

## **Toma de decisiones económicas en ambientes corporativos: Modelos de jerarquización analítica de alternativas**

Jaime Muñoz & Lizbeth Martínez

J. Muñoz & L. Martínez  
Universidad Autónoma Metropolitana. Prol. Canal de Miramontes 3855, Tlalpan, Ex Hacienda San Juan de Dios, 14387  
Ciudad de Mexico, D.F.

M. Ramos, P. Solares.(eds.) Ciencias de la Tecnología de la Información -©ECORFAN, México D.F., 2015.

## **Abstract**

Among the most powerful theoretical resources out there to support Decision-Making Processes, stands the so-called Analytical Hierarchy Process (AHP). By structuring an appropriate AHP model, firms can dispose of analytical foundations to determine, with mathematical formality, the alternatives that best fit the criteria to achieve multiple business objectives. Based on an AHP model, this paper provides evidence of the effectiveness of applying analytical hierarchy theory for improving the Decision-Making Processes in the fields of Management and Business.

## **Introducción**

En los ámbitos económico y empresarial, los procesos de toma de decisiones contemplan casi siempre la búsqueda de objetivos múltiples. Una necesidad adicional consiste en que dichos objetivos deben cumplirse –en el mayor grado posible- simultáneamente. Por su parte, los criterios que debe cumplir toda alternativa de solución también suelen ser múltiples. Es por ello indispensable contar con medios para formular modelos matemáticos capaces de establecer analíticamente una jerarquización de la amplia variedad de combinaciones factibles entre objetivos a alcanzar, criterios por cumplir y alternativas de solución por elegir. Con tal finalidad, en esta investigación se establece un modelo basado en la teoría de Procesos de Jerarquización Analítica (PJA). En las siguientes secciones se presenta el marco teórico, detalles de la metodología para PJA de Chang (Chang, 1996), así como las aportaciones que surgen del modelo aplicado en sujetos tomadores de decisiones en un contexto de objetivos, criterios y alternativas múltiples.

## **4 Marco teórico**

La toma de decisiones empresariales se ha caracterizado recientemente por el aumento en el uso de sistemas que consideran el aprovechamiento de los recursos disponibles buscando alcanzar esquemas de optimización. Lo anterior puede ser modelado a través de representaciones formales que clarifican las relaciones entre necesidades, recursos disponibles y objetivos establecidos. Considerando que las empresas requieren parámetros e indicadores de desempeño, ciertos campos de las matemáticas juegan un papel fundamental al auxiliar, mediante recursos diversos, el ordenamiento de la diversidad de elementos que se requiere conjuntar en los procesos de toma de decisiones a fin de garantizar integridad y transparencia.

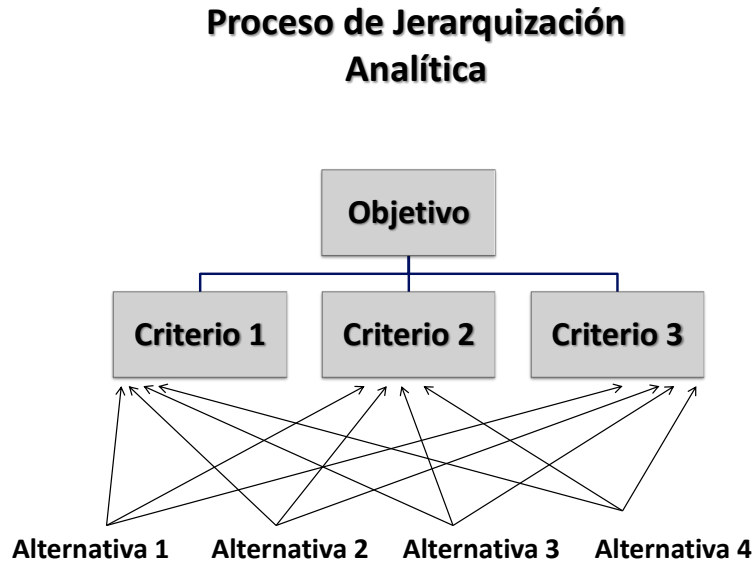
La aplicación de sistemas analíticos para la toma de decisiones es ampliamente utilizada por empresas y consorcios, pues provee señales para anticipar soluciones a problemas que amenazan su supervivencia en el mercado. Puede decirse que, de manera general, los modelos de mayor aplicación comprenden una combinación de aspectos tanto de naturaleza normativa como prospectiva. Las representaciones lógicas y simbólicas entre los elementos de un sistema de decisiones, utilizan recursos semánticos que describan las relaciones entre manera integral. En consecuencia, la modelación matemática como recurso de comprensión y comunicación, ha merecido creciente atención creciente en las comunidades gerenciales y de negocios.

### **4.1 Proceso de jerarquización analítica (PJA)**

La jerarquización analítica surge a principios de los años ochenta como un recurso metodológico que permite combinar información de carácter cualitativo, con criterios de evaluación cuantitativa. Para construir una decisión, los PJA se basan en la definición de criterios múltiples, así como en la identificación y ponderación de alternativas que cumplan con dichos criterios. Dada su capacidad para combinar objetivos, criterios y alternativas múltiples, la teoría de procesos de jerarquización analítica es ampliamente aplicable para la toma de decisiones en condiciones de incertidumbre.

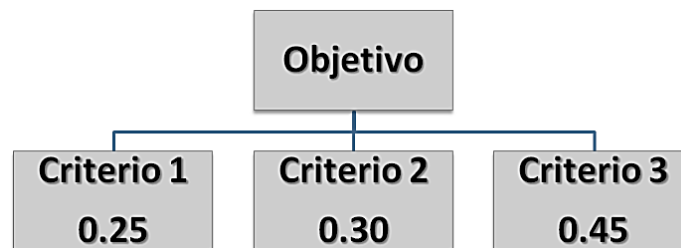
En los Procesos de Jerarquización Analítica los juicios subjetivos basados en la experiencia del tomador de decisiones, se combinan con la información cualitativa y cuantitativa disponible. Tal combinación genera como resultado la determinación de una priorización fundamentada y consistente para las alternativas existentes.

**Figura 4** Representación esquemática de un objetivo con criterios y alternativas múltiples

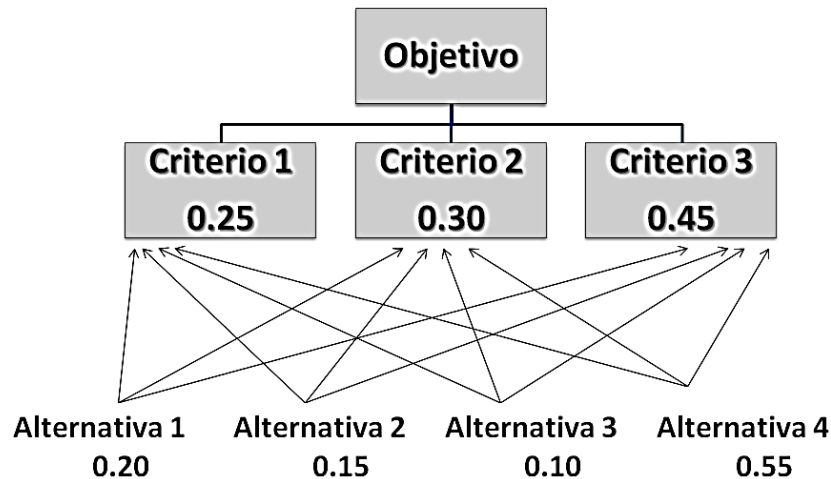


Como principio metodológico de PJA, la información disponible (cualitativa y cuantitativa) referente a los criterios, se combina con juicios valorativos basados en el conocimiento y experiencia del tomador de decisiones. A partir de dicha combinación se determina la relevancia que reviste cada uno de los criterios en términos relativos.

**Figura 4.1** Relevancia relativa de los criterios del modelo



De manera análoga, en la metodología de PJA se comparan por pares las alternativas existentes, tomando en cuenta el grado de cumplimiento que cada una tiene respecto de cada uno de los criterios. En esta fase del proceso, se toma en consideración las series de datos transversales y longitudinales que pudieren existir así como toda aquella información cualitativa disponible que pudiera ser aprovechada para el establecimiento de juicios valorativos.

**Figura 4.2** Grafo de relevancias relativas para un esquema multicriterios y multialternativas

Como corolario del proceso, mediante operaciones cerradas de álgebra matricial se lleva a cabo el cálculo vectorial correspondiente a la jerarquización de alternativas, que resulta de la combinación integral de relevancias relativas a cada uno de los criterios. La teoría de Procesos de Jerarquización Analítica ha merecido creciente atención como tema de investigación (tanto básica como aplicada), particularmente en lo que va del presente siglo. Lo anterior obedece en buena medida al desarrollo de aplicaciones computacionales que permiten llevar a cabo procesos operativos de álgebra matricial y de vectores, que permiten la simulación de escenarios, el análisis combinatorio así como la aplicación de métodos numéricos sofisticados para análisis de sensibilidad. Metodología de Jerarquización Analítica como Tema de Investigación Interdisciplinaria.

**Tabla 4** Las aplicaciones de PJA han estado cada día más presentes como tema en las publicaciones científicas de mayor reconocimiento en los índices mundiales

Campo del conocimiento	Investigaciones publicadas
Economía	609
Administración	1,519
Finanzas y negocios	253
Planeación y desarrollo organizacional	148
Psicología	326
Neurociencias	660
Investigación de operaciones	1,859
Ciencias ambientales	590
Matemáticas aplicadas a ciencias sociales	121
Otros campos del conocimiento	15,155

Fuente: Thomson-Reuters

## 4.2 Metodología de aplicación de PJA

Los principios teóricos que sustentan la metodología de PJA, fueron desarrollados hacia las últimas décadas del siglo XX. Fundamentalmente, se parte de las ramas de las matemáticas que tienen mayor relación con el análisis vectorial y álgebra matricial.

En términos muy generales, considérese que  $\tilde{A}$  representa una matriz de juicios de  $n \times n$  que contiene reales de tipo triangular difuso  $a_{ij}$  para toda  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$  como se muestra en la siguiente matriz

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} (1, 1, 1) & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & (1, 1, 1) & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & (1, 1, 1) & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & (1, 1, 1) \end{bmatrix}$$

Donde  $a_{ij} = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$  con  $l_{ij}$  como valor inferior,  $u_{ij}$  es el límite superior y  $m_{ij}$  es el valor más cercano al significado geométrico de  $l_{ij}$  y  $u_{ij}$ . Entonces  $m_{ij} = \sqrt{l_{ij} \cdot u_{ij}}$

Asumiendo que  $M_1$  y  $M_2$  son 2 NTD con  $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$  y  $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$ . Las operaciones básicas son:

$$M_1 + M_2 = (l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$$

$$M_1 \times M_2 = (l_1 \cdot l_2, m_1 \cdot m_2, u_1 \cdot u_2)$$

El procedimiento básico del PJA Difuso de Chang (Chang) es dado por las ecuaciones:

$$b_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

$$b_0 = y - b_1 x$$

Ahora bien, para determinar el vector  $W$  de jerarquización, se procede de la siguiente manera:

(1) Sumando cada fila de la matriz de juicios difusos  $A$ , se obtiene el vector de reales difusos  $RS$ .

$$RS = \begin{bmatrix} rs_1 \\ rs_2 \\ \vdots \\ rs_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n a_{1j} \\ \sum_{j=1}^n a_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n a_{nj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sum_{j=1}^n l_{1j}, \sum_{j=1}^n m_{1j}, \sum_{j=1}^n u_{1j}) \\ (\sum_{j=1}^n l_{2j}, \sum_{j=1}^n m_{2j}, \sum_{j=1}^n u_{2j}) \\ \vdots \\ (\sum_{j=1}^n l_{nj}, \sum_{j=1}^n m_{nj}, \sum_{j=1}^n u_{nj}) \end{bmatrix}$$

(2) Se normaliza la fila del vector de números difusos  $RS$  para obtener los valores difusos simplificados del vector  $S$

$$S = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ \vdots \\ s_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} rs_1 \times \left( \sum_{j=1}^n rs_j \right)^{-1} \\ rs_2 \times \left( \sum_{j=1}^n rs_j \right)^{-1} \\ \vdots \\ rs_n \times \left( \sum_{j=1}^n rs_j \right)^{-1} \end{bmatrix}$$

Donde  $(\sum_{j=1}^n rs_j)^{-1}$  es derivada de la sumatoria del vector de números difusos RS y es calculada por:

$$\left( \sum_{j=1}^n rs_j \right)^{-1} = \left( \frac{1}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n u_{kj}}, \frac{1}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n m_{kj}}, \frac{1}{\sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n l_{kj}} \right)$$

(3) Se determina el el grado de posibilidades para obtener los valores no difusos del vector V:

$$V = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \min V( s_1 \geq s_k) \\ \min V( s_2 \geq s_k) \\ \vdots \\ \min V( s_n \geq s_k) \end{bmatrix}$$

Donde para el elemento  $i, k \in \{1, 2, \dots, n\}$  y  $k \neq i$ . El grado de posibilidades de  $S_2 = (l_2, m_2, u_2) \geq S_1 = (l_1, m_1, u_1)$  es obtenida por:

$$V(S_2 \geq S_1) = \begin{cases} 1, \text{ si } m_2 \geq m_1 \\ 0, \text{ si } l_1 \geq u_2 \\ \frac{l_1 - u_2}{(m_2 - u_2) - (m_1 - l_1)}, \text{ de otra forma} \end{cases}$$

(4) Se determina la normalización final de los valores no difusos del vector W en el cual se establece la jerarquización final de las alternativas.

$$W = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 / \sum_{i=1}^n v_i \\ v_2 / \sum_{i=1}^n v_i \\ \vdots \\ v_n / \sum_{i=1}^n v_i \end{bmatrix}$$

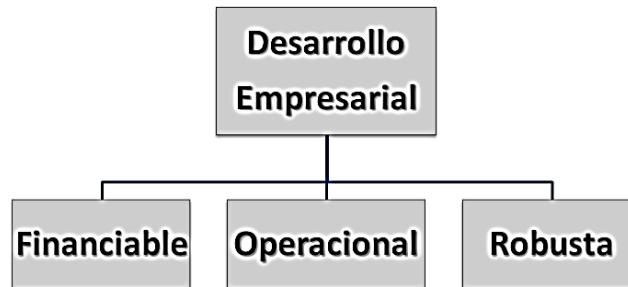
### 4.3 Escenarios resultantes de la aplicación de pja a procesos de toma de decisiones empresariales

Se ha puesto en evidencia anteriormente como los modelos basados en PJA permiten solventar problemas de decisiones con objetivos, criterios y alternativas múltiples.

Para llevar a cabo la presente investigación, se programaron algoritmos computacionales que permiten aplicar la metodología de Chang para la simulación de escenarios de decisión y análisis de sensibilidad del vector W de jerarquización de alternativas (Apéndices A y B<sup>19</sup>).

Por lo que corresponde a los criterios, se establecieron tres niveles (Figura 4.3):

**Figura 4.3** Para ser considerada, toda alternativa en pro del objetivo Desarrollo Empresarial debe cumplir con los criterios de ser financierable, operacional y robusta<sup>20</sup>

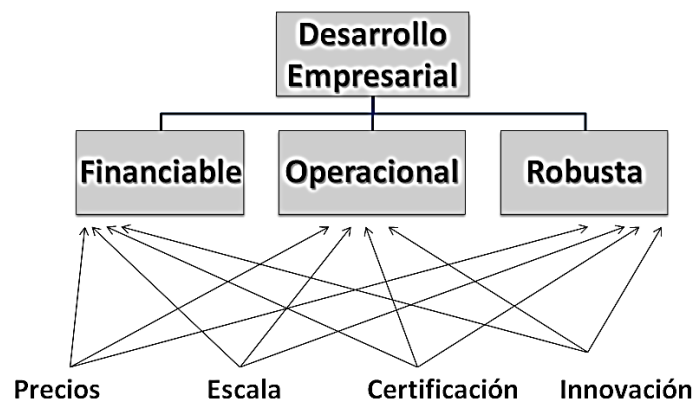


Por lo que corresponde a las alternativas, entre las variantes desarrolladas en esta investigación fue seleccionada aquella que representa integralmente el grafo múltiple con un nodo representado por cada criterio.

En la siguiente figura se esquematiza dicha selección:

**Figura 4.4** Definición de alternativas

### Proceso de Jerarquización Analítica



<sup>19</sup> El Apéndice B consiste en el algoritmo correspondiente a PJA cuando las entradas de la matriz de juicios están constituidas por reales triangulares difusos.

<sup>20</sup> El criterio Operacional se documentó en términos de la factibilidad de que la alternativa sea operada adecuadamente con los recursos humanos y materiales existentes. El criterio Robusto se concibe en términos de la resiliencia de cada alternativa ante alteraciones del entorno organizacional (reestructuraciones, cambios de gestión, fusiones empresariales, etc.).

Con la finalidad de aplicar una versión del modelo PJA de Chang que comprenda en la matriz de juicios valoraciones triangulares difusas con  $\Delta = 0$ , se llevó a cabo el proceso de comparación por pares (pairwise comparisson), y de manera subsiguiente las normalizaciones correspondientes para calcular los productos matriciales que dan lugar al vector transpuesto  $W^t$  de jerarquización de alternativas.

Las Tabla 4.1 y 4.2, así como la Figura 4.5 exhiben el esquema de resultados.

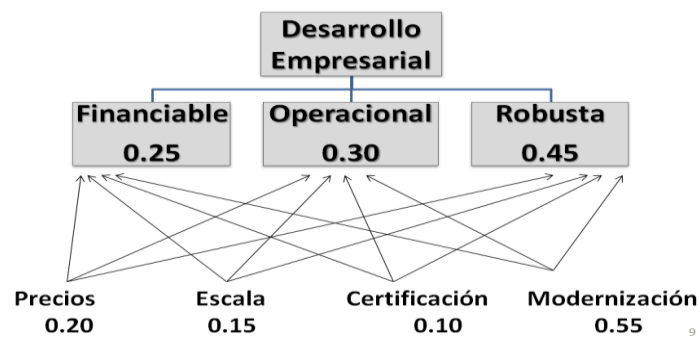
**Tabla 4.1** Matriz de Juicios Comparativos

		1	2	3	4
		Bajar precios de los productos	Realizar compras a escala	Buscar certificaciones que permitan exportar	Modernizar los procesos de producción
1	Bajar precios de los productos	1	2	3	3
2	Realizar compras a escala	0.5	1	4	2
3	Buscar certificaciones que permitan exportar	0.33333333	0.25	1	0.5
4	Modernizar los procesos de producción	0.33333333	0.5	2	1

Las entradas de la Matriz de Juicios Comparativos resumen las valoraciones de la relevancia relativa de las alternativas del esquema seleccionado

**Figura 4.5**

### Resultados del PJA



El resultado del Proceso PJA arroja un vector transpuesto  $W^t$  de jerarquización de alternativas, en el cual se establece mayor importancia estratégica para las acciones de modernización de procesos de empresariales.



**Tabla 4.2** Matriz de jerarquización

Factores habilitantes	Ponderaciones locales de aspectos:				Ponderaciones Globales	Prelación de Prioridades
	Económicos	Administrativos	Sociales	Históricos		
Bajar precios de los productos	EI1	AI1	SU1	HC1	PG1	P1
Adquirir insumos a escala	EI2	AI2	SU2	HC2	PG2	P2
Certificaciones que permitan exportar	EI3	AI3	SU3	HC3	PG3	P3
Modernizar los procesos de producción	EI4	AI4	SU4	HC4	PG4	P4

Para la estructuración del modelo de análisis jerárquico, en esta investigación se identificó como objetivo común a diversas organizaciones el desarrollo empresarial. Se recabaron evaluaciones de expertos tomadores de decisiones con base en categorización de recursos disponibles (económicos, financieros, técnicos, legales y humanos).

#### 4.4 Conclusiones

La toma de decisiones en ambientes corporativos es un proceso eminentemente complejo que por lo general trae consigo consecuencias significativas en torno a la viabilidad de las organizaciones. Por ello, la construcción de escenarios que contemplen la combinación objetivos, criterios y alternativas múltiples, es fundamental para que los planes y programas de desarrollo estratégico tengan un fundamento sólido. Esta investigación aporta evidencia sobre la ventaja metodológica que representa el proceso de jerarquización de acciones alternativas fundamentado en el análisis matemático. Los resultados de los escenarios presentados aquí, exhiben como el Procedimiento de Jerarquización Analítica (PJA) constituye hoy en día un valioso recurso para resolver escenarios que comprenden multiplicidad y complejidad las relaciones de las variables que intervienen en los procesos de toma de decisiones empresariales.

#### 4.5 Referencias

Chang, D, 1996, "Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP", Journal of European Operational Research, 95, pp. 649 - 655.

Chee Yew Wong, 2009, "Explaining the competitive advantage of logistics service providers: A resource-based view approach", Journal of International Production Economics, 128, pp. 51 -67.

Kwong, C, 2002, "A fuzzy AHP approach to the determination of importance weights of customer requirements in quality function deployment", Journal of Intelligent Manufacturing, 13, pp. 367 - 377.

Metin, C, 2007, "Application of fuzzy extended AHP methodology on shipping registry selection: The case of Turkish maritime industry", Expert Systems with Applications, 36, pp. 190 -198.

Mikhailov, L, 2003, "Evaluation of services using a fuzzy analytic hierarchy process", Applied Soft Computing, 5, pp. 23 - 33.

Pi - Fang Hsu, 2008, "Optimizing resource-based allocation for senior citizen housing to ensure a competitive advantage using the analytic hierarchy process", Building and Environment, 43, pp 90 - 97.