

## **Diseño de una estrategia de control de la dinámica de un papalote en un espacio esférico con radio variable**

### **Design of a strategy to control the dynamics of a kite in a spherical space with variable radius**

MENESES-ANGELES Aridelci†, BENÍTEZ-MORALES José Gerardo\*, HERNÁNDEZ-PÉREZ, Javier y ZAMORA-CAMPOS, Luis Alberto

ID 1<sup>er</sup> Autor: *Aridelci, Meneses-Angeles* / CVU CONACYT ID: 929067, Becario-PNPC: 724298

ID 1<sup>er</sup> Coautor: *José Gerardo, Benítez-Morales* / ORC ID: 0000-0002-3294-8782, CVU CONACYT ID: 102390

ID 2<sup>do</sup> Coautor: *Javier, Hernández-Pérez* / ORC ID: 0000-0003-0371-4255, CVU CONACYT ID: 320314

ID 3<sup>er</sup> Coautor: *Luis Alberto, Zamora-Campos* / ORC ID: 0000-0002-8319-1388, CVU CONACYT ID: 180149

**DOI:** 10.35429/P.2020.4.89.106

A. Meneses, J. Benítez, J. Hernández y L. Zamora

*Universidad Politécnica de Pachuca*

\*josegerardo@upp.edu.mx

F. Trejo (Coord.). Ciencias Multidisciplinarias. Proceedings-©ECORFAN-México, Pachuca, 2020.

## Abstract

One of the most important problems for humanity and biodiversity is pollution, due to the use of fuels based on fossil residues; for this reason, renewable energies such as solar, hydraulic, geothermal, biomass and wind energy are a solution to change old sources of energy. By focusing on wind energy, Airborne Wind Energy System (AWES) are new way of using the force of the wind. This article presents a non-linear control strategy for the dynamics of an AWE in kite configuration. The strategy is based on the static state feedback technique to build static regulators. In addition to this, a stability analysis is performed to compensate for disturbances. The evaluation of the control strategy is shown through numerical simulations.

## Kite, Air carrier of energy, Static feedback of states

### Introducción

En los últimos años, la humanidad tiene una convicción de cambiar las fuentes energéticas a base de combustibles fósiles hacia a las energías limpias y así salvaguardar la biodiversidad del planeta ante el cambio climático. Una alternativa para la generación de energía renovable son los sistemas de energía aerotransportada (AWE, Airborne Wind Energy System), los cuales aprovecha la energía cinética del viento para convertirla a energía eléctrica.

El primer estudio sobre la factibilidad de generar energía a partir de los AWE es presentado por Loyd (1980), él cual expone tres modos de vuelo: simple, cruzado y arrastre, para generar grandes cantidades de energía a partir de emplear papalotes. Los resultados muestran que el vuelo cruzado es la mejor opción para generar energía. El trabajo de Argotov (2009) realizan un análisis dinámico de los tres modos de vuelo para estimar la energía de salida de estos sistemas, mientras que Soto-Guerrero (2019) muestra un caso particular sobre la generación de energía para un papalote de 2 metros de envergadura.

La configuración de estos sistemas está constituida de forma general por una aeronave conectada a una estación de tierra por medio de cables. Las opciones de las aeronaves van desde configuraciones similares a los aviones, globos aerostáticos hasta las diferentes configuraciones de papalotes (Angeles-Meneses, 2020). La estación de tierra cuenta con uno o varios dinamos dependiendo de su configuración, y estos tienen dos propósitos: controlar el movimiento de papalote y generar la energía eléctrica. El funcionamiento del sistema está dividido en la fase de generación y la fase de consumo; la primera fase consiste en elevar al papalote, realizando formas de ochos, en esta parte el papalote mueve el eje de un dinamo con la intención de generar energía eléctrica. Cuando el cable ha alcanzado su máxima longitud, el dinamo se comporta como motor con el propósito de jalar al papalote hacia una posición inicial para comenzar nuevamente el ciclo (Canale, 2007). Estos sistemas tienen algunas ventajas sobre los aerogeneradores convencionales entre ellas están:

- La factibilidad de trasladarlo a distintos puntos ya que su estructura del papalote es flexible, esto propicia la oportunidad de poder almacenarlo fácilmente para su traslado.
- La elevación de vuelo puede alcanzar alturas superiores a los aerogeneradores convencionales; dando como resultado, que se aprovechen las grandes cantidades de viento de la atmósfera.

Las investigaciones sobre estos sistemas abordan los aspectos aerodinámicos de las aeronaves, la instrumentación del vehículo, configuración de la estación de tierra, la optimización del ciclo de funcionamiento del generador, la generación de continua y máxima de energía del sistema, y las técnicas de control para la trayectoria del papalote.

Al enfocarnos sobre las contribuciones reportados en la literatura con respecto a las técnicas de control para un aerotransportador tipo papalote, el trabajo de Diehl (2004) propone emplear un control predictivo para modelos no lineales (NMPC, nonlinear model predictive control) para el seguimiento de la órbita de referencia periódica en forma de ocho; los resultados se muestran en simulación numérica. Esta técnica de control presenta los inconvenientes de depender de las variaciones del viento; por lo tanto, se añadan ciertas restricciones y se modifica la técnica de control para incluir un esquema de iteración en tiempo real usando disparos múltiples directos (Ilzhöfer, 2007).

En los trabajos de Canale, (2010) y Fagiano (2011) emplean el control NMPC, con variaciones a la técnica de control con el fin de mejorar los tiempos de respuesta. Sin embargo, esta técnica de control conlleva a un gran gasto computacional.

Erhard (2013) presenta el diseño de control de vuelo que se basa en implementar una dirección precisa hacia los puntos deseados que permite un patrón de vuelo de ochos hacia abajo con un modelo basado en vientos cruzados, así mismo observan que para obtener un mayor beneficio de la recolección de energía el cometa debe tener entre los 200m a 800m ya que las mayores velocidades de viento se encuentran ahí.

Erhard (2015) describe las características básicas de control de vuelo del mismo modo se muestra un modelo que se utiliza para el diseño del controlador donde se justifica la dinámica principal con resultados de la identificación basada en numerosas pruebas.

Jehle (2014) introduce un marco cinemático para modelar y diseñar un controlador. El objetivo es una trayectoria en una esfera unitaria centrada en el punto de anclaje, basada en consideraciones geométricas. El controlador en cascada confirma que el funcionamiento autónomo del cometa de tracción en ciclos de bombeo es factible, pero el rendimiento del control es no óptimo ya que es afectado por retrasos de tiempo y de restricciones del actuador.

Erhard (2013) muestra una ley de control donde el diseño se basa en un modelo de dinámica de vuelo en tiempo real donde se realiza una reducción del sistema a una aproximación de un cuerpo rígido. Este proceso se divide en dos etapas en la reducción de estados y la identificación de modelo.

Bosch (2014) y De Groot (2011) emplean el mismo control de la bifurcación con diferencia de modelo y condiciones fisiológicas. Con la observación de la dinámica de un cometa en vuelo se sugiere la posibilidad de múltiples estados de equilibrio. Con la aplicación de la teoría de la bifurcación a un modelo simplificado de vuelo se confirma la existencia de una bifurcación de punto límite en el plano de velocidad del viento y ángulo de cuerda del cometa.

En Global wind report, Global wind energy council, 2017 se realiza un análisis dinámico de un cometa con una sola cuerda y de dos grados de libertad. Se estudia los estados de equilibrio del sistema y la estabilidad, valores propios con la teoría lineal. El sistema debe pasar por una bifurcación Hopf donde aparecen soluciones constantes. Considera las respuestas del cometa contra las ráfagas y desarrolla un control en lazo abierto para mantener una altitud de vuelo invariante en condiciones atmosféricas cambiantes.

Han (2018) consideran a la longitud del cable entre el papalote y la estación de tierra como constante. La estrategia de control se basa en una configuración de cascada, el control de rumbo es por medio un control PID, mientras que otro control dirige alternativamente el cometa hacia los puntos destino.

Dief y colaboradores (2018) emplean un modelo de segundo orden en tiempo discreto para representar la dinámica, y con base a este, desarrollan una identificación de parámetros mediante la estimación de mínimos cuadrados. La estabilidad del sistema es lograda por medio de un control difuso basado en los conceptos de Mamdani.

Alvarez-Gallegos (2019) presenta el diseño de un controlador basado en la técnica de modos deslizantes empleando un modelo simplificado de la dinámica. El controlador es robusto ante incertidumbres del modelo y perturbaciones en las velocidades del viento. Los resultados son mostrados mediante simulaciones numéricas. Por otro lado, Bari (2020) emplea también la técnica de modos deslizantes empleando un modelo de primer orden considerando el ángulo de rumbo y un ángulo de elevación.

El trabajo de Dief y colaboradores (2020) realizan una identificación de parámetros del papalote usando el algoritmo Placketts, el modelo dinámico es simplificado con el propósito de representar su dinámica mediante funciones de transferencia de segundo orden en tiempo discreto. Los autores emplean un control adaptable para ajustar las ganancias y colocar los polos de tal manera que se garantice la estabilidad del sistema.

Con base a lo expuesto en la literatura, la mayoría de los trabajos realizan una simplificación del sistema ya sea al considerar a la distancia entre la estación de tierra y el papalote como una constante Diehl (2004), Izhöfer (2007), Canale (2010); en algunos otros casos, la dinámica es simplificada a través de un sistema de segundo orden Dief (2020), Bari (2020). Además, algunos de estos algoritmos requieren un gasto computacional alto Canale (2010), Fagiano (2011). El presente trabajo muestra el diseño de una estrategia de control que considera a la distancia entre la estación de tierra y el papalote como una variable. La estrategia de control está basada en la técnica de retroalimentación de estados estático, garantizando la convergencia hacia un punto de referencia ante perturbaciones de tipos constante. Los resultados son mostrados mediante simulaciones numéricas.

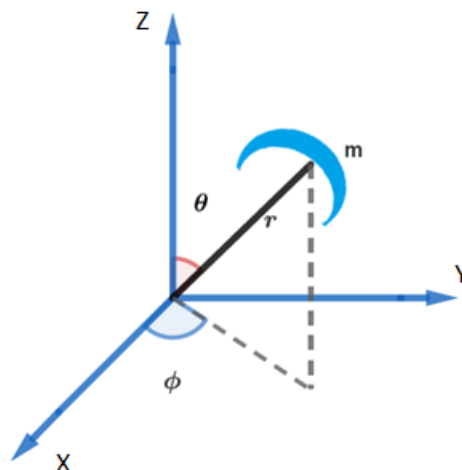
El resto del presente artículo es organizado de la siguiente forma. La sección del modelado expone la obtención del modelo dinámico. La sección del diseño de control describe el desarrollo de la estrategia de control basada en la retroalimentación estática de estados. Los resultados de la estrategia de control son mostrados en la sección de simulaciones numéricas. Finalmente se presentan las conclusiones.

### Modelo dinámico de un papalote restringido a un espacio esférico con radio variable

El comportamiento dinámico del papalote es descrito, en un espacio tridimensional, a través de su posición, velocidad y aceleración respecto a un marco de referencia inercial,  $X^I = [X, Y, Z]$ , donde el eje  $X$  está alineado en dirección del viento nominal, la dirección del eje  $Z$  es perpendicular al plano de la superficie de la tierra, el eje  $Y$  es ortogonal al plano formado por  $X$  y  $Z$ .

Anteriormente se mencionó que el papalote está acoplado a una estación de tierra por medio de cables, esto permite describir su posición al emplear las coordenadas esféricas,  $\Phi = [\theta, \phi, r]$ , donde  $r$  es la distancia entre el papalote y la estación de tierra,  $\theta$  es el ángulo polar o colatitud y  $\phi$  es el ángulo Azimutal (véase fig. 1).

**Figura 1** Sistema de coordenadas del papalote



La posición del centro geométrico del papalote es expresada con respecto al marco de referencia inercial por (Diehl, 2001).

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \sin \theta \cos \phi \\ r \sin \theta \sin \phi \\ r \cos \theta \end{bmatrix},$$

donde  $x, y$  y  $z$  son las posiciones con respecto al marco de referencia inercial. A partir de estas posiciones se determina la energía cinética dada por

$$T = \frac{1}{2} m (\dot{r}^2 \sin^2(\theta) + r^2 \dot{\theta}^2 + \dot{r}^2),$$

mientras que la energía potencial, medida con respecto al plano formado por los ejes  $X$  y  $Y$ , está dada por

$$V = mgr \cos \theta,$$

La función lagrangiana del sistema está dado por

$$L(\theta, \dot{\theta}, \phi, \dot{\phi}, r, \dot{r}) = T - V = \frac{1}{2} m(r^2 \dot{\phi}^2 \sin^2(\theta) + r^2 \dot{\theta}^2 + \dot{r}^2) - mgr \cos \theta.$$

Al aplicar las ecuaciones de Euler Lagrange, conduce directamente a las ecuaciones dinámicas del sistema

$$\begin{aligned} mr^2 \ddot{\theta} + 2mr\dot{r}\dot{\theta} - mr^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\phi}^2 - mgr \sin \theta &= \tau_1, \\ mr^2 \sin^2(\theta) \ddot{\phi} + 2mr^2 \sin \theta \cos \theta \dot{\theta} \dot{\phi} + 2mr \sin^2(\theta) \dot{r} \dot{\phi} &= \tau_2, \\ m\ddot{r} - mr\dot{\theta}^2 - mr \sin^2(\theta) \dot{\phi}^2 + mg \cos \theta &= F, \end{aligned} \quad (1)$$

donde  $\tau_1, \tau_2$  son los pares de entrada y  $F$  es la fuerza de entrada.

### Diseño de la estrategia de control

En esta sección se expone una estrategia de control basada en la retroalimentación estática para la dinámica del papalote con la finalidad de estabilizar su dinámica y lograr un seguimiento de trayectorias. Por lo tanto, se propone realizar un cambio de coordenadas de la forma  $x_1 = \theta, x_2 = \dot{\theta}, x_3 = \phi, x_4 = \dot{\phi}, x_5 = r, x_6 = \dot{r}$ ,  $u_1 = \tau_1, u_2 = \tau_2$  y  $u_3 = F$  para representar el modelo (1) de la forma  $\dot{x} = f(x) + g(x)u$ , quedando como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1) \\ x_4 \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_6 \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{mx_5^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & mx_5^2 \sin^2 x_1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

Las salidas a controlar del sistema son:

$$\hat{y} = h(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_3 \\ x_5 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

La técnica de retroalimentación estática consiste en aplicar la derivada de Lie de  $h(x)$ , que está dado por  $y_s^{(V)} = L_f^2 h(x) + L_g L_f^{V-1} h(x)u$ , hasta encontrar la entrada de control, es decir que  $L_g L_f^{V-1} h(x) \neq 0$  con base a Sastry (1999) y Isidori (1995). Por consiguiente, se calcula la primera derivada de Lie para la salida  $h_1 = x_1$  de (3) y empleando (2), quedando como

$$L_{g1} h_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{mx_5^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0, \text{ y}$$

$$L_f h_1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1) \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix} = x_2.$$

Se observa que  $L_{g_1} h_1 = 0$ , por lo tanto, se deriva nuevamente a la salida  $x_1$  dando por resultado

$$L_f^2 h_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1) \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix},$$

$$= \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1), \quad (4)$$

y

$$L_{g_1} L_f h_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m x_5^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{m x_5^2}. \quad (5)$$

Se obtiene que  $L_{g_1} L_f h_1 \neq 0$ , en consecuencia, el grado relativo de las salidas  $x_1$  es 2. Ahora, se calcula para la salida  $x_3$  de (3), teniendo así que

$$L_f h_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1) \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix} = x_4, \text{ y}$$

$$L_{g_2} h_2 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ \frac{1}{m x_5^2 \sin^2 x_1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0.$$

Nuevamente se deriva a la segunda salida  $x_3$  de (3), ya que  $L_{g_2} L_f h_2 = 0$ , quedando como

$$L_f^2 h_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} x_2 \\ \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1) \\ x_4 \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_6 \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix} \\ = -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5}, \quad (6)$$

y

$$L_{g^2} L_f h_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{m x_5^2 \sin^2 x_1}, \quad (7)$$

Se observa que  $L_{g^2} L_f h_2 \neq 0$ , a continuación, se realiza lo mismo para la tercera salida de (3) que es  $x_5$ , dando como resultado

$$L_f h_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} x_2 \\ \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{x_5} \sin(x_1) \\ x_4 \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_6 \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix} = x_6, y \\ L_g h_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = 0,$$

Se tiene que volver a derivar a la salida, teniendo así que

$$L_f^2 h_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} x_2 \\ \sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 - \frac{2x_6 x_2}{x_5} + \frac{g}{r} \sin(x_1) \\ x_4 \\ -2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 - 2 \frac{x_6 x_2}{x_5} \\ x_6 \\ x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) \end{bmatrix}, \\ = x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1), \quad (8)$$

y

$$L_g L_f h_3 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1] \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} = \frac{1}{m}. \quad (9)$$

Con este último resultado se muestra que cumple la condición de  $L_{g_3}L_f h_3 \neq 0$ , siendo el grado relativo del sistema (2, 2, 2); por consiguiente, se tiene una linealización exacta del sistema.

Las entradas de control son construidas a partir de las ecuaciones (4), (5), (6), (7), (8) y (9); y de expresión  $u_i = \frac{1}{L_{g_i}L_f^{\gamma-1}h_i(x)}(-L_f^\gamma h_i(x) + v)$  (Sastry, 1999). Dando como consecuencia que las entradas de control tomen la forma de

$$\begin{aligned} u_1 &= \left( -\sin(x_1) \cos(x_1) x_4^2 + \frac{2x_6x_2}{x_5} - \frac{g}{x_5} \sin(x_1) + v_1 \right) m x_5^2, \\ u_2 &= \left( 2 \frac{\cos(x_1)}{\sin(x_1)} x_2 x_4 + 2 \frac{x_6x_2}{x_5} + v_2 \right) m x_5^2 \sin^2 x_1, \\ u_3 &= (x_5 x_2^2 + x_5 \sin^2(x_1) x_4^2 - g \cos(x_1) + v_3) m. \end{aligned} \quad (10)$$

Se propone que  $v_1, v_2, v_3$  tengan la forma de

$$\begin{aligned} v_1 &= x_{2d} + k_1(x_{2d} - x_2) + k_2(x_{1d} - x_1), \\ v_2 &= x_{4d} + k_3(x_{2d} - x_2) + k_4(x_{1d} - x_1), \\ v_3 &= x_{5d} + k_5(x_{6d} - x_6) + k_6(x_{5d} - x_5). \end{aligned} \quad (11)$$

El sistema en lazo cerrado se obtiene al sustituir las ecuaciones (10) y (11) en (2), quedando de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_{2d} + k_1(x_{2d} - x_2) + k_2(x_{1d} - x_1) \\ x_4 \\ x_{4d} + k_3(x_{4d} - x_4) + k_4(x_{3d} - x_3) \\ x_6 \\ x_{5d} + k_5(x_{6d} - x_6) + k_6(x_{5d} - x_5) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Se propone el siguiente cambio de coordenadas con la intención de determinar la estabilidad del sistema

$$\begin{aligned} e_1 &= x_1 - x_{1d}, \\ e_2 &= x_2 - x_{2d}, \\ e_3 &= x_3 - x_{3d}, \\ e_4 &= x_4 - x_{4d}, \\ e_5 &= x_5 - x_{5d}, \\ e_6 &= x_6 - x_{6d}. \end{aligned}$$

Además, hay que tomarse en cuenta que  $\dot{x}_1 = x_2$ ,  $\dot{x}_{d1} = x_{d2}$ ,  $\dot{x}_3 = x_4$ ,  $\dot{x}_{d3} = x_{d4}$ ,  $\dot{x}_5 = x_6$ , y  $\dot{x}_{d5} = x_{d6}$ , dando como resultado que el modelo en lazo cerrado (12) quede de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \\ \dot{e}_5 \\ \dot{e}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -k_1 e_1 - k_2 e_2 \\ e_4 \\ -k_3 e_3 - k_4 e_4 \\ e_6 \\ -k_5 e_5 - k_6 e_6 \end{bmatrix}.$$

A partir de esta última ecuación se determina que las ganancias deben ser positivas para estabilizar al sistema.



## Análisis de la estabilidad del sistema ante perturbaciones

Las condiciones del viento en un punto específico sobre la superficie de la tierra dependen de la zona geográfica, las condiciones del clima y la época del año, la hora del día, temperatura de la zona y los objetos cercanos al sitio.

Las zonas adecuadas para la instalación física de los aerogeneradores son determinadas mediante estudios de recursos eólicos, de impacto ambiental de la zona y estudios económicos; generalmente, se busca que las zonas sean espacios libres de obstáculos tales como edificios, arboles de alta estatura, además la zona no debe ser una zona de protección para las aves. Los análisis de viento identifican la dirección del viento y sus velocidades medias de tal manera que las condiciones de operación sean las adecuadas para los aerogeneradores. Bajo este contexto, se consideran a las perturbaciones como constantes.

Al considerar las perturbaciones en el sistema, el sistema en lazo cerrado queda como

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \\ \dot{e}_5 \\ \dot{e}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -k_1 e_1 - k_2 e_2 \\ e_4 \\ -k_3 e_3 - k_4 e_4 \\ e_6 \\ -k_5 e_5 - k_6 e_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P_\theta \\ 0 \\ P_\phi \\ 0 \\ P_r \end{bmatrix},$$

donde  $P_\theta, P_\phi, P_r$  se considera como perturbaciones acotadas aplicadas al ángulo polar, el ángulo de azimutal y el radio de la esfera, respectivamente; esto provoca la aparición de un error estacionario. Por consiguiente, se propone que los reguladores (11) se les añada la parte integral para compensar a la perturbación, quedando de la siguiente manera

$$v_1 = x_{2d} + k_1(x_{2d} - x_2) + k_2(x_{1d} - x_1) - k_{I1} \int (x_1 - x_{1d})dt,$$

$$v_2 = x_{4d} + k_3(x_{4d} - x_4) + k_4(x_{3d} - x_3) - k_{I1} \int (x_3 - x_{3d})dt,$$

$$v_3 = x_{6d} + k_5(x_{6d} - x_6) + k_6(x_{5d} - x_5) - k_{I1} \int (x_5 - x_{5d})dt.$$

Por lo tanto, el sistema en lazo cerrado en función del error queda de la forma

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_1 \\ \dot{e}_2 \\ \dot{e}_3 \\ \dot{e}_4 \\ \dot{e}_5 \\ \dot{e}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e_2 \\ -k_1 e_1 - k_2 e_2 - k_{I1} \int (e_1)dt + P_\theta \\ e_4 \\ -k_3 e_3 - k_4 e_4 - k_{I3} \int (e_3)dt + P_\phi \\ e_6 \\ -k_5 e_5 - k_6 e_6 - k_{I5} \int (e_5)dt + P_r \end{bmatrix}. \quad (13)$$

Se observa que el sistema representado en espacio de estados se encuentra desacoplado en tres subsistemas, para aclarar mejor esta idea se propone el siguiente conjunto de variables

$$\begin{aligned} \dot{e}_\theta &= \begin{bmatrix} \int e_1 & e_1 & e_2 \end{bmatrix}, \\ \dot{e}_\phi &= \begin{bmatrix} \int e_3 & e_3 & e_4 \end{bmatrix}, \\ \dot{e}_r &= \begin{bmatrix} \int e_5 & e_5 & e_6 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (14)$$

Entonces realizando el cambio de variables (14) y acomodando algebraicamente los términos, el sistema (13) se transforma en tres subsistemas de la siguiente forma de

$$\begin{aligned}
\dot{e}_\theta &= A_\theta e_\theta + B_\theta P_\theta, \\
\dot{e}_\phi &= A_\phi e_\phi + B_\phi P_\phi, \\
\dot{e}_r &= A_r e_r + B_r P_r,
\end{aligned} \tag{15}$$

donde,

$$A_\theta = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_{I1} & -k_1 & -k_2 \end{bmatrix},$$

$$A_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_{I2} & -k_3 & -k_4 \end{bmatrix},$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -k_{I3} & -k_5 & -k_6 \end{bmatrix},$$

y

$$B_\theta = B_\phi = B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

A partir de los subsistemas (15), se obtienen su representación en el dominio de la frecuencia a través de la función de transferencia, considerando a cada perturbación como la entrada de su respectivo subsistema con la intención analizar el error de cada variable en estado estable. Entonces se tiene lo siguiente

$$\begin{aligned}
\frac{e_1(s)}{P_\theta(s)} &= \frac{s}{s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + K_{I1}}, \\
\frac{e_3(s)}{P_\phi(s)} &= \frac{s}{s^3 + k_4 s^2 + k_3 s + K_{I2}}, \\
\frac{e_5(s)}{P_r(s)} &= \frac{s}{s^3 + k_6 s^2 + k_5 s + K_{I3}}.
\end{aligned} \tag{16}$$

Ahora, permita considerar a las perturbaciones  $P_\theta, P_\phi$  y  $P_r$  como valores constantes con el propósito de analizar a los errores en estado estable de (16) (Ogata, 2010), quedando de la siguiente manera

$$\begin{aligned}
e_{1ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s}{s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + K_{I1}} \frac{\bar{P}_\theta}{s} = 0, \\
e_{2ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s}{s^3 + k_4 s^2 + k_3 s + K_{I2}} \frac{\bar{P}_\phi}{s} = 0, \\
e_{3ss} &= \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{s}{s^3 + k_2 s^2 + k_1 s + K_{I1}} \frac{\bar{P}_r}{s} = 0.
\end{aligned}$$

A partir de estos resultados se observa que los errores en estado estacionario tienden a cero, cuando las perturbaciones son del tipo escalón.

## 5 Resultados de simulaciones numéricas

En esta sección se presentan los resultados de las simulaciones numéricas con el propósito de evaluar el desempeño de la estrategia de control propuesta mediante el seguimiento de trayectorias y referencias.

Se evalúa la estrategia de control (10) a fin de seguir la trayectoria de un círculo cuya representación matemática está dada por

$$x_d = r_1 \cos(t) + r_{cx},$$

$$y_d = r_1 \sin(t) + r_{cy},$$

donde las variables  $x_d$  y  $y_d$  son las coordenadas de la trayectoria deseada,  $r_1$  es el radio del círculo,  $t$  es el tiempo, mientras que  $r_{cx}$  y  $r_{cy}$  son las coordenadas del punto central del círculo. Esta trayectoria está especificada en coordenadas cartesianas y las variables del sistema están en coordenadas polares; entonces se realiza un cambio de coordenadas de las trayectorias deseadas a través de las siguientes ecuaciones (Anton, 2012)

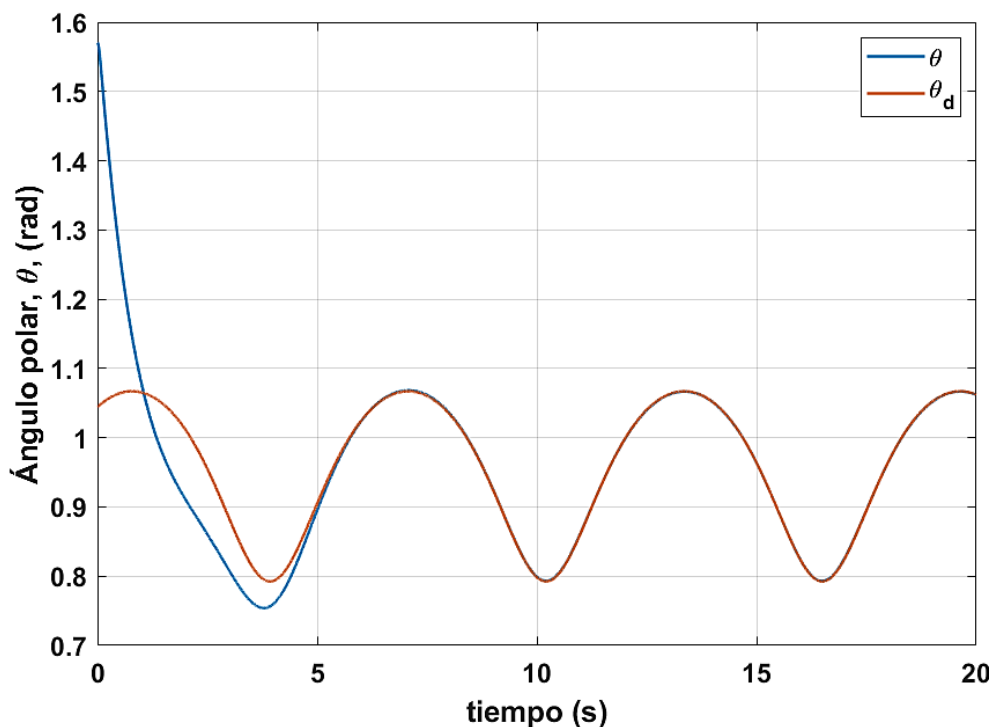
$$r_d = \sqrt{x_d^2 + y_d^2 + z_d^2},$$

$$\phi_d = \arctan\left(\frac{y_d}{x_d}\right),$$

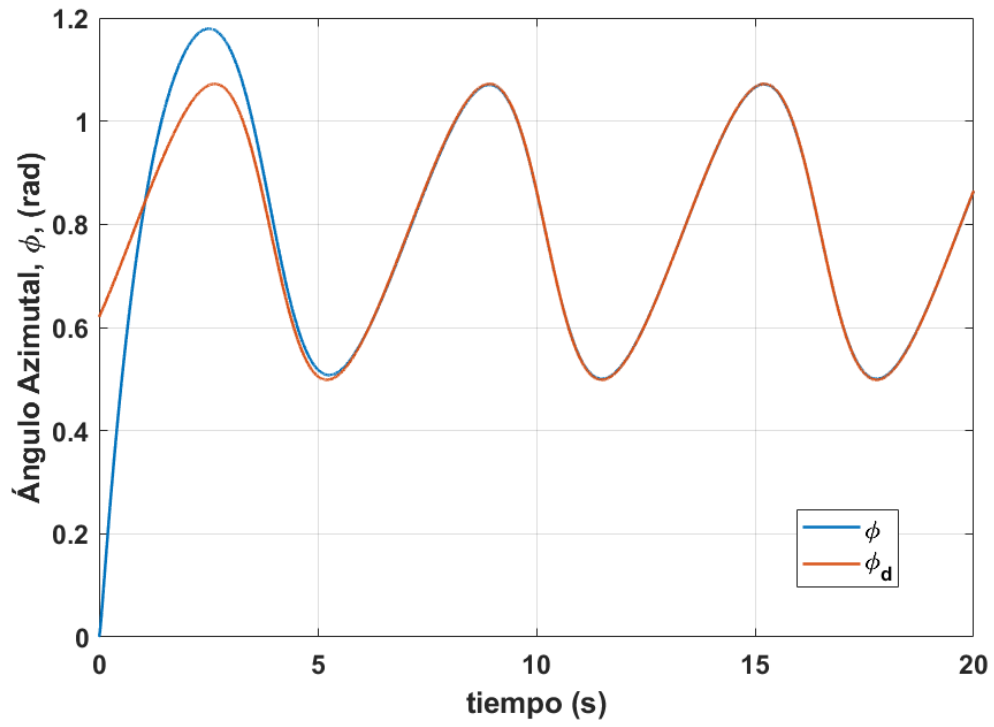
$$\theta_d = \arccos\left(\frac{z_d}{r_d}\right).$$

Las simulaciones se realizaron desde un tiempo de 0 s hasta 20 s, el radio del círculo es de 4 m y el centro tiene las coordenadas en  $x = 10\text{ m}$ ,  $y = 10\text{ m}$  y  $z = 10\text{ m}$ , los valores de las ganancias del controlador son  $k_1 = k_3 = k_5 = 35$ ,  $k_2 = k_4 = k_6 = 55$ . El Gráfico 1, muestra el comportamiento de la variable polar con una condición inicial de 1.57 rad equivalente a 90 grados, esto indica que el papalote inicia desde el suelo hasta alcanzar la trayectoria deseada, el Gráfico 2 presenta la dinámica del ángulo azimulta con una condición inicial de 0 rad. El Gráfico 3 exhibe como la distancia de la cuerda logra alcanzar a la trayectoria deseada desde una longitud inicial de 9 m. El Gráfico 4 muestra las señales de control

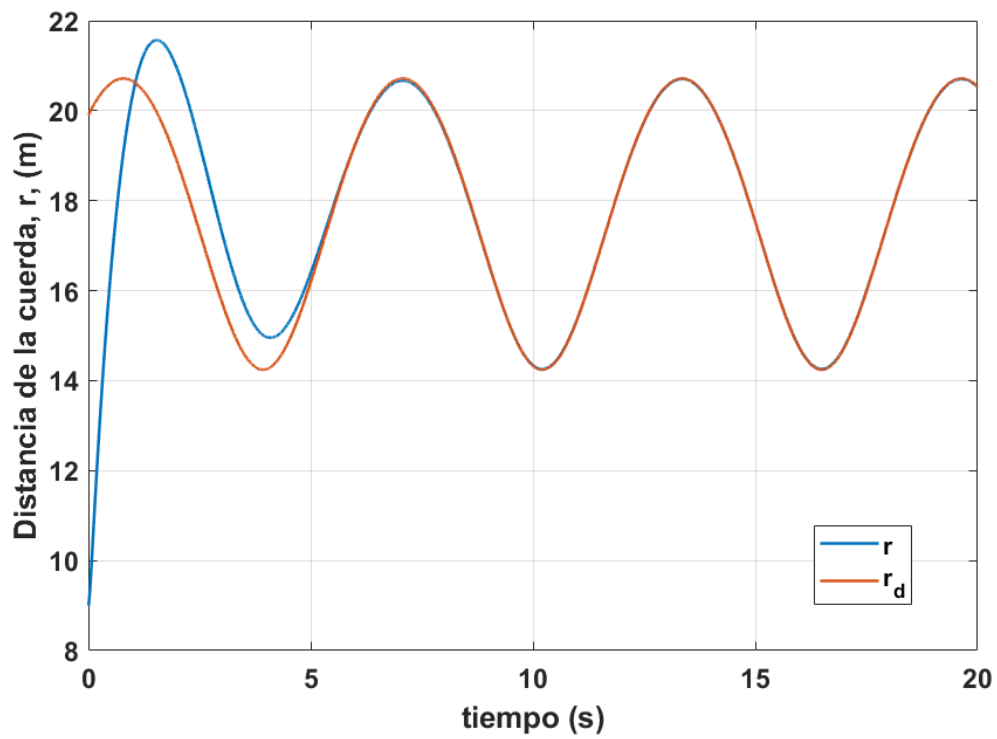
**Gráfico 1** Seguimiento de la trayectoria de un círculo, ángulo polar

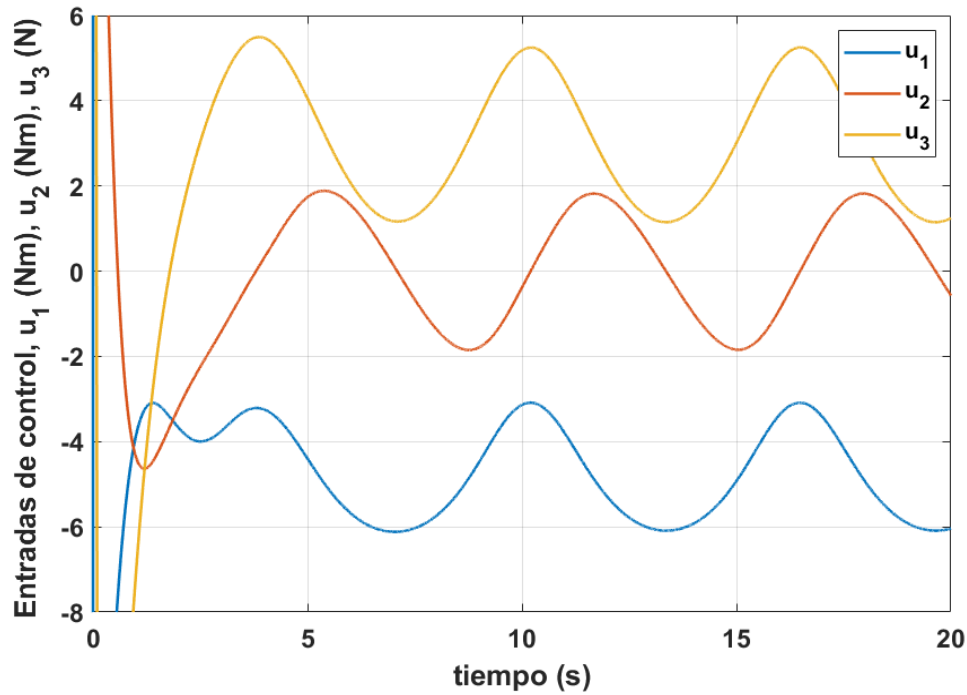


**Gráfico 2** Seguimiento de la trayectoria de un círculo, ángulo azimuta



**Gráfico 3** Seguimiento de la trayectoria de un círculo, distancia de cuerdas



**Gráfico 4** Seguimiento de la trayectoria de un círculo, entradas de control

A partir de las variables controladas se realiza nuevamente un mapeo para pasar de las coordenadas esféricas a las coordenadas cartesianas mediante las siguientes expresiones matemáticas

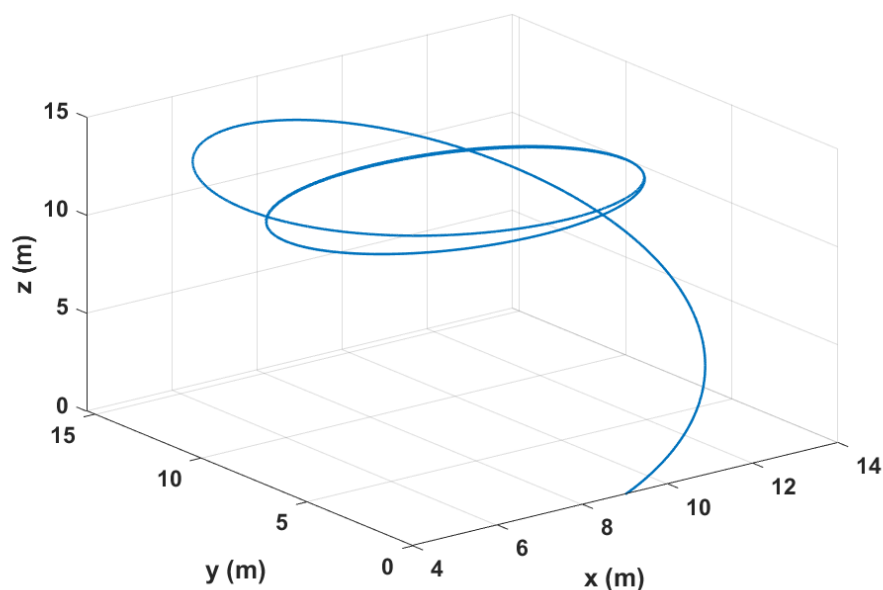
$$x = r \sin(\theta) \cos(\phi),$$

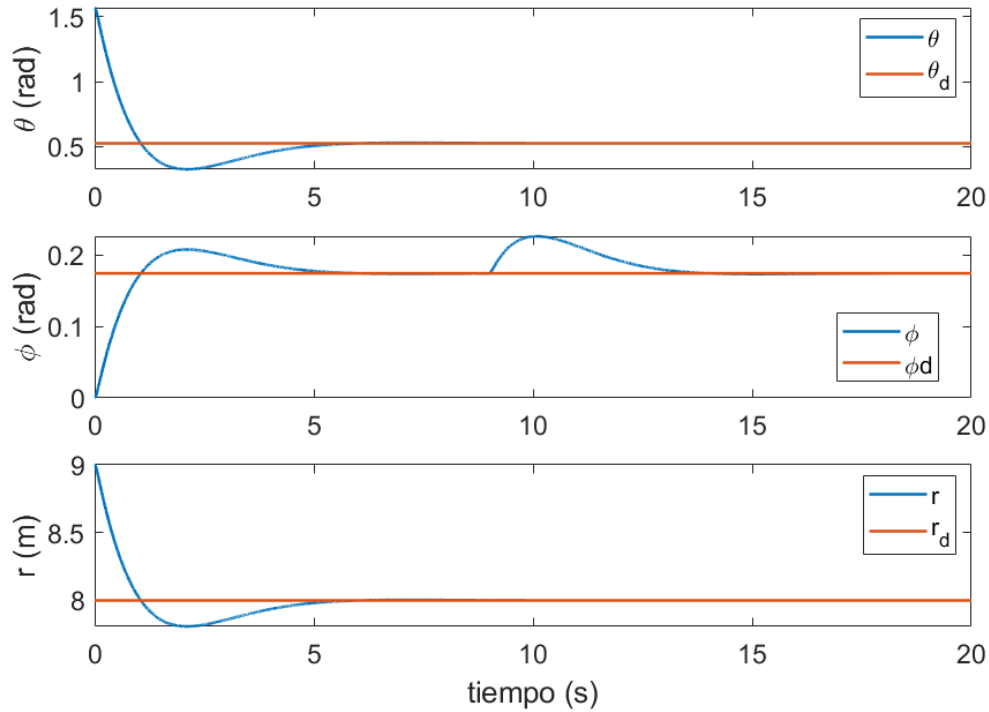
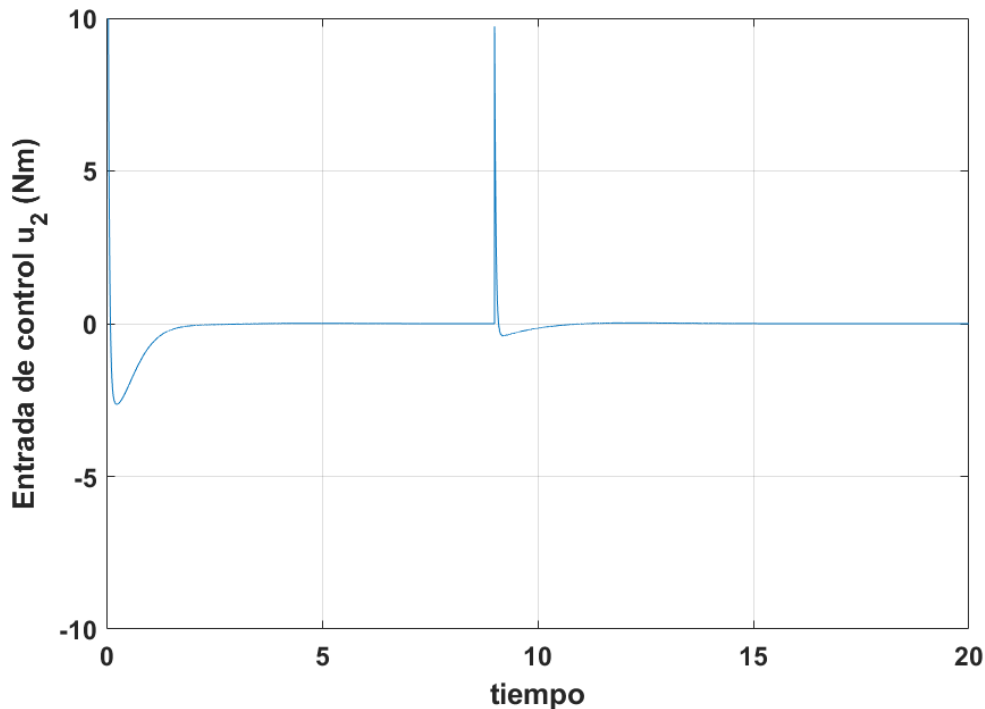
$$y = r \sin(\theta) \sin(\phi),$$

$$z = r \cos(\theta),$$

con la intención de visualizar el comportamiento de la posición del papalote en un espacio tridimensional como se aprecia en el gráfico 5.

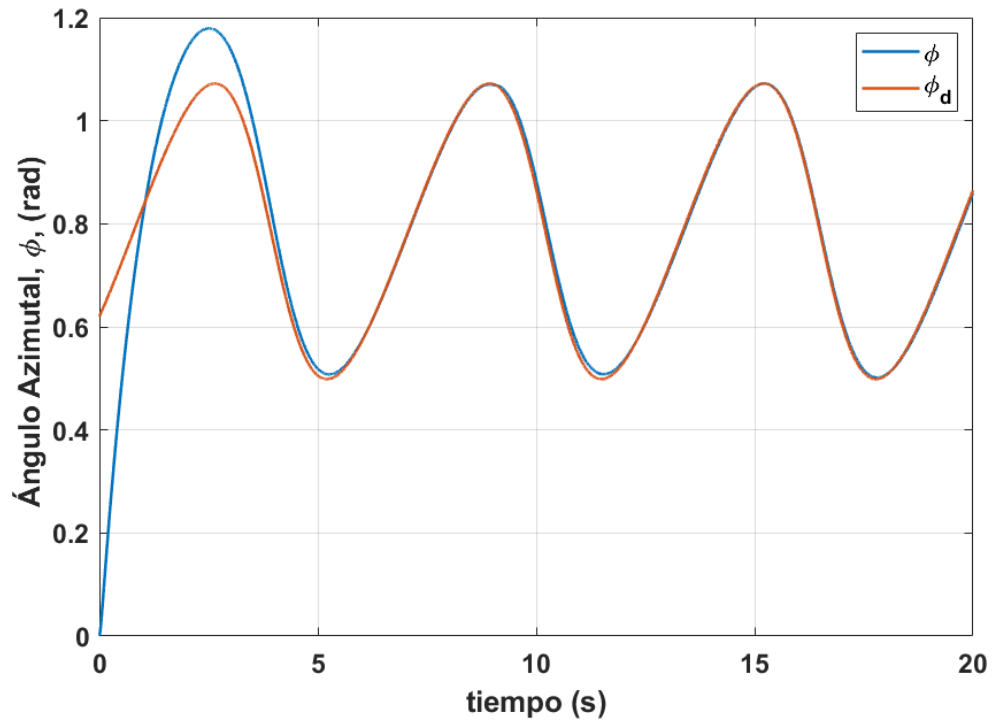
Ahora, se realiza la simulación del sistema ante una perturbación constante de un valor de 10 N.m en la dinámica del subsistema de la variable  $\phi$  (véase el gráfico 6). La perturbación se aparece a los 9 s de la simulación. Se observa que las variables  $r$  y  $\theta$  no son afectadas ya que sus dinámicas están desacopladas, mientras que la variable  $\phi$  presenta un ligero desvío con respecto a la referencia cuando se presenta la perturbación. El Gráfico 7 muestra la señal de control y se logra observar cuando entra la perturbación.

**Gráfico 5** Seguimiento de la trayectoria de un círculo, coordenadas cartesianas

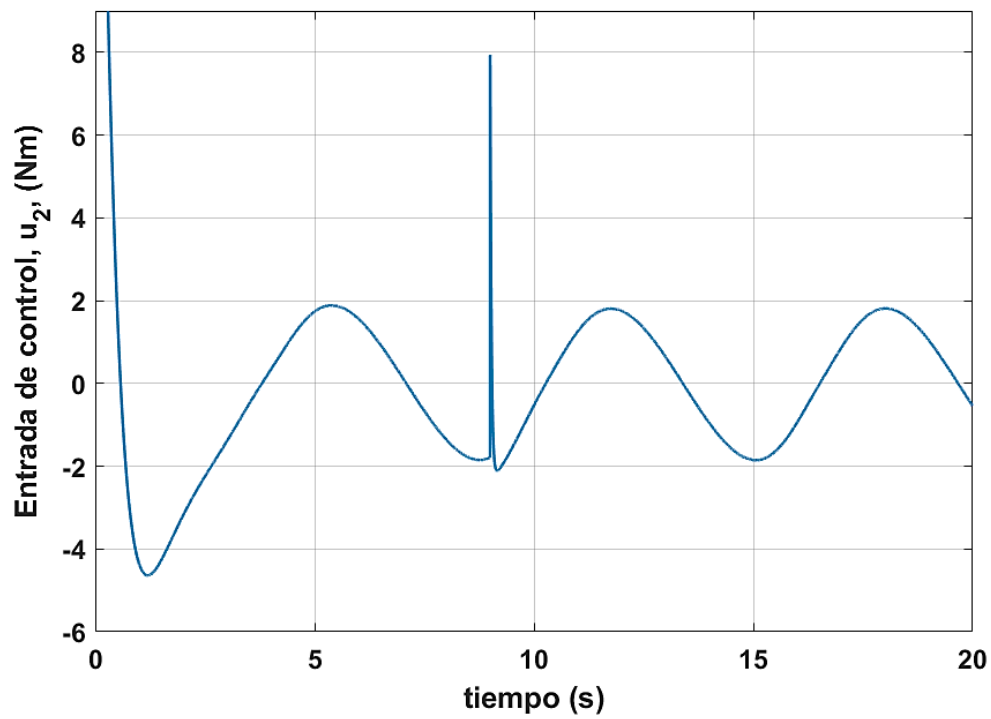
**Gráfico 6** Comportamiento de las variables ante la aparición de una perturbación en un tiempo de 9 s**Gráfico 7** Comportamiento de la entrada de control ante la aparición de una perturbación en un tiempo de 9 s

Posteriormente, se realiza la simulación numérica para el seguimiento de trayectoria de un círculo con una perturbación que se presenta a los 9 s. El gráfico 8 muestra el comportamiento del ángulo azimutal donde se observa un ligero desvío de 2.05% a los nueve segundos. En el gráfico 9 exhibe la señal de control ante la perturbación y el gráfico 10 presenta el comportamiento en un espacio tridimensional en coordenadas rectangulares.

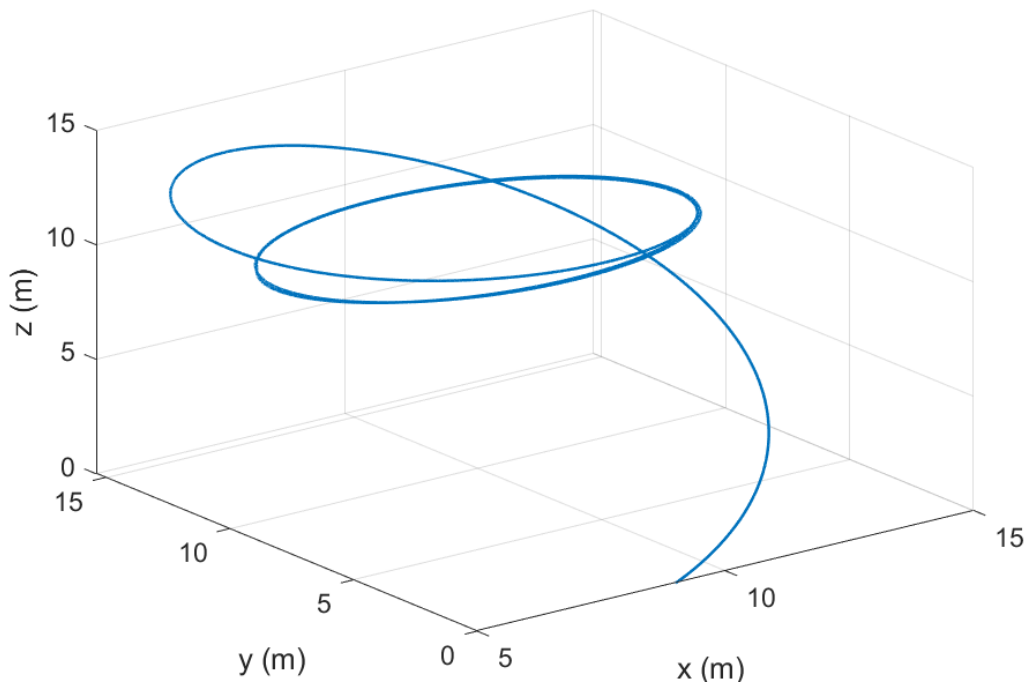
**Gráfica 8** Seguimiento de la trayectoria de un círculo ante una perturbación, ángulo azimutal



**Gráfica 9** Entrada de control  $u_2$  ante una perturbación en el seguimiento de una trayectoria circular



**Gráfico 10** Seguimiento de la trayectoria de un círculo ante una perturbación, coordenadas rectangulares



### Agradecimiento

El primer autor agradece a CONACYT por el apoyo económico para continuar con los estudios de posgrado a través de la beca con número 724298; de igual forma agradece al Laboratorio Nacional en Vehículos Autónomos y Exosqueletos por permitir laborar dentro de las instalaciones del complejo (LANAVEX) (N299146) UPPachuca-CONACYT-CINVESTAV.

### Conclusiones

Los resultados muestran cómo las variables del papalote tienden hacia la referencia, incluso ante la presencia de una perturbación. Esto muestra la factibilidad de esta técnica para controlar a sus variables considerando a la distancia entre la estación de tierra y el papalote como variable. Referente al seguimiento de trayectorias, las variables siguen a la trayectoria con un ligero desvío de 2.05% ante una perturbación.

Como trabajos a futuro se abordará a las perturbaciones variantes y los efectos aerodinámicos. Por el momento se trata a la perturbación como constante, ya que, bajo condiciones normales, la velocidad del viento no cambia drásticamente su dirección.

### Referencias

- Argotov, P. Rautakorpi, R. Silvernoinen, (2009) "Estimation of the mechanical energy output of the kite wind generator", *Renewable Energy*, Vol. 34, 1525-1532.
- A. D. Soto-Guerrero, J. Hernández-Pérez, J. G. Benítez-Morales, M. A. Aguilera-Jiménez, (2019) Determinación de la potencia generada por un papalote profesional a través de simulaciones CFD, *Simposio Iberoamericano Multidisciplinario de Ciencias e Ingenierías*, No. 7, 2019, 33-37.
- M. Diehl, L. Magni, G. De Nicolao, (2004) "Efficient NMPC of unstable periodic systems using approximate infinite horizon closed loop costing", *Annual Reviews in Control*, Vol. 28,1, pp. 37-45.
- M. Diehl (2001), *Real-Time Optimization for large scale nonlinear processes* (Tesis doctoral). Ruprecht-Karls-Universität



- A. Angeles-Meneses, J. G. Benítez-Morales, J. Hernández-Pérez, O. Díaz-Parra, M. A. Magaña-Méndez, (2020) Flight control mechanisms of a comet. *International journal of combinatorial Optimization Problems and Informatics*, pp 49-60
- A. Ilzhöfer, B. Houska, M. Diehl, (2007) “Nonlinear MPC of kites under varying wind conditions for a new class of large-scale wind power generators” *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 17, pp 1590-1599.
- M. Canale, L. Fagiano, M. Milanese, (2010) “High altitude wind energy generation using controlled power kites”, *IEEE Transactions on control systems technology*. Vol. 18, No 2, pp. 279-293.
- L. Fagiano, M. Milanese, D. Piga, (2011) “Optimization of airborne wind energy generators”, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.
- M. Canale, L. Fagiano, M. Milanese, (2007) “Power kites for wind Energy Generation, fast predictive control of tethered airfoils”, *IEEE Control System Magazine*.
- M. Erhard, H. Strauch, (2013) “Control of towing kites for seagoing vessels”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 21 Vol. 5 pp. 1629–1640.
- M. Erhard, H. Strauch, (2015) “Flight control of tethered kites in autonomous pumping cycles for airborne wind energy”, *Control Engineering Practice* 40, pp. 13 – 26.
- C. Jehle, R. Schmehl, (2014) “Applied tracking control for kite power systems”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, pp. 1211–1222.
- M. Erhard, H. Strauch, (2013) “Sensors and navigation algorithms for flight control of tethered kites”, *European Control Conference (ECC)*, pp. 998–1003.
- A. Bosch, R. Schmehl, P. Tiso, D. Rixen, (2014) “Dynamic nonlinear aeroelastic model of a kite for power generation”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 5, pp. 1426–1436.
- S. G. C. de Groot, J. Breukels, R. Schmehl, W. J. Ockels, (2011) “Modelling kite flight dynamics using a multibody reduction approach”, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* Vol. 6, pp. 1671–1682.
- A. M. Update, (2017) “Global wind report, Global Wind Energy Council”.
- M. L. Loyd, (1980) “Crosswind Kite Power”. *Journal Energy Resources Technology*, Vol.4 No.3.
- K. Ogata, (1987) “Dinámica de Sistemas”, Prentice-Hall, (Prentice-HallImpreso, México. Apéndice C, pp. 596-607.
- S. Sastry, (1999) “Nonlinear Systems, Analysis, Stability, and Control”, (Springer, New York. Capítulo 9, pp. 384
- A Isidori (1995) “Nonlinear Control Systems”, Third Edition, Springer, Capítulo 5, pp. 219.
- K. Ogata (2010) “Ingeniería de Control Moderna”, Pearson educación, España, Capítulo 5, pp. 225.
- H Anton, I Bivens, S Davis (2012), “Calculus”, John wiley & sons, Inc Capítulo 11, pp 832
- S. Han, Y. Pang, H. Xian (2018) “Modeling and Tracking Control of Tethered Kite Systems”, *Proceeding of the 37th Chinese Control Conference*, pp 7476-7481.
- T. N. Dief, U. Fechner, R. Schmehl, S. Yoshida, M. M. Ismaiel, A. M. Halawa, (2018) “System identification, fuzzy control and simulation of a kite power system with fixed tether length”, *Wind Energy Science*, Vol. 3, pp. 275-291.

J. Alvarez-Gallegos, R. Castro-Linares, M. A. Zempoalteca-Jiménez, (2019) “Robust Nonlinear flight Control of a Power-Generation tethered kite”, 16th International Conference on Electrical Engineering, computing Science and Automatic Control. pp 1-6

S. Bari, M. U. Khan (2020) “Sliding mode control for autonomous flight of tethered kite under varying wind speed conditions” 17th International Bhurban Conference on Applied Science and Technology, 2020 pp 315-320.

T. N. Dief, U. Fechner, R. Schmehl, S. Yoshida, M. A. Rushdi, (2020) “Adaptive Flight Path Control of Airborne Wind Energy Systems”, *Energies*, Vol. 13, 667.