.
- τ: Vector columna $\mathrm{n} \times 1$ de 1's.
- $\mathrm{f_i}$: Vector columna $\mathrm{n} \times 1$ de ceros con 1 en la primera fila.

Variables:

- $\mathrm{e_{ih}} = \mathrm{p_i x_{ih}}$: Gasto en la categoría (o en el bien) i por el hogar h.
- $\mathrm{y_h} = \tau' \mathrm{e_h}$: Gasto total del hogar h.
- $\mathrm{z_{gh}}$: Número de personas del tipo g en el hogar h.
- $\mathrm{e_h} = \begin{bmatrix} \mathrm{e_{1h}} \\ \vdots \\ \mathrm{e_{nh}} \end{bmatrix}$: Vector columna $\mathrm{n} \times 1$ de gasto del hogar h.
- $\mathrm{z_h} = [\mathrm{z_{1h}} \quad \cdots \quad \mathrm{z_{mh}}]$: Vector fila $1 \times \mathrm{m}$ de tipos de personas del hogar h.

- $\varepsilon_h = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1h} \\ \vdots \\ \varepsilon_{nh} \end{bmatrix}$: Vector columna $n \times 1$ de errores aleatorios del hogar h.

Variables pila por hogar:

- $e_i = \begin{bmatrix} e_{1i} \\ \vdots \\ e_{Ni} \end{bmatrix}$: Vector $N \times 1$ del gasto en la categoría (o en el bien) i para todos los N hogares.
- $Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}$: Vector columna $N \times 1$ del gasto total para todos los N hogares.
- $Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ \vdots \\ z_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & \cdots & z_{1m} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ z_{N1} & \cdots & z_{Nm} \end{bmatrix}$: Matriz $N \times m$ de tipos de personas para todos los N hogares.
- $\varepsilon_i = \begin{bmatrix} \varepsilon_{1i} \\ \vdots \\ \varepsilon_{Ni} \end{bmatrix}$: Vector columna $N \times 1$ de errores estocásticos para el gasto en la categoría (o en el bien) i para todos los N hogares.

Variables matriz por hogar y ecuación:

- $E = [e_1 e_2 \cdots e_n]$: Matriz $N \times n$ de observaciones en n categorías de gasto a lo largo de la muestra completa de N hogares.
- $\mathcal{E} = [\varepsilon_1 \varepsilon_2 \cdots \varepsilon_n]$: Matriz $N \times n$ de errores estocásticos para n categorías de gasto a lo largo de la muestra completa de N hogares.

Parámetros:

- γ_{ig}: Valor (en precios muestrales) de la contribución de una persona de tipo g al valor de subsistencia de la categoría (o el bien) i.
- β_i: Proporción del ingreso destinado al consumo en la categoría (o el bien) i.
- $\gamma_i = [\gamma_{i1} \gamma_{i2} \cdots \gamma_{im}]$: Vector fila $1 \times m$ de contribuciones de cada uno de los m tipos de personas al valor de subsistencia de la categoría (o el bien) i.
- $\Gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1g} & \cdots & \gamma_{1m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \gamma_{ig} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & \gamma_{nm} \end{bmatrix}$: Matriz $n \times m$ de contribuciones de cada uno de los m tipos de personas al valor de subsistencia de todas las categorías (o bienes) del gasto.

- $\beta = \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix}$: Vector columna $n \times 1$ de las proporciones del ingreso destinado al consumo en todos los bienes (o categorías).

16.2.5 Formulación

El sistema completo de ecuaciones de demanda para un solo hogar se puede expresar como:

$$e_h = (I - \beta\tau')\Gamma z_h' + \beta y_h + \varepsilon_h$$

Por lo que, el sistema completo sobre la muestra completa se escribe:

$$E' = (I - \beta\tau')\Gamma Z' + \beta Y' + \mathcal{E}'$$

Mientras que la forma de matriz del sistema , se representa de manera compacta, un apilamiento vertical por medio de ecuaciones es útil en la discusión de la naturaleza "aparentemente no relacionada" de las ecuaciones del LES. Por otra parte, expresiones para una única ecuación a lo largo de la muestra completa pueden ser elegidas con el operador f_i', una fila $n \times 1$ de ceros con 1 en la primera columna. Pre-multiplicando todos los términos por f_i', y luego transponiendo se obtiene:

$$e_i = Z\Gamma'(f_i - \beta_i\tau) + Y\beta_i + \varepsilon_i$$

La forma reducida es útil en la discusión de la estimación. La forma reducida de la ecuación típica del LES está escrita como:

$$e_{ih} = \sum_g \psi_{ig} z_{gh} + \beta_i y_h + \varepsilon_{ih}$$

Donde, en comparación con ψ_{ig} está implícitamente definido como:

$$\psi_{ig} = \gamma_{ig} - \beta_i \sum_i \gamma_{ig}$$

La expresión en términos de una única ecuación a lo largo de la muestra completa se convierte en:

$$e_i = Z\psi_i + Y\beta_i + \varepsilon_i$$

$$e_i = [Z \quad Y] \begin{bmatrix} \psi_i \\ \beta_i \end{bmatrix} + \varepsilon_i$$

Donde mediante una comparación:

$\psi_i = \Gamma'(f_i - \beta_i \tau)$

Es un vector columna $m \times 1$ en forma reducida de los coeficientes ψ_{ig}. Luego, todo el sistema sobre la muestra completa se puede escribir apilando ecuaciones únicas para la muestra total, de manera que:

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [Z\ Y] & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & [Z\ Y] & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & [Z\ Y] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \beta_1 \\ \psi_2 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \psi_n \\ \beta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

16.2.6 Sesgo

El LES se escribe como si y_h fuera exógena. En realidad, el gasto total es una variable endógena del sistema, ya que $y_h = \tau' e_h$. Como se tiene que $plim\ N^{-1}(Y'\varepsilon_i) \neq 0$, resulta que las estimaciones de todos los parámetros son sesgados e inconsistentes. Este es el conocido sesgo de ecuaciones simultáneas inherentes a la estimación de todos los sistemas de los gastos con el gasto total como variable explicativa. Prais y Houthakker (1955) sostuvieron que el sesgo no es grave siempre y cuando la categoría de gastos sea pequeña en relación al gasto total. Posteriormente, Summers (1959) analizó el sesgo en detalle y demostró que el sesgo no es simplemente una función de la importancia relativa de la partida de gastos. Al ver el LES como un subsistema del ELES, Powell (1973) obtuvo una expresión para el sesgo en grandes muestras de las proporciones del ingreso destinado al consumo estimados en términos de la propensión marginal al consumo y la varianza del ingreso permanente.

Es interesante ilustrar por qué el gasto total no puede ser manejado endógenamente como debe ser. Se incorpora específicamente la definición del gasto total $Y = E\tau$. Luego, reemplazando Y' con $\tau' E'$, y factorizando $(I - \beta\tau')$, se obtiene:

$(I - \beta\tau')E' = (I - \beta\tau')\Gamma Z' + \mathcal{E}'$

Por lo que la matriz $(I - \beta\tau')$ es singular y no puede ser invertida para obtener una forma reducida del sistema, resultando que la endogeneidad de los gastos totales y las propiedades de identificación del sistema están relacionados entre sí.

16.2.7 Eficiencia

La matriz de varianzas y covarianzas del sistema es no diagonal y singular. La restricción presupuestaria en cada hogar $\tau' e_h = y_h$, requiere que la suma de términos de error sea cero a través de cada hogar $\tau' e_h = 0$. Por lo tanto, la covarianza de término de error para las diferentes ecuaciones en el mismo hogar es distinta de cero, $E(\varepsilon_{ih}\varepsilon_{jh}) \neq 0$, existiendo una dependencia lineal entre las covarianzas. Los términos de error de los hogares se postulan independientes. Entonces:

$$Cov(\varepsilon) = E(\varepsilon\varepsilon') = \sum \Theta I$$

Donde $\sum$ es singular. El sistema de ecuaciones representa un sistema de regresiones aparentemente no relacionadas con la complicación de una matriz de covarianzas singular (Zellner, 1961; 1962). Esta es la misma situación que el LES en series de tiempo con una excepción crucial: los regresores de las ecuaciones son idénticos. Por lo tanto, la ecuación en mínimos cuadrados ordinarios (MCO) es equivalente a la ecuación en mínimos cuadrados generalizados (MCG) (Phoebus, 1970).

La especificación de las clases de edad idénticas para cada categoría de gastos es restrictiva. Es poco probable que la composición por edad sea apropiada para los gastos de alimentos o educación. Este argumento se extiende a la exclusión o inclusión de variables de cierto orden socio-demográfico en una ecuación particular del gasto. La situación de los regresores idénticos, bajo la cual MCO es eficaz, es claramente un caso especial. Para el caso general de las distintas variables socio-demográficas en cada ecuación de gasto, MCG sería necesario para una eficiente estimación. Aquí, una ecuación podría ser omitida para obtener una matriz de covarianzas no singular.

Las relaciones $\sum \hat{\beta}_i = 1$ y $\sum \hat{\psi}_{ig} = 0,\ g = 1, \dots, m$, podrían ser utilizadas para estimar la n-ésima proporción del ingreso destinado al consumo y el n-ésimo coeficiente de la forma reducida[105].

16.2.8 Identificación

Para Howe (1974), el sistema de forma reducida está sub-identificado para el grado m. De manera que se debe tener en cuenta la relación entre los coeficientes ψ_i, y los parámetros β_i y Γ:

$$\psi_i = \Gamma' \begin{bmatrix} -\beta_i \\ -\beta_i \\ \vdots \\ 1-\beta_i \\ \vdots \\ -\beta_i \end{bmatrix}$$

Definiendo la matriz $n \times m$ de coeficientes D.

$$D = \begin{bmatrix} \psi'_1 \\ \psi'_2 \\ \vdots \\ \psi'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\beta_1 & -\beta_1 & \cdots & -\beta_1 \\ -\beta_2 & 1-\beta_2 & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -\beta_n & \cdots & \cdots & \ddots \end{bmatrix} \Gamma$$

$$D = (I - \beta\tau')\Gamma$$

105 Para la prueba de esta propiedad remitirse a Powell (1969).

Entonces, si $(I - \beta\tau')$ fuera de rango completo, los parámetros pueden ser identificados invirtiendo la transformación de Γ a D (pero $(I - \beta\tau')$ es singular, como resultado de $\sum \beta_i = 1$), donde en la matriz D hay $(n \times m)$ γ parámetros para ser identificados y sólo $(n - l) \times m$ coeficientes independientes de forma reducida ψ .

El problema de la sub-identificación en el LES puede ser abordado mediante la aplicación de información externa sobre ciertos γ_{jg}. Este método será seguido por la incorporación de información externa o requerimientos nutricionales para las personas de las clases de edad diferentes. Una variante de esta primera aproximación sería la de postular que los gastos de subsistencia total, $\sum_i \sum_g \gamma_{ig} z_{ih}$ son un múltiplo de los gastos de alimentos de subsistencia. Por último, otra solución factible sería que distintas variables socio-demográficas podrían ser utilizadas en las diferentes ecuaciones de gasto.

Información Nutricional

La información externa en cualquier $m\gamma_{ig}$ sería suficiente para identificar el restante γ_{ig} . El sistema lineal se reduce a $(n-1) \times m$ dimensiones por lo que el resultado pre-multiplicado por Γ ya no es singular. Para empezar, se supone que las estimaciones de la subsistencia alimentaria son representaciones válidas de los parámetros del LES γ_{1g} , donde $g = 1, \ldots, m$.

Luego, a partir de ese supuesto se elimina la primera fila tanto de la matriz de coeficientes D como de la matriz de los parámetros Γ, y luego se suprime la primera fila y la primera columna de $(I - \beta\tau')$, así como el primer elemento del vector β. El super-índice ϖ denota las modificaciones hechas a las matrices y a los vectores $\Gamma, D, (I - \beta\tau')\ y\ \beta$. La relación se puede reescribir como:

$$(I - \beta\tau')^{\varpi}\Gamma^{\varpi} = D^{\varpi} + \beta^{\varpi}\gamma_1$$

Donde γ_1 es el vector fila de estimaciones independientes de γ para la alimentación. La transformación inversa es:

$$\Gamma^{\varpi} = ((I - \beta\tau')^{\varpi})^{-1}(D^{\varpi} + \beta^{\varpi}\gamma_1)$$

Que puede ser escrita para identificar el resto de γ_{ig} .

La línea de pobreza (o gastos de subsistencia total)

La interpretación de los $\sum_g \sum_i \gamma_{ig} z_{gh}$ como los gastos de subsistencia total puede ser explorada para proporcionar un régimen de estimación alternativa para el LES. Al fijar la suma de los gastos de subsistencia individual, la información sobre el gasto total de subsistencia o la línea de pobreza, identifica el sistema.

Si la línea de pobreza de cada hogar $(y_h - \sum_g \sum_h \gamma_{ig} z_{gh})$ puede ser determinada de forma independiente, el gasto super-numerario podría ser construido para cada hogar. Por tanto, el LES podría ser estimado en forma estructural por una serie de regresiones MCO con la variable construida.

Origen

La noción de línea de pobreza como un múltiplo del costo de satisfacer los requerimientos nutricionales se utilizó por primera vez por Mollie Orshansky. En un intento de contar el número de personas que viven en la pobreza en los Estados Unidos, Orshansky observó que "no existe una norma generalmente aceptada de los elementos adecuados que son esenciales para la vida, con excepción de los alimentos" (Orshansky, 1965). A continuación, ella procedió a utilizar planes de alimentación de bajo costo del Departamento de Agricultura de EE.UU. como el gasto mínimo necesario para mantener una nutrición adecuada. Los planes de los alimentos se ajustaron a la composición por edad y sexo del hogar. Con base en que la participación promedio de los alimentos en el presupuesto era de una tercera parte, Orshansky multiplico el costo de los planes de alimentación por tres para estimar la línea de pobreza (Orshansky, 1965).

Formulación

Se deja que el costo de las dietas mínimas para cada tipo de persona sea designado M_{1g}, donde $g = 1, \dots, m$. El M_{1g} coincide con los parámetros de subsistencia γ_{1g} del LES. Sin embargo, las estimaciones no están restringidas de manera que los γ_{1g} valores resultantes de la regresión por MCO de la ecuación de gasto en alimentos coinciden con los M_{1g}. El costo de alimentos de subsistencia para todo hogar puede ser representado por $\sum_{g=1}^{m} M_{1g} z_{gh}$. Luego, la línea de pobreza de un hogar individual se puede especificar como un múltiplo K del costo de los alimentos de subsistencia, donde K se denomina "múltiplos de la pobreza". El gasto super-numerario es igual al gasto total neto de la línea de pobreza.

$$S_h = y_h - \sum_{i=1}^{n} \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} = y_h - K \sum_{g=1}^{m} M_{1g} z_{gh}$$

S_h se compone de los gastos totales, la composición de los hogares, el costo mínimo de la dieta, y el factor normativo K. Reescribiendo la ecuación típica del LES utilizando la definición del gasto super-numerario de la ecuación, se obtiene que:

$$e_{ih} = \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} + \beta_i S_h + \varepsilon_{ih}$$

La regresión lineal dará de manera directa $\hat{\gamma}_{ig}$ como los coeficientes en la composición del hogar; $\hat{\beta}_i$ se obtiene como el coeficiente del gasto super-numerario. Este uso de la información para preparar variables construidas es similar al propuesto por Klein para la agrupación de series de tiempo e información de secciones transversales (Klein, 1974). Allí, el objetivo es afinar los parámetros estimados. El propósito aquí es el de incorporar el conocimiento a priori para identificar los parámetros. En el presente caso, tanto M_{1g} y K se supone que son determinísticos. En un análisis más refinado, la varianza de la estimación de parámetros extraños podría tenerse en cuenta al calcular las varianzas de las estimaciones restantes[106].

[106] Para mayor detalle ver Durbin (1953).

Interpretación

El factor K tiene una interpretación directa, considerando la siguiente exposición normativa: un hogar se encuentra en situación de pobreza si en este se debe gastar más de $1/K$ de su presupuesto en la adquisición de alimentos que contienen las cantidades mínimas de nutrientes necesarios para tener un buen funcionamiento del organismo humano, y para evitar problemas de salud y enfermedades crónicas que se derivan de la desnutrición. Heurísticamente, K puede estar relacionado con el patrón de gastos predominante de la población. Por lo tanto, es razonable en este caso decir que si un hogar destina la mitad de su gasto a la alimentación, pero este gasto no es suficiente para una alimentación adecuada, el hogar es pobre. En términos del LES, las cantidades "pobres" estarían en o por debajo del origen expresado en la función de utilidad Cobb-Douglas.

Cero restricciones con las variables socio-demográficas

Si fuera posible determinar a priori que ciertas variables socio-demográficas no tienen ningún efecto sobre los gastos de subsistencia para una categoría de determinados gastos, esas variables podrían ser omitidas de la estimación de la ecuación en forma reducida. Las matrices D y Γ podrían estar estructuradas de tal manera que los no-cero γ_{ig} pueden ser identificados.

El caso que se resuelve a continuación, es el que postula $\gamma_{1g} = 0,\ g = 1, \dots, m$, para la primera ecuación. Entonces, la ecuación se convierte en:

$$D = (I - \beta_i)\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & \vdots & \gamma_{1,m+1} & \cdots & & \gamma_{1,m+\ell} \\ \dots & \dots & \dots & & \vdots & \cdots & \cdots & \dots & \cdots & \cdots \\ \gamma_{21} & \cdots & \gamma_{2m} & & & & & & \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & & 0 & \\ \gamma_{n1} & \cdots & \gamma_{nm} & & & & & & \end{bmatrix}$$

Y todos los no-ceros γ_{ig} pueden ser identificados. Al aplicar la ecuación, los últimos ℓ elementos de la primera fila de Γ se identifican como:

$$\gamma_{1g} = \frac{\psi_{1g}}{1 - \beta_1}\ g = m + 1, \dots, m + \ell$$

La identificación de los elementos restantes de Γ utilizados anteriormente para la información nutricional, al definir D_{12} y Γ_{12} como las $(n - 1) \times m$ submatrices de lado inferior derecho de D y Γ, respectivamente.

Entonces,

$$\Gamma_{21} = ((I - \beta_i)^{\varpi})^{-1} D_{21}$$

Ya que aquí γ_1 es postulado a priori como un vector de ceros.

Cualquiera de las restricciones cero a priori en los valores de los parámetros que deja una ecuación con regresores únicos y las demás $(n-1)$ ecuaciones con los regresores idénticos, permitiría la identificación. Si este procedimiento de regresores no idénticos estuvieran siendo seguidos, sería necesario estimar el sistema en forma reducida por MCG en lugar de la simple ecuación MCO con el fin de tener en cuenta la matriz de covarianzas no diagonal de ε_{ih}. Como se verá más adelante con las estimaciones del ELES, no hay ecuaciones de gasto en el cual γ_{ig} para todos los grupos por edades sean cero.

Otra manera de mirar el problema de identificación es tratado por Ramírez (1989), donde se indica que uno de los inconvenientes más importantes en la identificación del modelo, es el debido a su rigidez en un sistema con n bienes, en donde habrá en principio n elasticidades ingreso, n elasticidades precio propias y $n(n-1)/2$ elasticidades precio cruzadas, para un total de $n(n+3)/2$ parámetros, sin tener en cuenta términos constantes, ni otros posibles parámetros; sin embargo, el sistema lineal de gasto permite estimar solamente $2n$ parámetros, de modo que este sería un serio problema de identificación.

Aunque es factible calcular algebraicamente todas las elasticidades, no es posible saber si esa información está dada por la forma funcional escogida o por los datos empíricos; parece ser que el problema afecta más a las elasticidades precio cruzadas que están sesgadas hacia cero que a las elasticidades precio propias o a las elasticidades ingreso, en particular la forma funcional implica que cada bien es sustituto de todos los otros bienes, impidiendo algún tipo de complementariedad, cosa que puede no ser importante cuando se trata de estimar funciones de demanda en grandes agregados, pero que puede ser grave a medida que la desagregación se acerque a bienes específicos.

Así, Ramírez (1989) afirma que ante esa situación, se han hecho una gran cantidad de investigaciones para resolver ese problema y obtener formas funcionales relativamente fáciles de estimar y de manejar, que permitan una estimación de los parámetros económicos de interés, por lo menos las elasticidades ingreso y todas las precio, propias y cruzadas.

Estos nuevos sistemas de ecuaciones de demanda reciben el nombre de formas funcionales flexibles, teniendo por ejemplo el sistema de Rotterdam, la forma trascendental logarítmica, el sistema casi-ideal de ecuaciones de demanda, la forma de Leontief generalizada, entre otras.

16.3 Sistema lineal de gastos extendido

Este modelo ELES[107] (por sus siglas en ingles) reconoce un hogar que enfrenta la maximización inter-temporal:

$$Maximizar\ x\ en \int_0^{\infty} e^{-\delta t}\, U\big(x(t)\big)\, dt \quad sujeto\ a\ \dot{y}(t) = \rho y(t) + y^{\circ}(t) - px(t)$$

Con $y(0) = \bar{y}$ dado.

[107] Basado en Cortés y Pérez (2010).

Donde δ es la tasa de crecimiento de descuento inter-temporal, y es el ingreso no laboral, y° es el ingreso laboral exógeno, y ρ es la tasa de reproducción del ingreso no laboral.

La función de utilidad es idéntica a la del Sistema Lineal de Gastos:

$$U(x) = \sum_{i=1}^{n} \beta_i \, ln\,(x_i - \emptyset_i)$$

El gasto en cada uno de los bienes es:

$$x_i p_i = p_i \emptyset_i + \beta_i^* \left(\Omega - \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_i \right)$$

Donde $\beta_i^* = \beta_i \frac{\rho}{\delta}$, $\Omega = \rho \bar{Y} + \int_0^{\infty} e^{-\delta t} \; y^{\circ}(t)$.

El parámetro $\emptyset_i$ como en el LES hace referencia a los niveles de gasto de subsistencia de cada bien. Pero a diferencia de este modelo, el ELES tiene un componente de ahorro definido como $(y^{\circ} - y)$, con $y = \mu y^{\circ} + (1-\mu) \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_i$. Donde μ es la propensión marginal a consumir. Luego:

$$Ahorro = y^{\circ} - \; \mu y^{\circ} - (1-\mu) \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_i$$

$$Ahorro = (1-\mu) y^{\circ} - (1-\mu) \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_i$$

Y finamente factorizando $(1-\mu)$, se obtiene:

$$Ahorro = (1-\mu) \left(y^{\circ} - \sum_{i=1}^{n} p_i \emptyset_i \right)$$

16.4 Estimación económetrica y problemas estadísticos del sistema lineal de gastos extendido

A partir de lo expresado en Howe (1974), a diferencia de sistema lineal de gasto (LES), en el sistema lineal de gasto extendido (ELES) las estimaciones en corte transversal son insesgadas y exactamente identificadas para el ingreso actual.

La ecuación típica del sistema lineal de gasto extendido (ELES) de un bien único y una única observación puede ser escrito de manera estocástica como:

$$e_{ih} = \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} - \mu\beta_i \sum_{i=1}^{n}\sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} + \mu\beta_i y_h^o + \varepsilon_{ih}$$

Ahora, $\beta_i^* = \mu\beta_i$, donde β_i^* es la proporción del ingreso destinado al consumo en la categoría (o bien) i para el ELES, μ es la propensión marginal a consumir y β_i es un parámetro[108] que tendría la misma definición que β_i^* con $\sum_{k=1}^{n} \beta_k = 1$. Además y_h^o se define como el ingreso laboral exógeno (o ingreso actual), z_{gh} es el número de personas de tipo g en el hogar h, γ_{ig} es el valor (en precios muestrales) de la contribución de una persona de tipo g al valor de subsistencia (en precios muestrales) del bien i y el término estocástico ε_{ih} es postulado como un error. Por lo que la ecuación sería:

$$e_{ih} = \sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} - \beta_i^* \sum_{i=1}^{n}\sum_{g=1}^{m} \gamma_{ig} z_{gh} + \beta_i^* y_h^o + \varepsilon_{ih}$$

Donde con algunos cambios en la notación, la formulación del sistema elaborado anteriormente para el LES se puede aplicar directamente a la ELES.

16.4.1 Notación

Además de las notaciones vistas para el LES, se incluyen otras como:

Variables:

$\mathrm{y_h^o}$: Ingreso actual del hogar h.

Variables pila por hogar:

$\mathrm{Y}^{\circ} = \begin{bmatrix} \mathrm{y_1^o} \\ \vdots \\ \mathrm{y_N^o} \end{bmatrix}$: Vector columna $Nx1$ del ingreso actual (o ingreso laboral exógeno) para todos los N hogares.

Parámetros:

μ: propensión marginal al consumo.

16.4.2 Formulación

Se puede extender al ELES. El sistema completo de ecuaciones de demanda para un solo hogar se puede expresar como:

$$e_h = (I - \beta^* \tau')\Gamma z_h' + \beta^* y_h^o + \varepsilon_h$$

[108] En este caso sería la proporción del ingreso destinado al consumo en la categoría i para el LES.

El sistema completo sobre la muestra completa es:

$$E' = (I - \beta^*\tau')\Gamma Z' + \beta^* Y^{\circ\prime} + \mathcal{E}'$$

Y una única ecuación sobre la muestra completa es:

$$e_i = Z\Gamma'(f_i - \beta_i^*\tau) + Y^\circ \beta_i^* + \varepsilon_i$$

La forma reducida de la ecuación típica se escribe de la siguiente manera:

$$e_{ih} = \sum_g \Psi_{ig} z_{gh} + \beta_i^* y_h^o + \varepsilon_{ih}$$

Donde, en comparación con Ψ_{ig} está implícitamente definido como:

$$\Psi_{ig} = \gamma_{ig} - \beta_i^* \sum_i \gamma_{ig}$$

La forma reducida de una única ecuación sobre el sistema completo es entonces:

$$e_i = Z\Psi_i + Y^\circ \beta_i^* + \varepsilon_i$$

Donde mediante una comparación resulta:

$$\Psi_i = \Gamma'(f_i - \beta_i^*\tau)$$

Que es el homólogo o contraparte de ψ_i en el LES. El sistema entero a lo largo de la muestra completa puede ser obtenido apilando del mismo modo.

16.4.3 Sesgo

El ingreso, tanto el actual como el nominal, son independientes del término del error ε_{ih}. Puesto que $plim\ N^{-1}(Y^{\circ\prime}\varepsilon_i) = 0$, los estimadores de todos los coeficientes en forma reducida son insesgados.

16.4.4 Eficiencia

La matriz de varianzas y covarianzas para el ELES es no diagonal, pero al no tener dependencia lineal entre los términos de error ya que $\tau'\varepsilon_h \neq 0$, entonces, a diferencia del LES, en el ELES la matriz es no singular. Los regresores idénticos son todavía específicos y la estimación por mínimos cuadrados ordinarios (MCO) es de ese modo eficiente.

16.4.5 Identificación

Los coeficientes del ELES en forma reducida pueden ser transformados, de manera única, volviendo al sistema de parámetros $(50b)$; sin embargo, para este caso, ya no habría la necesidad de incluir la información externa al sistema.

Definiendo la matriz $n \times m$ de coeficientes Ψ_{ig} análogamente a D, se tiene que:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi'_1 \\ \Psi'_2 \\ \vdots \\ \Psi'_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\beta_1^* & -\beta_1^* & \cdots & -\beta_1^* \\ -\beta_2^* & 1-\beta_2^* & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ -\beta_n^* & \cdots & \cdots & \ddots \end{bmatrix} \Gamma$$

$$\Psi = (\mathrm{I} - \beta^* \tau')\Gamma$$

Aquí, el $(\mathrm{I} - \beta^* \tau')\Gamma$ es no singular debido a la presencia de la propensión marginal al consumo (μ). Las filas de la matriz no suman al vector cero. Por otra parte, los parámetros de la matriz Γ se obtienen de la siguiente manera:

$$\Gamma = (\mathrm{I} - \beta^* \tau')^{-1}\Psi$$

Por simplicidad en la notación, escribimos $\mathrm{H} = (\mathrm{I} - \beta^* \tau')$. Entonces la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\Gamma = \mathrm{H}^{-1}\Psi$$

El inverso de H puede ser expresado analíticamente como:

$$\mathrm{H}^{-1} = \mathrm{I} + \frac{\beta^* \tau'}{1 + \tau' \beta^*}$$

De manera que Γ puede ser escrito explícitamente en términos de los coeficientes en forma reducida β^* y Ψ.

$$\Gamma = \frac{\Psi + \beta^* \tau'}{1 - \tau' \beta^*}$$

El parámetro μ es obtenido de los coeficientes en forma reducida β_i^* por:

$$\tau \beta^{*\prime} = \sum \beta_i^* = \sum \mu \beta_i = \mu \sum \beta_i = \mu$$

Finalmente, los parámetros β_i son obtenidos de los coeficientes β_i^* por:

$$\frac{\beta_i^*}{\mu} = \frac{\mu\beta_i}{\mu} = \beta_i \quad \forall\, i = 1,2,\ldots,n.$$

Esto último demuestra la relación que hay entre el sistema lineal de gasto y sistema lineal de gastos extendido, concerniente a la proporción del ingreso destinado al consumo en la categoría i bajo los dos sistemas.

16.5 Aplicaciones empíricas de los modelos "les" y "eles" en la economía colombiana

16.5.1 El consumo de los hogares en 23 capitales de departamentos colombianos.

Para las estimaciones realizadas en el boletín de estadística del DANE N° 540, los autores se basaron en los datos de la encuesta de ingresos y gastos de 1994 a las ciudades capitales de varios departamentos, 23 ciudades para precisar, divididas en 3 grupos, 1) las 4 más grandes (también incluidas en el siguiente grupo), 2) las 13 ciudades metropolitanas y, 3) las 10 "restantes"; de ellas se tomaron los gastos corrientes y no corrientes, del primero se tomaron 11 grupos de producto de consumo: alimentos, bebidas, vestuario, gastos de mantenimiento en vivienda, muebles y accesorios, salud, transporte y comunicación, recreación, educación, misceláneos y gastos financiero; y 3 grupos de gastos no corrientes: compra equipo de trasporte personal, compra vivienda, y ahorro.

Resultados del LES derivado del ELES

Para las 23 ciudades, las menores elasticidades las tuvieron alimentos, bebidas y tabaco; transportes, recreación y pagos financieros presentaron elasticidades mayores a 1. Hubo comportamientos similares entre los grupos de las 4 grandes ciudades y las 13 ciudades metropolitanas, mientras que en las 10 restantes existieron diferencias como la de que la elasticidad ingreso de la vivienda era menor que el promedio total, a la vez que muebles y educación fue más alta.

Para resolver el problema de identificación generado por el LES, estos autores tomaron como solución estimar la forma reducida del ELES, incluyendo la ecuación de ahorro, y suponiendo que el gasto de subsistencia en ahorro era igual a cero, luego hallaron la forma estructural de ese sistema y a partir de ahí encontraron la forma estructural del LES (los autores del siguiente artículo a explicar (Cortés y Pérez, 2010), realizan el mismo procedimiento).

Como se dijo anteriormente, $\emptyset_i$ se puede interpretar como el gasto de subsistencia en el grupo i, por tanto su suma se entendería como el gasto mínimo necesario en todos los bienes, en palabras más simples, una línea de pobreza. La suma de los $\emptyset_i$ para las 23 ciudades fue de $385.108, para un hogar promedio de 4.4 personas, lo que daría una línea de pobreza per cápita de $87.524 mensuales, lo que no distó mucho de la línea estimada por otros métodos en esos años que fue de $84.794,20. De igual manera los $\emptyset_i$ de alimentos dieron $128.337,90, es decir $29.168 per-cápita, lo que daría la línea de indigencia, cifra muy cercana a los $31.375,20 que se tenía estimado en trabajos anteriores (Ramírez et al, 1998). Como se puede observar, este tipo de procedimientos pueden generar información de gran ayuda para las políticas públicas, en especial para las estimaciones de pobreza y las ejecuciones de presupuesto financiero por parte del Gobierno para la política social de los menos favorecidos.

16.6 El Consumo De Los Hogares Colombianos, 2006-2007: Estimación De Sistemas De Demanda.

Tomando los datos de la encuesta de ingresos y gastos del 2006-2007, los autores calcularon el LES, el ELES y el Sistema Cuasi-Ideal de Demanda (AIDS) para 7 grupos de bienes: alimentos, educación, recreación y cultura, servicios de la vivienda, salud, transporte y comunicación, vestuario, servicios personales y otros pagos. También calcularon elasticidades de gasto, ingreso y precio para los diferentes grupos de bienes, encontrando que la elasticidad gasto de los alimentos se ha mantenido estable a través del tiempo alrededor de 0.77, y que el vestuario ha dejado de ser un de bien de lujo para volverse un bien de elasticidad gasto unitaria, mientras la salud y la educación seguían siendo bienes de lujo, pese a que sus elasticidades gasto estaban cayendo a través del tiempo.

Resultados del LES

Los coeficientes β_i fueron significativos y positivos, como era esperado. Las cantidades de subsistencia más altas se dieron para el grupo de alimentos. Los grupos de bienes cuya participación se incremento más sobre el gasto total, fueron los servicios de vivienda y los alimentos.

Todas las elasticidades obtuvieron el signo esperado. Los alimentos (0.913) y los servicios de la vivienda (0.963), al igual que la salud (0.950), resultaron ser bienes necesarios, ya que su elasticidad gasto fue menor que 1. El vestuario (1.002), los servicios personales y otros bienes (1.005), la cultura y la educación (1.133) y el transporte (1.081) resultaron ser bienes de lujo. La educación tuvo la mayor elasticidad gasto. Para la salud, el vestuario y los otros bienes, se obtuvo la hipótesis de elasticidad unitaria.

Resultados del ELES

Para este sistema, el gasto de subsistencia en servicios personales y otros pagos fue negativo, esto puede interpretarse como ausencia de un nivel mínimo de gasto necesario en esos rubros. Los demás coeficientes fueron significativos y tuvieron los signos esperados. El gasto de subsistencia en alimentos estimado fue de $259.753 al mes para un hogar.

El siguiente gasto de subsistencia más alto fue el de servicios de la vivienda ($203.797), lo que es consistente con las estimaciones del LES. Los gastos de subsistencia más bajos resultaron ser los de salud ($14.556) y educación ($13.039).

Los autores de este documento, respaldándose en el artículo de Ramírez et al (1998), calcularon la línea de pobreza e indigencia, obteniendo que la línea de pobreza per cápita promedio mensual para hogares urbanos en el 2008 fue de $292.973.

De manera que para un hogar de 4.5 personas y con una inflación de 5.69% en el 2007, esta línea equivaldría a $1.243.362 en el 2008.

La propensión marginal al consumo se estimo en 0.605. Las elasticidades calculadas a partir del sistema lineal de gastos extendido fueron mucho más bajas que las obtenidas a partir del sistema lineal de gasto.

Los bienes con elasticidad gasto más baja fueron los alimentos (0.506) y el vestuario (0.691), lo que contrasta con las estimaciones obtenidas por el LES que clasificaron al vestuario como un bien de lujo. Los grupos más elásticos respecto al gasto resultaron ser la cultura y la educación (1.356) y otros bienes (1.645). Las elasticidades precio que se obtuvieron fueron muy bajas y restrictivas debido a la ausencia de variación en precios (Cortés y Pérez, 2010).

16.7 Importancia de los trabajos de estimación anteriores

Como se puede observar, siempre y cuando se sea consciente de las restricciones y limitaciones en la aplicación de estos sistemas de demanda, los resultados y los diferentes parámetros calculados permiten generar información con base en datos panel, de gran relevancia para la ejecución, programación y planeación de políticas públicas, a la vez que pueden ser contrastables con otro tipo de estimaciones para el análisis de la evaluación en políticas de nutrición, educación, vivienda, etc. Además de ello, estos documentos permiten ser referentes comparativos para nuevas estimaciones y así, poder evaluar los cambios de las necesidades y deseos en los consumidores colombianos a través del tiempo.

16.7.1 Resultados e interpretación de la aplicación de los modelos les y eles para las regiones colombianas utilizando la encuesta de calidad de vida 2008.

A continuación se presentan las interpretaciones de los resultados obtenidos al aplicar el sistema lineal de gastos (LES) y su versión extendida (ELES) a nueve regiones colombianas[109], para ello se utilizaron los datos de la Encuesta de Calidad de Vida (ECV) realizada en el 2008. En lo que respecta a la agregación de grupos, se conformaron 13 conjuntos de gasto[110]: alimentos, bebidas, vestuario, servicios de vivienda, enseres, salud, transporte, cultura, educación, servicios personales, otros pagos e impuestos. A lo anterior se le llamó gasto corriente. El gasto total se definió como la suma del gasto corriente y el gasto no corriente (bienes durables).

Para estimar los modelos se utilizaron las ecuaciones en forma reducida, suponiendo que el gasto mínimo de subsistencia es cero para el ahorro (en el presente estudio se considero el gasto en bienes durables como “ahorro”), ya que así se soluciona el problema de identificación que se tiene con el sistema lineal de gasto (LES) respecto a los gastos de subsistencia.

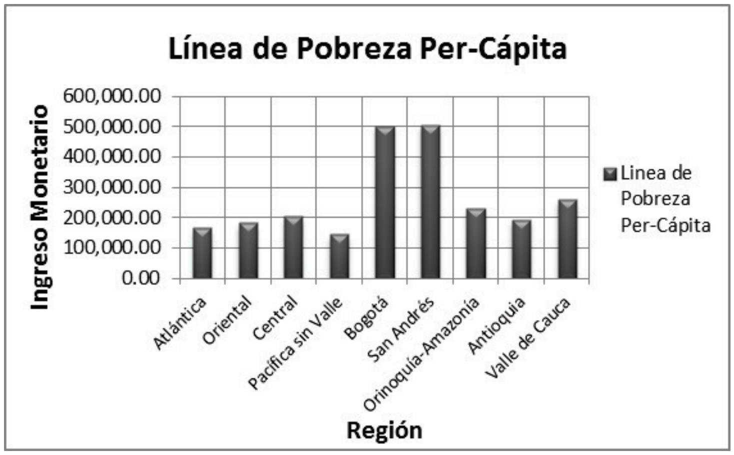
Observando las Tablas 16.3 y 16.4 del anexo, se puede interpretar que a mayor desarrollo institucional e industrial, menor participación del gasto en alimentos, esto se refleja principalmente en Bogotá y Valle del Cauca que al ser urbes desarrolladas, las personas que viven allí tienen un ingreso mayor, gastando una menor proporción de este en alimentos a comparación de otras zonas (evidenciándose la ley de Engel), mientras que en regiones como San Andrés y Pacifica sin Valle, más de la tercera parte del gasto está dirigido al componente de alimentos. En todas las regiones la mayor proporción de gasto se realiza en alimentos, seguido de servicios de vivienda, y el menor gasto se realiza en enseres, seguido de bebidas. Analizando la línea de pobreza per-cápita[111] presentada en la tabla A, la ciudad Capital y San Andrés, son las regiones con la más alta línea de pobreza por persona, teniendo valores de \$503.407,42 y \$505.890,22 respectivamente.

[109] Atlántica, Oriental, Central, Pacífica sin Valle, Bogotá, San Andrés, Orinoquia - Amazonia, Antioquia, Valle.

[110] Ver anexo (Tabla 1) para mayor especificación en la conformación de cada grupo.

[111] Entendida como el ingreso monetario mínimo necesario para que una persona pueda adquirir un adecuado estándar de vida.

Gráfica 16.1 Línea de Pobreza Per-Cápita por Región



Fuente: Elaboración propia

Tabla 16-A Línea de Pobreza Per-Cápita

Región	Atlántica	Oriental	Central	Pacífica sin valle	Bogotá	San andrés	Orinoquía-amazonía	Antioquia	Valle de cauca
Línea de pobreza per-cápita	165.691,22	183.815,22	203.846,66	146.251,60	503.407,42	505.890,22	230.471,21	194.758,50	259.056,68

Fuente: Elaboración propia

16.8 Resultados -LES

Al estudiar las elasticidades gasto, todas son positivas debido a la forma funcional del sistema lineal de gastos, ya que no se permiten bienes inferiores. La alimentación se considera en las 9 regiones como un bien necesario, al igual que servicios de vivienda.

Para todas las regiones el grupo de gasto en educación se comporta como un bien necesario, excepto en las regiones Atlántica, Antioquia y Valle del Cauca que tiene un comportamiento de bien de lujo y en Bogotá de bien de elasticidad unitaria (ver Tabla 16.5 en anexo para más detalles).

Por otro lado, se encuentra el grupo de gastos de bienes-servicios personales considerados como necesarios en la mayoría de regiones, excepto en Orinoquía-Amazonía (de elasticidad unitaria).El grupo de gasto en salud, recreación y servicios culturales, otros pagos, impuestos y deducciones obligatorias, presenta un comportamiento de bien de lujo para todas las 9 regiones de estudio. Para los grupos de gasto faltantes, en la mayoría de regiones, todos son bienes de lujo, excepto en determinados casos como transporte y telecomunicaciones en Bogotá (bien de elasticidad unitario) y San Andrés (bien necesario); vestuario y calzado en San Andrés, Valle del Cauca (bien necesario) y Antioquia (bien de elasticidad unitario); bebidas y tabaco en Bogotá, San Andrés, Orinoquía-Amazonía, Antioquia, Valle de Cauca (bien necesario); y enseres-utensilios para el hogar en Atlántico y Antioquia (bien necesario). La elasticidad gasto más alta, observando el agregado de regiones, corresponde al grupo de gasto en otros pagos, y la menor elasticidad hace referencia a alimentos, seguido de servicios personales y servicios de vivienda.

Se puede afirmar que estudiando las elasticidades gasto en Bogotá, Valle del Cauca, Antioquia y Atlántico, son las que presentan menor valor, debido a que el nivel de vida y el contexto socio-económico en que se mueven estas áreas metropolitanas tiene como consecuencia que algunos bienes y servicios sean consumidos más "necesariamente" que en otras zonas del país.La menor elasticidad precio propio hicksiana se encuentra en el grupo de gastos de alimentos, y la mayor en el grupo de otros pagos, afirmando la interpretación hecha anteriormente basada en los resultados de las elasticidades gasto. La mayor elasticidad precio cruzada marshalliana se encuentra entre cualquier grupo de gasto contra alimentos y cualquier grupo de gasto contra servicios de vivienda, por lo que se puede observar la importancia que los hogares le brindan a los gastos en alimentos y a los servicios de vivienda (ya que si aumenta su presupuesto, destinan su mayoría a estos gastos), por encima de otros como salud y educación. Las elasticidades precio cruzada hicksianas arrojan resultados que confirman el razonamiento anterior.

16.9 Resultados -ELES

A diferencia de las elasticidades halladas con LES, en Bogotá y Valle del Cauca el grupo de gasto en enseres y utensilios para el hogar se convierte en un bien necesario y para Orinoquía-Amazonía en un bien de elasticidad unitaria. La región Atlántica y San Andrés tienen ahora la salud como bien necesario, mientras que en Orinoquía-Amazonía y Bogotá ahora es de elasticidad unitaria. Por otra parte, Bogotá y la región Atlántica tienen que con la estimación ELES el transporte y las comunicaciones son bienes necesarios para la primera y de elasticidad unitaria para la segunda.

La educación se convierte en bien necesario para Valle del Cauca y Bogotá. Se observa que ahora el grupo de gasto en bienes y servicios personales se comporta como un bien necesario para todas las regiones. Impuestos y deducciones obligatorias se convierte en un bien de elasticidad unitaria para San Andrés, así como para bebidas y tabaco en la región Atlántico. Finalmente en la región Antioqueña, vestuario y calzado se convierten en bienes necesarios (ver Tabla 16.6 en anexo para más detalles). La elasticidad gasto más alta, observando el agregado de regiones, corresponde al grupo de gasto en bienes durables, y la menor elasticidad (de manera similar al LES) hace referencia a alimentos, seguido de servicios personales y servicios de vivienda. Se confirma lo dicho en la interpretación del modelo LES, respecto a que Bogotá, Valle del Cauca, Antioquia y Atlántico debido a su nivel de vida más alto y al contexto socio-económico en que se mueven estas áreas industriales, la mayoría de sus elasticidades en los diferentes grupos de gasto es inferior al resto de regiones, significando un mayor número de bienes y servicios necesarios para obtener una subsistencia mínima en una área metropolitana. La menor elasticidad precio propio hicksiana se encuentra en el grupo de gastos de alimentos, y las mayores en el grupo de otros pagos y de bienes durables.

Demostrándose así el poco incentivo de la gente a ahorrar, prefiriendo realizar con prioridad otros gastos, debido a su escaso ingreso, afectando de esa manera la estructura económica y la acumulación de capital de largo plazo en el país. La mayor elasticidad precio cruzada marshalliana se encuentra entre cualquier grupo de gasto contra servicios de vivienda, donde se puede observar la importancia y prioridad que los hogares le brindan a los gastos de servicios públicos y al pago de arriendo. Las elasticidades precio cruzada hicksianas arrojan resultados que confirman este último razonamiento.

16.10 Conclusión

El consumo privado de los hogares como uno de los componentes de la demanda agregada (junto con inversión, gasto público y exportaciones netas) tiene primordial importancia como generador de incentivos al sector productivo, influyendo así en la determinación de los niveles de producción, los precios y el margen de beneficios (Ramírez et al, 1998).

Por tanto, es necesario analizar los componentes que se desarrollan dentro de la lógica del consumidor utilizando metodologías como los sistemas de ecuaciones de demanda que ayudan a entender la estructura del consumo de los hogares de una manera pertinente. La composición de la demanda de los hogares varia con los precios y el ingreso, estando supeditada a los ciclos económicos y a las políticas de inversión privada y pública que aumentan o disminuyen la tasa de ocupación y por ende el ingreso laboral de los trabajadores. Esto trae cambios en la composición del producto, y es necesario prever esos cambios para el manejo de políticas redistributivas y el análisis de bienestar para la toma de decisiones validas en la política macroeconómica (desde la integralidad de sus tres bases: fiscal, monetaria y cambiaria) del país. Por ello, en este trabajo se aplicaron dos sistemas de ecuaciones de demanda, el sistema lineal de gastos y el sistema lineal de gastos extendido, para analizar la composición de gasto en los hogares colombianos. En el presente documento se analizo el consumo de 9 regiones colombianas, basados en los modelos LES y ELES, estimando mediante el software SAS y con los datos de la Encuesta de Calidad de Vida 2008, los gastos de subsistencia, elasticidades gasto, elasticidades cruzadas marshallianas y elasticidades cruzadas hicksianas. Entre los resultados más relevantes del estudio, se muestra que Bogotá y San Andrés tienen la línea de pobreza per-cápita más alta de Colombia ($503,407.42 y $505,890.21, respectivamente) con la diferencia de que la proporción de gastos en alimentos es más del 40% (según LES y ELES) para la Isla y un poco más del 20% para la ciudad capitalina. Se demuestra que a menor participación del gasto en alimentos se presenta un mayor desarrollo regional, ya que las prioridades de consumo aumentan, teniendo como ejemplo a Valle del Cauca y Bogotá.

También se encuentra, que al estudiar las elasticidades gasto, en Bogotá, Valle del Cauca, Antioquia y Atlántico son las que presentan valores más pequeños, debido a que el nivel de vida y el contexto socio-económico en que se mueven estas áreas metropolitanas las obliga a tener gastos necesarios que en otras regiones no tendrían mayor importancia.

Todas las elasticidades calculadas tienen el signo esperado, demostrándose que los grupos de gasto de diferentes bienes y servicios se comportan de manera adecuada.

Por último se demuestra que los grupos de gasto más primordiales para los hogares colombianos son los de alimentación y servicios de vivienda, por encima de educación, servicios personales y salud.

Anexos

Tabla 16.1 Conformación de grupos de gasto

Gastos corrientes			
Nº	**Sigla**	**Grupo de gasto**	**Conformado por:**
1	GAS_ALIM	Alimentos	Comprende todos los alimentos comprados por el hogar incluyendo las comidas fuera de casa.
2	GAS_BEBID	Bebidas y tabaco	Cigarrillos, tabaco y bebidas alcohólicas.
3	GAS_VEST	Vestuario y calzado	Prendas de vestir, accesorios personales, calzado.
4	GAS_VIV	Servicios de la vivienda	Incluye arriendos, imputación del arriendo para los propietarios, ocupantes de hecho y usufructuarios, pago de servicios públicos, artículos para el aseo del hogar, combustibles y gastos de administración o celaduría.
5	GAS_ENSERES	Enseres y utensilios para el hogar	Colchones, cobijas, manteles, ropa de cama, ollas, vajillas, cubiertos y otros utensilios domésticos.
6	GAS_SALUD	Salud	Medicamentos, consultas médicas, servicios hospitalarios, aparatos ortopédicos, lentes y similares, exámenes de diagnóstico, seguros médicos, medicina prepagada y planes complementarios de salud.
7	GAS_TRANS	Transporte y comunicaciones	Pasajes, bicicletas, gasto en celulares, radio teléfonos, gasolina para vehículo, reparación y mantenimiento del vehículo.
8	GAS_ CULTURA	Recreación y servicios culturales	Incluye diversiones (cines, discotecas, ferias), periódicos y revistas, libros y discos, juguetes y pagos por vacaciones, compra de mascotas, hoteles y cuadros u obras de arte.
9	GAS_EDUC	Educación	Incluye pago de pensiones y matriculas, transporte escolar, alimentación, compra de textos y útiles escolares, uniformes, transporte escolar.
10	GAS_SERPER	Bienes y servicios personales	Loterías, funerales, regalos, anillos, relojes y otras joyas, artículos para aseo personal, fósforos y encendedores, lustrado de zapatos, lavado de ropa, peluquería y manicura.
11	GAS_OTRPAG	Otros pagos	Pago de tarjetas de crédito, pago de otros préstamos diferentes de vivienda, seguros de vida, vehículo, incendio, robo, etc., y transferencia de dinero a otros hogares.
12	GAS_IMPU	Impuestos y deducciones obligatorias	Impuesto de renta, impuesto predial, impuesto de vehículos incluyendo SOAT, pago obligatorio a EPS y aportes a fondo de pensiones.
Gastos no corrientes			
13	GAS_ DURABLE	Gastos no corrientes (inversión y bienes durables)	Compra de vivienda o cuota inicial, reparaciones y mejoras de la vivienda, amortización de la vivienda, compra de vehículo, compra de bienes raíces diferentes de la vivienda, muebles para el hogar (sala, comedor, camas, etc.), compra de electrodomésticos y gastos domésticos (Nevera, estufa, lavadora, brilladora, TV, computadores personales, calentadores eléctricos o a gas, etc.).

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 16.2 Gasto de subsistencia

GASTOS DE SUBSISTENCIA/REGIÓN	Atlántica	Oriental	Central	Pacífica sin Valle	Bogotá	San Andrés	Orinoquía-Amazonía	Antioquia	Valle de Cauca
GAS_ALIM	330,327.800021	292,318.062885	321,408.957831	257,489.071738	490,056.014278	778,247.443811	357,338.796786	323,499.926893	374,898.608129
GAS_BEBID	10,920.284079	8,127.051910	10,573.279086	7,761.503988	14,703.800410	30,417.540585	6,062.520696	15,424.646390	9,930.390398
GAS_VEST	14,436.434721	14,425.304850	20,558.940370	12,076.411797	34,131.059597	33,203.609484	22,805.139209	18,433.718325	19,502.029296
GAS_VIV	162,728.935215	190,858.006738	188,547.565081	150,017.112366	496,461.365967	414,967.081985	237,548.454424	194,462.256924	257,845.746324
GAS_ ENSERES	2,319.464107	1,355.546524	1,069.990852	1,487.859761	3,316.806226	2,375.403522	2,780.860487	1,702.304512	1,510.448054
GAS_SALUD	38,971.444548	23,670.362693	29,855.029172	31,639.838865	75,378.029084	56,193.261917	30,132.404137	36,295.198457	41,385.385775
GAS_TRANS	66,281.887824	57,959.051992	63,059.111611	29,119.717627	203,339.299457	162,732.568486	59,131.996103	51,129.332308	83,513.623862
GAS_ CULTURA	6,240.642116	4,883.160152	11,470.362924	398.840267	29,560.612352	20,393.362233	8,325.548913	9,587.116564	13,062.722143
GAS_EDUC	33,561.273298	37,819.467295	28,549.605017	26,030.081827	136,653.196243	56,471.602898	37,730.257336	19,209.524523	37,230.716065
GAS_SERPER	32,573.378771	29,039.189040	31,847.396719	25,895.651298	61,731.520769	61,642.778225	34,805.893325	29,734.672138	41,332.465796
GAS_ OTRPAG	-5,630.434319	-19,009.424389	8,949.312797	6,495.705859	48,817.148478	59,956.765455	1,449.761498	-3,330.028040	-4,755.630270
GAS_IMPU	15,596.712750	23,679.910993	21,420.894499	11,781.325403	109,720.149469	65,651.349476	22,981.814633	18,953.876453	36,194.156005
Línea de Pobreza	708,327.823132	665,125.690683	737,310.445959	560,193.120795	1,703,869.002331	1,742,252.768075	821,093.447546	715,102.545447	911,650.661578
Línea de pobreza por persona	165,691.222718	183,815.216074	203,846.663354	146,251.604146	503,407.420965	505,890.215994	230,471.211582	194,758.497313	259,056.679616
Coeficiente de Engel	0.466349	0.439493	0.435921	0.459643	0.287614	0.446690	0.435199	0.452383	0.411231
Propensión Marginal a Consumir	0.799153	0.842749	0.761068	0.868436	0.784806	0.683485	0.813654	0.840051	0.797956
Personas por Hogar	4.274987	3.618447	3.616986	3.830338	3.384672	3.443935	3.562673	3.671740	3.519117

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 16.3 Participaciones en el gasto corriente
Sistema lineal de gastos

REGIÓN / GRUPO DE GASTO	Atlántica	Oriental	Central	Pacífica sin Valle	Bogotá	San Andrés	Orinoquía-Amazonía	Antioquia	Valle de Cauca
GAS_ALIM	0,36202	0,34758	0,34243	0,39130	0,23818	0,44366	0,38070	0,32984	0,30599
GAS_BEBID	0,01547	0,01275	0,01664	0,01914	0,00874	0,01648	0,01345	0,01750	0,00866
GAS_VEST	0,02075	0,02653	0,03216	0,03113	0,02347	0,01758	0,03526	0,02701	0,02111
GAS_VIV	0,25043	0,26170	0,24841	0,24614	0,28244	0,22439	0,26390	0,26964	0,27180
GAS_ENSERES	0,00279	0,00245	0,00301	0,00290	0,00208	0,00238	0,00379	0,00278	0,00184
GAS_SALUD	0,05179	0,05338	0,05246	0,05595	0,04795	0,03306	0,03653	0,05376	0,05429
GAS_TRANS	0,10632	0,10412	0,10705	0,08734	0,12181	0,08827	0,08770	0,10611	0,11559
GAS_CULTURA	0,01703	0,01420	0,02209	0,01858	0,02269	0,01177	0,01486	0,02142	0,02175
GAS_EDUC	0,05350	0,05719	0,04726	0,04651	0,07842	0,02917	0,04484	0,04459	0,05477
GAS_SERPER	0,03902	0,03638	0,03900	0,03786	0,02975	0,03330	0,04519	0,03279	0,03447
GAS_OTRPAG	0,04474	0,04010	0,04509	0,03093	0,06428	0,05758	0,04160	0,04398	0,06153
GAS_IMPU	0,03614	0,04361	0,04441	0,03223	0,08019	0,04236	0,03217	0,05058	0,04819

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 16.4 Tipo de bien a partir del análisis elasticidad gasto
Sistema lineal de gastos[112]

REGIÓN / GRUPO GASTO	Atlántica	Oriental	Central	Pacífica sin Valle	Bogotá	San Andrés	Orinoquía-Amazonía	Antioquia	Valle de Cauca
Alimentos	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario
Bebidas y tabaco	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Necesario	Lujo	Necesario	Necesario
Vestuario y calzado	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Lujo	Elasticidad Unitaria	Necesario
Servicios de la vivienda	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario
Enseres y utensilios	Necesario	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Lujo
Salud	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo
Transporte y comunicaciones	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Elasticidad Unitaria	Necesario	Lujo	Lujo	Lujo
Recreación y servicios cult.	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo
Educación	Lujo	Necesario	Necesario	Necesario	Elasticidad Unitaria	Necesario	Necesario	Lujo	Lujo
Bienes y servicios pers.	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Elasticidad Unitaria	Necesario	Necesario
Otros pagos	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo
Impuestos y deducciones	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo

Fuente: Elaboración propia.

Tabla 16.5 Tipo de bien a partir del análisis elasticidad gasto
Sistema lineal de gastos extendido

REGIÓN / GRUPO GASTO	Atlántica	Oriental	Central	Pacífica sin Valle	Bogotá	San Andrés	Orinoquía-Amazonía	Antioquia	Valle de Cauca
Alimentos	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario
Bebidas y tabaco	Elasticidad Unitaria	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Necesario	Lujo	Necesario	Necesario
Vestuario y calzado	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Lujo	Necesario	Necesario
Servicios de la vivienda	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario
Enseres y utensilios	Necesario	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Lujo	Elasticidad Unitaria	Necesario	Necesario
Salud	Necesario	Lujo	Lujo	Lujo	Elasticidad Unitaria	Necesario	Elasticidad Unitaria	Lujo	Lujo
Transporte y comunicaciones	Elasticidad Unitaria	Lujo	Lujo	Lujo	Necesario	Necesario	Lujo	Lujo	Lujo
Recreación y servicios cult.	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo
Educación	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Lujo	Necesario
Bienes y servicios pers.	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario	Necesario
Otros pagos	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo
Impuestos y deducciones	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Elasticidad Unitaria	Lujo	Lujo	Lujo
Bienes Durables	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo	Lujo

Fuente: Elaboración propia.

[112] Se tomó como criterio de selección y aproximación lo siguiente: Si la elasticidad es mayor a 1,03, se considera como un bien de lujo, si la elasticidad es menor a 0,97 es un bien necesario, y si la elasticidad está entre 0,97 y 1,03 se entiende como un bien de elasticidad unitaria.

Referencias

Anido, J., Sistema Lineal Del Gasto: Especificación para la Ciudad de Mérida -1986-, Mérida, Universidad de los Andes de Mérida, 1998. 131 p.

Bell, C. y Cochrane, W., The Economics of Consumption, New York, Mc Graw Hill, 1956. 496 p.

Cortés, D. y Pérez, J., (2010), "El Consumo De Los Hogares Colombianos, 2006-2007: Estimación De Sistemas De Demanda", Universidad del Rosario, Serie Documentos de Trabajo, Nº 86. 27 p.

Howe, H., Estimation of the linear and quadratic expenditure systems: A cross-section case for Colombia, Ph.D. Dissertation, University of Pennsylvania, 1974. 328 p.

Klein, L., A Textbook of Econometrics, 2ª ed., Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1974. 436 p.

Klein, L. y Rubin, H., (1947-48), "A constant utility index of the cost of living", Review of Economic Studies, Vol. 15, Nº 2. p 54-57.

Mora, J., Introducción a la Teoría del Consumidor. De la preferencia a la estimación, Serie Textos Universitarios de la Universidad ICESI, Nº 38, 2002. 216 p.

Muellbauer, J., (1974), "Household Composition, Engel Curves and Welfare Comparisons Between Households: A Duality Approach", European Economic Review, Vol. 5, Issue 1. p 103-122.

Orshansky, M., (1965), "Counting the Poor: Another Look at the Poverty Profile". Social Security Bulletin, Vol. 28, Issue 1. p 3-32.

Phoebus, J., Econometrics: Statistical Foundations and Applications, New York, Harper and Row, 1970. 592 p.

Powell, A., (1973), "Estimation of Lluch's Extended Linear Expenditure System from Cross-Sectional Data", Australian Journal of Statistics, Vol. 15, Issue 2. p 111–117.

Prais, S. y Houthakker, H., The Analysis of Family Budgets, Cambridge, Cambridge University Press, 1955. 202 p.

Ramírez, M., (1989), "Estimación y Utilización de Sistemas Completos de Ecuaciones de Demanda", Desarrollo y Sociedad, Nº 24. p 13-48.

Ramírez, M.; Muñoz, M. y Rivas, G., (1998), "El Consumo de los Hogares en 23 Capitales de Departamentos Colombianos", Boletín de Estadística DANE, Nº 540. p 217-288.

Stone, R., (1954), "Linear expenditure systems and demand analysis: an application to the pattern of British demand", Economic Journal, Nº 64. p 511-527.

Summers, R., (1959), "A Note on the Least Squares Bias in Household Expenditure Analysis", Econometrica,Vol. 27, Issue 1. p 121-126.

Zellner, A., (1961), "Econometric Estimation with Temporally Dependent Disturbance Terms", International Economic Review, Vol. 2. p 164-178.

Zellner, A., (1962), "An Efficient Method of Estimating Seemingly Unrelated Regressions and Tests for Aggregation Bias", Journal of the American Statistical Association, Vol. 57. p 348-368.