



# Title: Implementación Electrónica del Oscilador Caótico de Rössler

**Authors:** SILVA-JUÁREZ, Alejandro, ESTEVEZ-CARREÓN, Jaime, PONCE-MELLADO, Juan Jorge y HERRERA-SÁNCHEZ, Gustavo

Editorial label ECORFAN: 607-8695  
BCIERMMI Control Number: 2020-04  
BCIERMMI Classification (2020): 211020-0004

Pages: 18  
RNA: 03-2010-032610115700-14

**ECORFAN-México, S.C.**  
143 – 50 Itzopan Street  
La Florida, Ecatepec Municipality  
Mexico State, 55120 Zipcode  
Phone: +52 1 55 6159 2296  
Skype: ecorfan-mexico.s.c.  
E-mail: contacto@ecorfan.org  
Facebook: ECORFAN-México S. C.  
Twitter: @EcorfanC

[www.ecorfan.org](http://www.ecorfan.org)

Holdings		
Mexico	Colombia	Guatemala
Bolivia	Cameroon	Democratic
Spain	El Salvador	Republic
Ecuador	Taiwan	of Congo
Peru	Paraguay	Nicaragua



# Contenido

- **Antecedentes**
- **Caos**
- **Metodología**
- **Simulación**
- **Implementación con OpAmps**
- **Resultados experimentales**
- **Conclusiones**
- **Referencias**



# Antecedentes

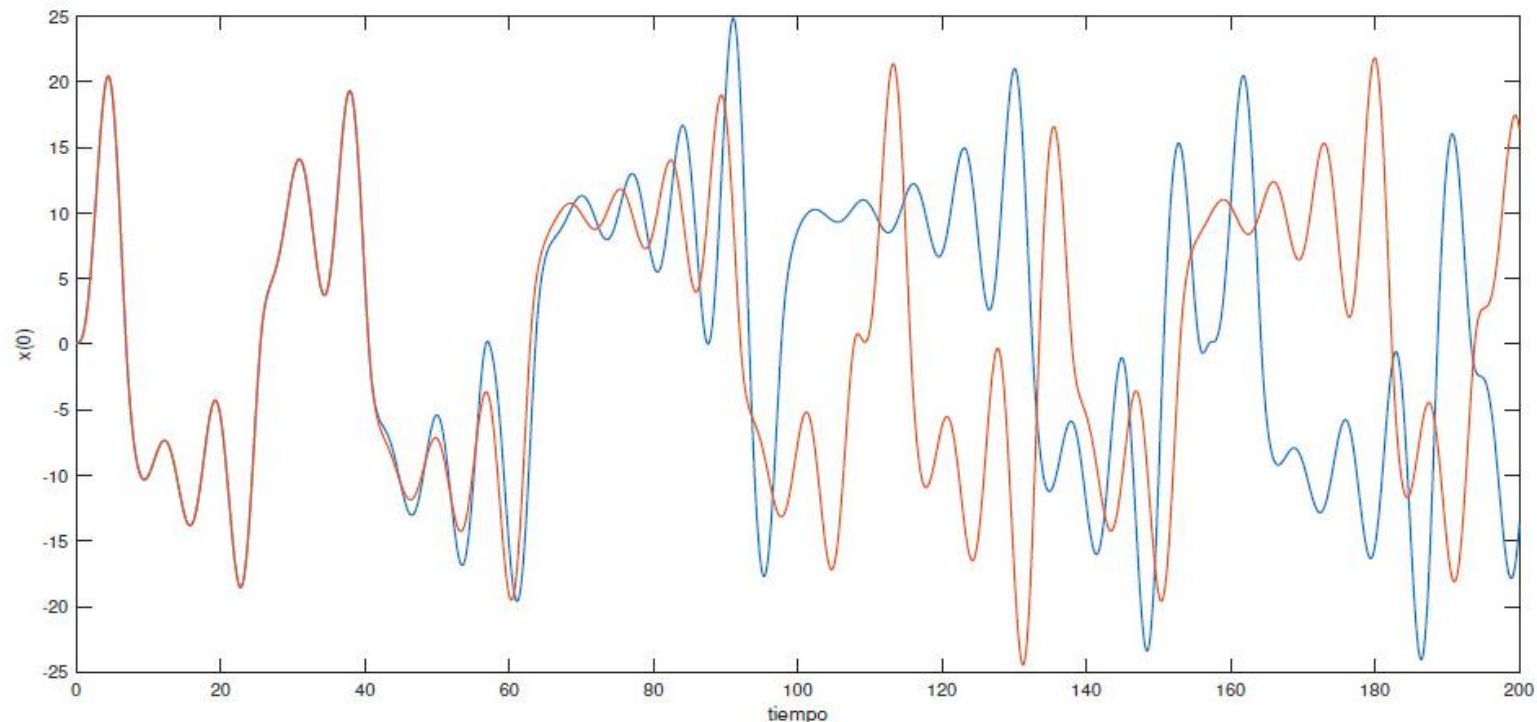
La teoría del caos es la rama de las matemáticas, la física y otras ciencias que trata ciertos tipos de sistemas complejos y sistemas dinámicos no lineales.

- **Ingeniería**
  - **Criptografía y generadores de numero aleatorios**
  - **Seguridad en las comunicaciones y sincronización**
  - **Robótica y control**
- **Medicina**
- **Economía**
- **Predicciones en redes urbanas de transporte**
- **Biología**
- **Química**
- **Psicología**
- **Física de fluidos**



# Antecedentes

El termino Caos se refiere a un tipo de comportamiento dinámico no lineal complejo que posee algunas características muy especiales: es aperiódico, determinístico y extremadamente sensible a las condiciones iniciales



Sistema de Lorenz: La diferencia en las condiciones iniciales es  $x(0)=0.1$  y  $x(0)=0.100001$



# El sistema caótico de Rössler

$$\frac{dx}{dt} = -y - z$$

$$\frac{dy}{dt} = x + ay \tag{1}$$

$$\frac{dz}{dt} = b + zx - cz$$

con parámetros  $a = 0.2$ ;  $b = 0.2$ ;  $c = 7.0$



# El sistema caótico de Rössler

Para encontrar los puntos de equilibrio, las tres ecuaciones de Rössler (1) se establecen en cero y las coordenadas  $(x, y, z)$  de cada punto de equilibrio se determinan resolviendo las ecuaciones resultantes.

$$E_1 = \left( \frac{c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2}, -\frac{-c - \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a}, \frac{c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \right)$$

$$E_2 = \left( \frac{c - \sqrt{c^2 - 4ab}}{2}, -\frac{-c + \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a}, \frac{c - \sqrt{c^2 - 4ab}}{2a} \right)$$



# El sistema caótico de Rössler

La estabilidad de cada uno de los puntos de equilibrio  $E_{1,2}$  son analizados determinando sus respectivos valores propios, de este modo, la matriz jacobiana del sistema (1) en los puntos de equilibrio  $E_1$  y  $E_2$  esta dada por:

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & \frac{\partial f_1}{\partial z} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x} & \frac{\partial f_2}{\partial y} & \frac{\partial f_2}{\partial z} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x} & \frac{\partial f_3}{\partial y} & \frac{\partial f_3}{\partial z} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & a & 0 \\ z & 0 & x - c \end{bmatrix}$$



# El sistema caótico de Rössler

La ecuación característica tiene la forma  $|\lambda I - J| = 0$ ,

$$-\lambda^3 + \lambda^2(a + x - c) + \lambda(ac - ax - 1 - z) + x - c + az = 0$$

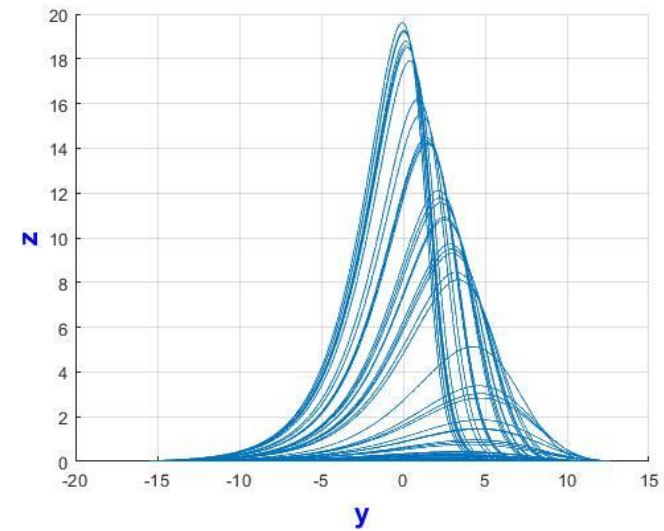
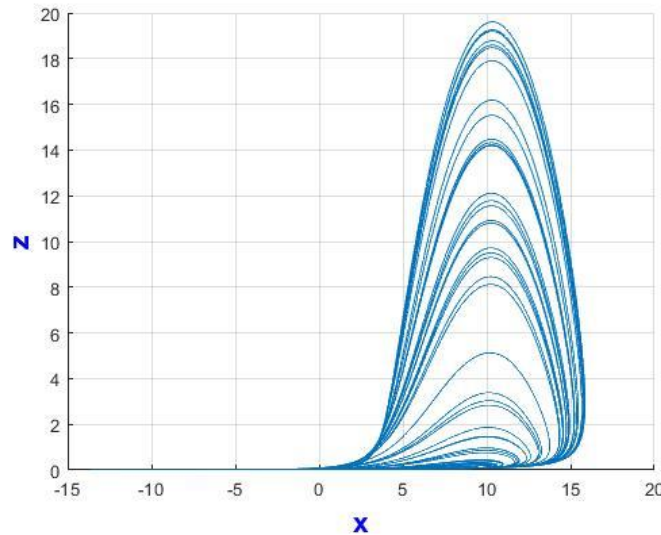
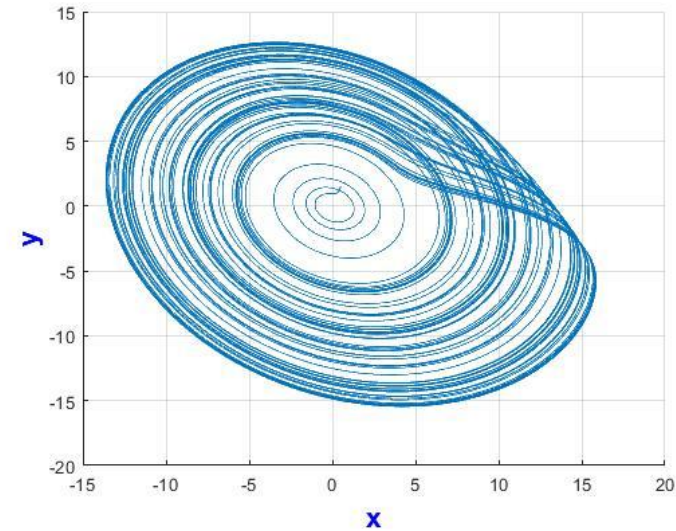
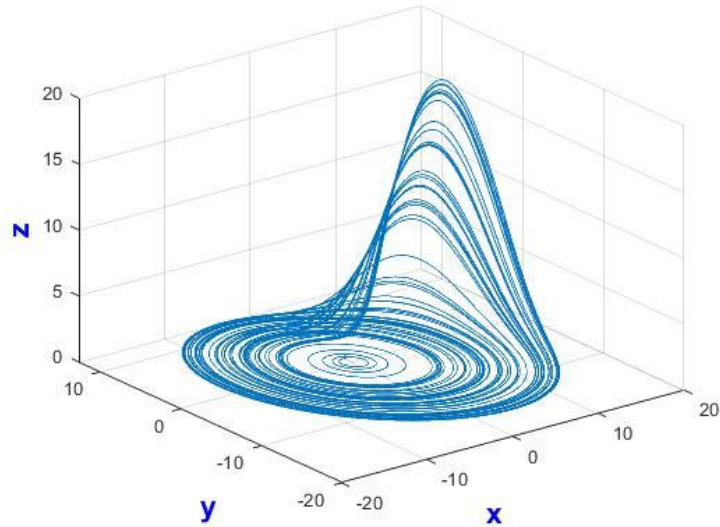
La ecuación característica tiene la forma  $|\lambda I - J| = 0$ , se obtienen los valores propios del sistema (1) y resolviendo en los puntos de equilibrio se obtienen los valores propios como sigue:

$$E_1 = \lambda_1 \approx 0.47595, \lambda_{2,3} \approx 0.007017 \pm 4.57910i$$

$$E_2 = \lambda_1 \approx -9.98800, \lambda_{2,3} \approx 0.249007 \pm 0.96808i$$



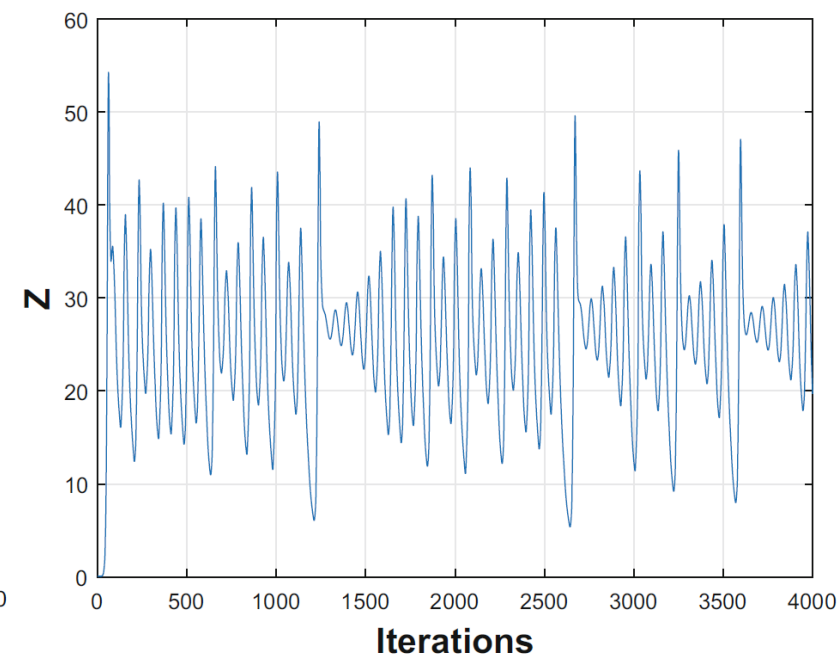
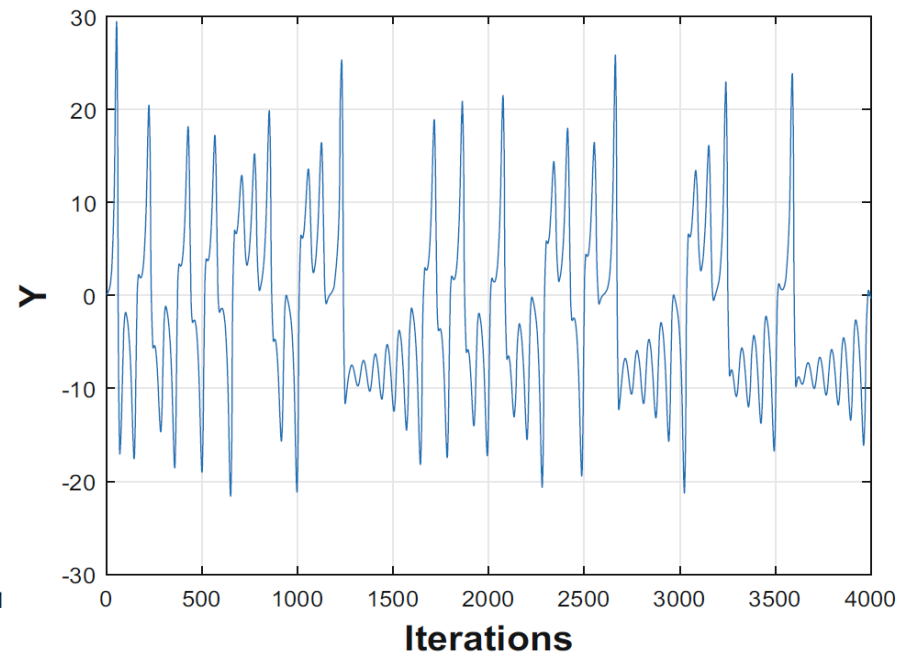
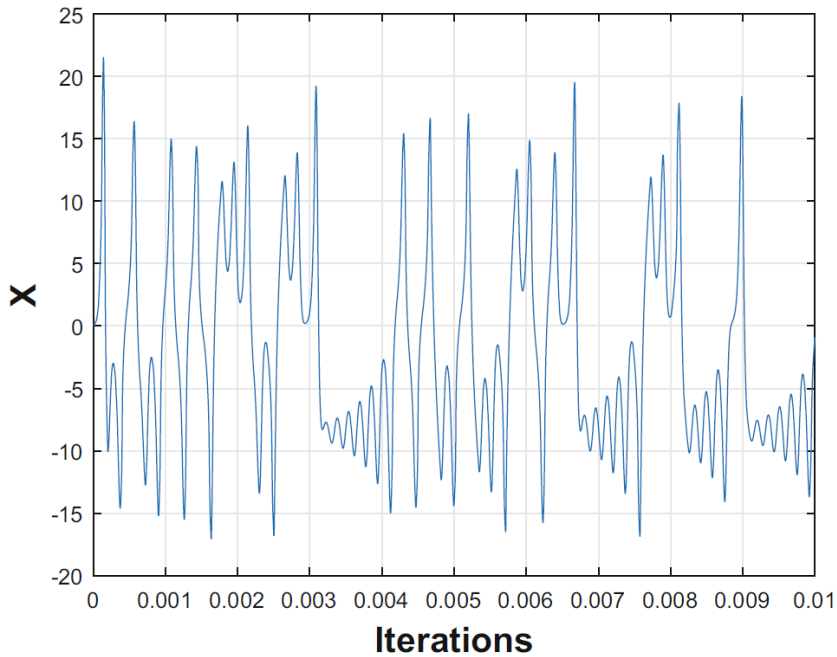
# Simulaciones del sistema de Rössler



Método de integración de Runge-Kutta de cuarto orden,  $h=0.001$ ,  $t_{sim}=100$  segundos y condiciones iniciales:  $x(0) = y(0) = z(0) = (0.5, 1.5, 0.1)$ , Matlab R2020a ® en doble precisión, el tipo de error por redondeo y épsilon de máquina de  $2.2204e-16$ .



# Implementación analógica del sistema de Rössler



Series de tiempo vs amplitudes de las variables de estado del atractor de Lorenz: a) x, b) y c) z.



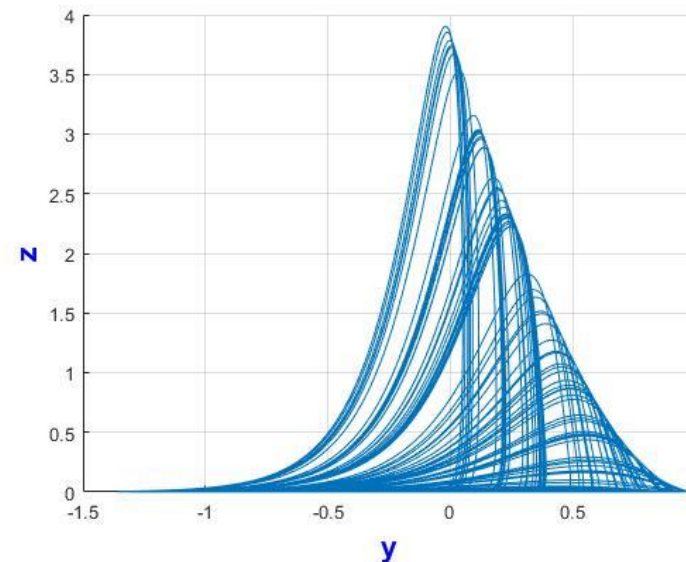
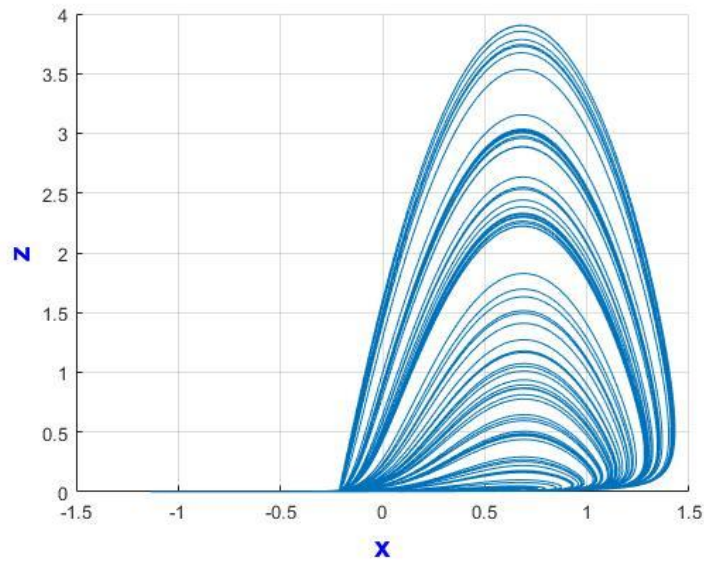
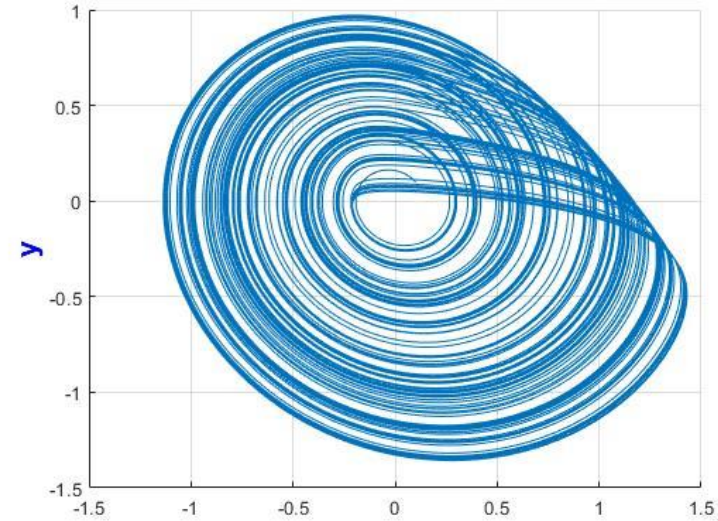
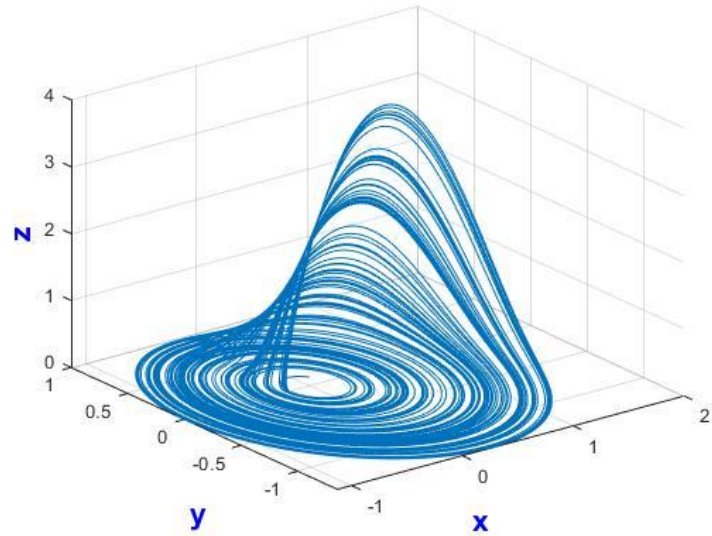
# Implementación analógica del sistema de Rössler

Es necesario escalar el rango dinámico de las variables de estado ya que exceden los valores de salida

$$\begin{cases} X = \frac{x}{k_x} & \dot{X} = Y - Z \\ Y = \frac{y}{k_y} & \dot{Y} = X + aY \\ Z = \frac{z}{k_z} & \dot{Z} = \frac{b}{10} - 10XZ - cZ \end{cases}$$

$$\text{con } k_x = k_y = k_z = 10$$

# Escalamiento del sistema de Rössler



Sistema de Lorenz escalado en amplitud basado en los coeficientes



# Implementación analógica del sistema de Rössler

Conjunto de ecuaciones de estado que gobiernan el comportamiento dinámico del circuito

$$\dot{X} = -X + X - Y - Z$$

$$\dot{Y} = -Y + X + (a + 1)Y$$

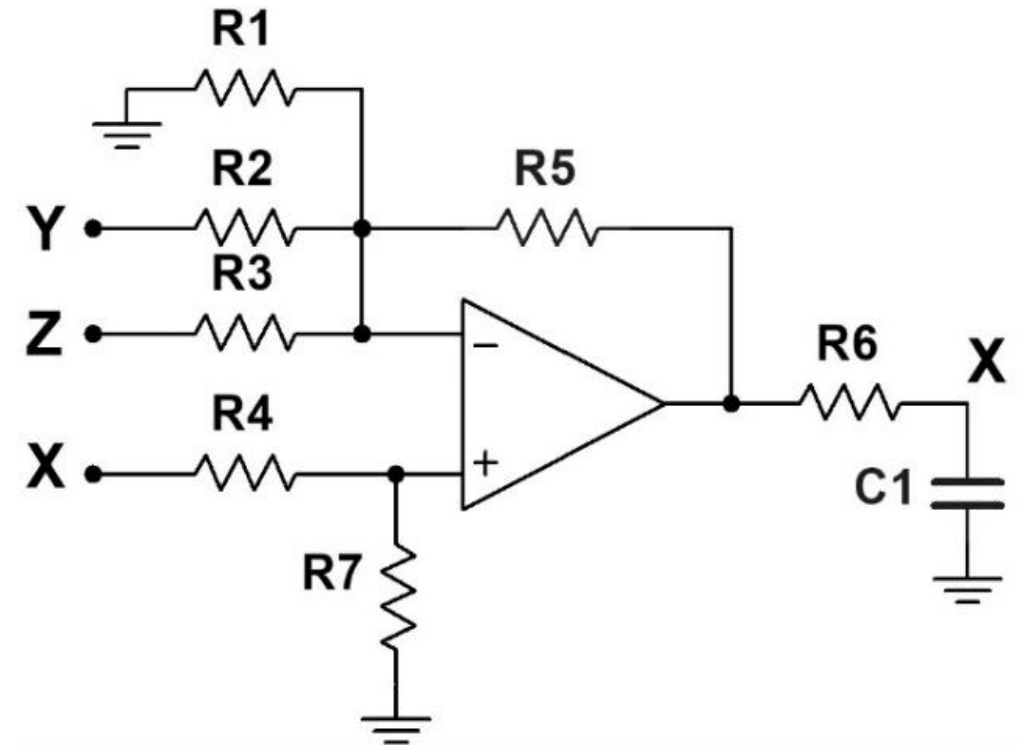
$$\dot{Z} = -Z + \frac{b}{10} + 10XZ + Z(1 - c)$$



# Implementación analógica del sistema de Rössler

$$\dot{X} = -X + Y - Z$$

$$C_1 R_6 \dot{X} = -X + \frac{R_5}{R_4} X - \frac{R_5}{R_2} Y - \frac{R_5}{R_3} Z$$

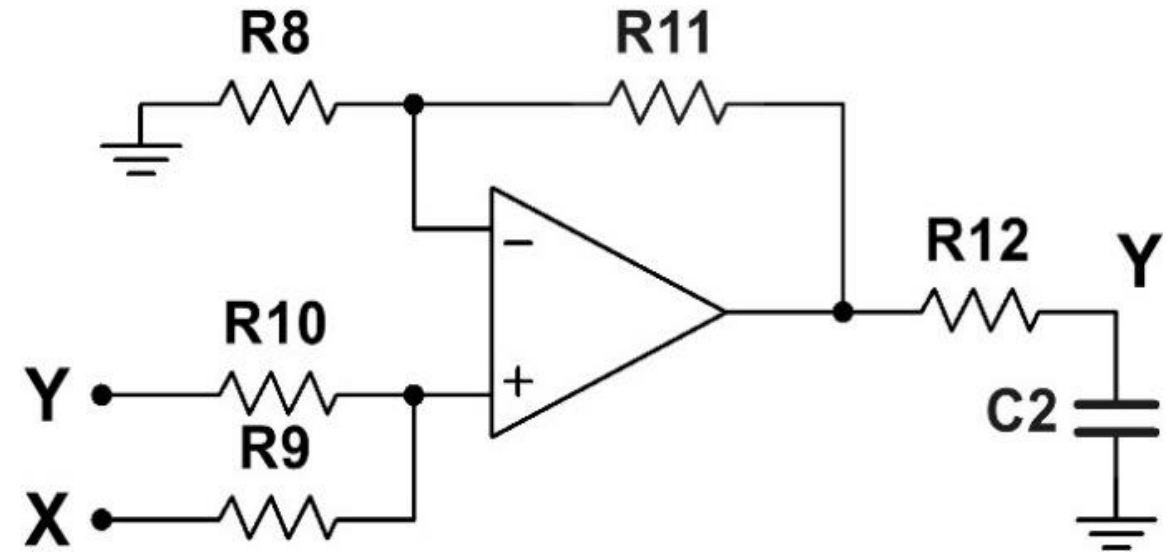




# Implementación analógica del sistema de Rössler

$$\dot{Y} = -Y + X + (a + 1)Y$$

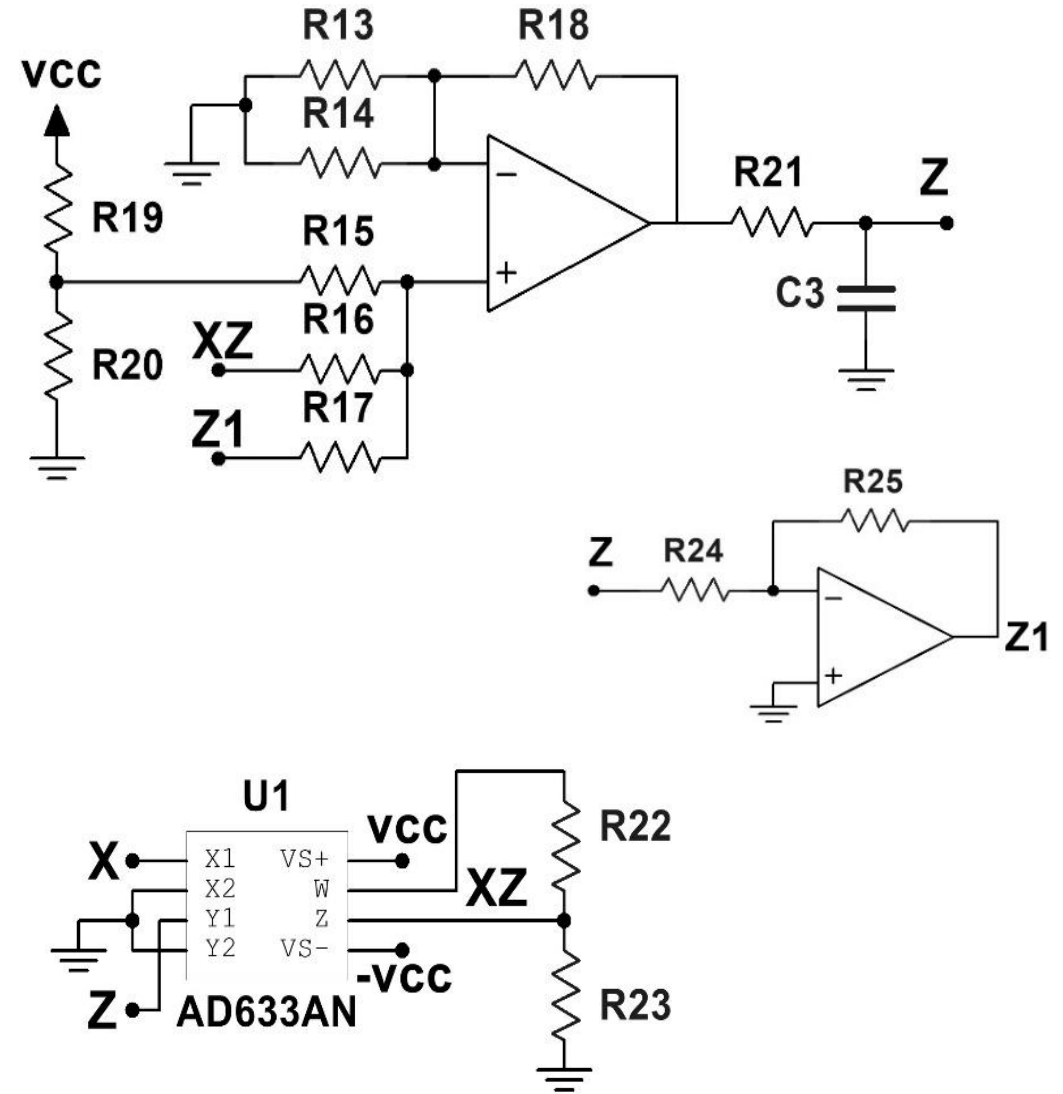
$$C_2 R_{12} \dot{Y} = -Y + \frac{R_{11}}{R_9} X - \frac{R_{11}}{R_{10}} Y$$



# Implementación analógica del sistema de Rössler

$$\dot{Z} = -Z + \frac{b}{10} + 10XZ + Z(1 - c)$$

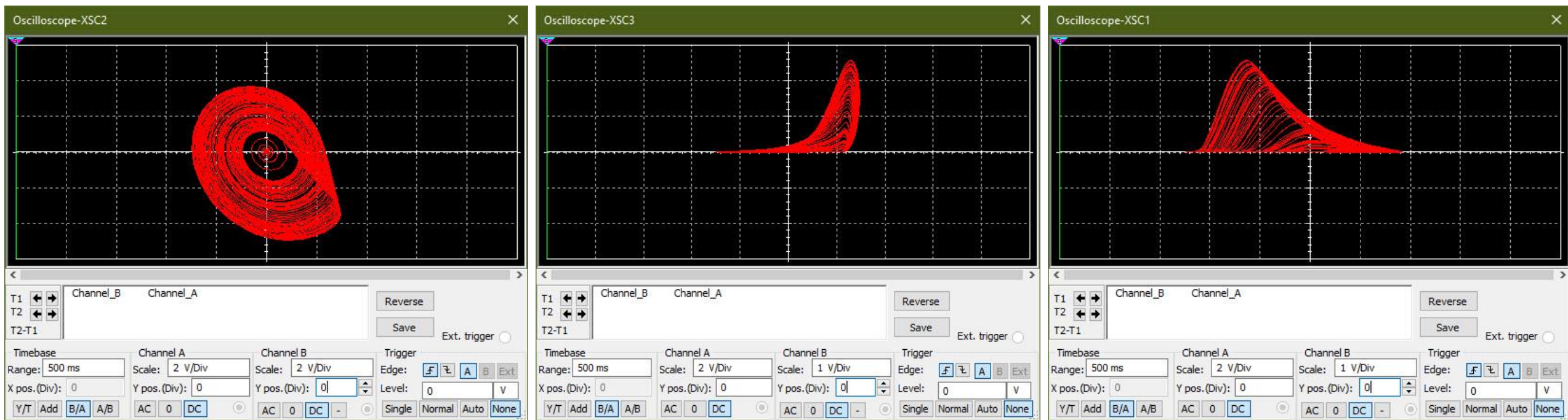
$$C_3 R_{21} \dot{Z} = -Z + \frac{R_{18} R_{25}}{R_{17} R_{24}} Z + \frac{R_{18}}{R_{16}} XZ + \frac{R_{18}}{R_{15}} \frac{R_{20}}{R_{19} + R_{20}} V_{CC}$$







# Implementación analógica del sistema de Rössler



Atractores caóticos del sistema de Rössler (1V/Div): a) plano xy, b) plano xz, c) yz.



# Conclusiones

Este sistema puede usarse efectivamente como un generador de caos programable en muchas aplicaciones basadas en el caos, como la sincronización de sistemas maestro-esclavo para transmisión de imagen, criptografía y seguridad en comunicaciones.

# Referencias

1. T. Parker and L. Chua, "The dual double scroll equation," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. CAS-34, no. 9, pp. 1059-1073, 1987.
2. L. M. Pecora and T. L. Carroll, "Synchronization in chaotic systems," *Physical review letters*, vol. 64, no. 8, p. 821, 1990.
3. K. M. Cuomo and A. V. Oppenheim, "Circuit implementation of synchronized chaos with applications to communications," *Physical review letters*, vol. 71, no. 1, p. 65, 1993.
4. S. Yu, Z. Ma, S. Qiu, S. Peng, and Q. Lin, "Generation and synchronization of nscroll chaotic and hyperchaotic attractors in fourthorder systems," *Chin. Phys.*, no. 13, pp. 317-328, 2004.
5. P. Stavroulakis, *Chaos applications in telecommunications*. CRC press, 2005.
6. Kapitaniak, *Chaos for engineers: theory, applications, and control*. Springer Science & Business Media, 2012.
7. Silva-Juarez, A., Rodriguez-Gomez, G., de la Fraga, L. G., Guillen-Fernandez, O., & Tlelo-Cuautle, E. (2019). Optimizing the kaplan-yorke dimension of chaotic oscillators applying de and pso. *Technologies*, 7(2), 38.
8. Tlelo-Cuautle, E., Pano-Azucena, A. D., Guillén-Fernández, O., & Silva-Juárez, A. (2020). Integer and Fractional-Order Chaotic Circuits and Systems. In *Analog/Digital Implementation of Fractional Order Chaotic Circuits and Applications* (pp. 1-40). Springer, Cham.
9. Silva-Juárez, A., Morales-Pérez, C. J., de la Fraga, L. G., Tlelo-Cuautle, E., & de Jesús Rangel-Magdaleno, J. (2019). On maximizing the positive Lyapunov exponent of chaotic oscillators applying DE and PSO. *International Journal of Dynamics and Control*, 7(4), 1157-1172.
10. H. Degn, A. V. Holden, and L. F. Olsen, *Chaos in biological systems*. Springer Science & Business Media, 2013, vol. 138.
11. R. Weller, "Resistance, chaos and control in china: Taiping rebels, taiwanese ghosts and tiananmen," 2013.
12. S. H. Strogatz, *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology, chemistry, and engineering*. Westview press, 2014.
13. Curry, J. H. (1978). A generalized Lorenz system. *Communications in Mathematical Physics*, 60(3), 193-204.
14. Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2010). *Numerical methods for engineers*. Boston: McGraw-Hill Higher Education.
15. Anadigm, Dynamically Reconfigurable dpASP, 3rd Generation, AN231E04 Datasheet Rev 1.2 [www.anadigm.com](http://www.anadigm.com), 2014 (2014).
16. Anadigm designer ® R2 user manual, [www.anadigm.com](http://www.anadigm.com) (2014).



**ECORFAN®**

© ECORFAN-Mexico, S.C.

No part of this document covered by the Federal Copyright Law may be reproduced, transmitted or used in any form or medium, whether graphic, electronic or mechanical, including but not limited to the following: Citations in articles and comments Bibliographical, compilation of radio or electronic journalistic data. For the effects of articles 13, 162,163 fraction I, 164 fraction I, 168, 169,209 fraction III and other relative of the Federal Law of Copyright. Violations: Be forced to prosecute under Mexican copyright law. The use of general descriptive names, registered names, trademarks, in this publication do not imply, uniformly in the absence of a specific statement, that such names are exempt from the relevant protector in laws and regulations of Mexico and therefore free for General use of the international scientific community. BCIERMMI is part of the media of ECORFAN-Mexico, S.C., E: 94-443.F: 008- ([www.ecorfan.org/](http://www.ecorfan.org/) booklets)