

Método acelerado de la técnica de mallas para la solución de circuitos eléctricos en corriente directa

AMEZCUA-CASTREJÓN, Román †* & ROMO-GONZÁLEZ, Ana Eugenia

División de Mecatrónica, Universidad Tecnológica de Jalisco

Recibido Junio 15, 2016; Aceptado Noviembre 21, 2016

Resumen

La obtención de parámetros o variables eléctricas de un circuito de corriente directa puede obtenerse mediante diversos métodos, destacando: nodos, mallas y superposición. Los métodos de nodos y mallas se basan en la aplicación de las Leyes de Kirchhoff, mientras que el método de superposición requiere hacer un análisis por cada fuente del circuito. Existe preferencia por el método de mallas, debido principalmente a que al sumar voltajes, los coeficientes de las variables del sistema de ecuaciones que se obtiene son constantes, mientras que el método de nodos requiere divisiones resultando en coeficientes fraccionarios o enteros con decimales. El objetivo del método acelerado de la técnica de mallas consiste en obtener el sistema de ecuaciones de un circuito eléctrico en corriente directa de forma más rápida que el método tradicional, además favorece la comprensión de la aplicación de la Ley de Voltajes de Kirchhoff (LVK). Para ello se propone un planteamiento de las ecuaciones eléctricas que permite escribir la ecuación final de una sola vez, sin necesidad de escribir término a término cada componente de la LVK con su posterior tratamiento algebraico y llegar así a la ecuación final, como el método tradicional lo propone.

Método acelerado, técnica de mallas, circuitos eléctricos

Abstract

The obtaining of electrical parameters or variables of a direct current circuit can be obtained by several methods, emphasizing: nodes, meshes and superposition. The nodes and meshes methods are based on the application of the Kirchhoff Laws, whereas the method of overlapping requires to make an analysis for each source of the circuit. There is a preference for the mesh method, mainly because when adding voltages, the coefficients of the system variables of equations are constant, whereas the method of nodes requires divisions resulting in fractional or integer coefficients with decimals. The objective of the accelerated method of the mesh technique is to obtain the system of equations of an electric circuit in direct current of form faster than the traditional method, also favors the understanding of the application of the Kirchhoff's Voltage Law (KVL). To do this, it is proposed an approach to the electrical equations that allows writing the final equation at one time, without the need to write each component of the LVK term with its later algebraic treatment and thus arrive at the final equation, like the traditional method proposes it.

Accelerated method, mesh technique, electrical circuits

Citación: AMEZCUA-CASTREJÓN, Román & ROMO-GONZÁLEZ, Ana Eugenia. Método acelerado de la técnica de mallas para la solución de circuitos eléctricos en corriente directa. Revista de Tecnología e Innovación. 2017, 4-13: 40-48.

*Correspondencia al Autor (Correo electrónico: roman.amezcua@utj.edu.mx)

†Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

En las áreas de Ingeniería de las Universidades, uno de los cursos más significativos es el de Circuitos Eléctricos, con las variantes de nombres que el curso pueda tener. Generalmente se comienza con algunas definiciones de conceptos básicos, que implican la comprensión de carga eléctrica, fuerza eléctrica y campo eléctrico, continuando con conceptos como corriente, voltaje, potencia y resistencia. Es complejo lograr una comprensión amplia de dichos conceptos con el sólo hecho de estudiarlos y comentarlos en clase.

Por lo tanto, el siguiente paso en el proceso consiste en aplicar los conceptos a través de resistores en serie, paralelos y mixtos, ley de Ohm, divisor de voltaje y divisor de corriente.

Posteriormente se requieren conocer y entender las leyes establecidas por Gustav R. Kirchhoff (1824-1887) (Hilburn, Johnson, & Johnson, 1991; Islas & Guridi, 1999; Nilsson, Riedel, Cázares & Fernández, 1995) en sus dos variantes: ley de voltajes de Kirchhoff (LVK) y ley de corrientes de Kirchhoff (LCK).

La consecuencia y aplicación de estas leyes, son las técnicas de mallas y nodos (Gussow & Alejandro, 1991; Moreno & Soler, 2003), con las cuáles se pueden resolver circuitos eléctricos de mayor complejidad.

Resolver un circuito eléctrico usando la técnica de mallas o nodos, implica la comprensión absoluta de todos los conceptos eléctricos básicos. Con los conocimientos hasta aquí adquiridos, se dice que el estudiante puede tomar cursos del área eléctrica o electrónica y resolver la mayoría de circuitos que se planteen.

Se podría afirmar entonces que la primera parte de la comprensión de los circuitos eléctricos se culmina con la correcta aplicación de las técnicas de solución de circuitos través de mallas y nodos. La correcta aplicación de las técnicas, el conocimiento de los conceptos mencionados y que se pueda resolver prácticamente cualquier circuito eléctrico básico en Corriente Directa (CD) es importante debido a que se considera una competencia básica.

Posterior a la adquisición de estos conocimientos, se revisan técnicas alternativas y complementarias que desarrollan aún más la capacidad de resolver circuitos eléctricos, entre las que destacan: super mallas, super nodos, superposición, transformación de fuentes, teorema de Thévenin, teorema de Norton, teorema de la máxima transferencia de potencia (Álvarez, 2017; Alexander & Sadiku, 2013; Floyd, 2007; Quintero & Sixto, 2016), entre otras.

Una vez que el estudiante adquiere las habilidades necesarias para resolver circuitos eléctricos en CD, puede mejorar la rapidez en resolverlos si tiene un alto nivel de comprensión en las áreas de comportamiento eléctrico y matemáticas, requeridas para la solución. El método acelerado para la solución de circuitos eléctricos con la técnica de mallas propuesto, requiere de un análisis estructural de las ecuaciones resultantes, de tal manera que aplicando un proceso lógico, es posible determinar el sistema de ecuaciones resultante sin escribir paso a paso las ecuaciones a través de la LVK para cada malla, ahorrando también el paso correspondiente de simplificación.

Por lo tanto, la contribución de este trabajo es documentar el proceso de aceleración en la solución de circuitos eléctricos mediante la técnica de mallas, de tal forma que las ecuaciones se puedan escribir y simplificar a su mínima expresión de una sola vez.

Para dar coherencia a la explicación y comprensión de la técnica propuesta el desarrollo del análisis de resultados del presente artículo se divide en los siguientes apartados:

- 1 Análisis de la técnica tradicional de mallas para circuitos en corriente directa.
- 2 Propuesta del método acelerado de la técnica de mallas para la solución de circuitos en CD.
- 3 Aplicación del método acelerado a un circuito complejo.

Metodología a desarrollar

Debido a la complejidad que exige extender el método que se propone a cualquier circuito (como a la técnica de nodos, o al uso de fuentes, ya sea de corriente o de voltaje, dependiente o independiente), el presente documento se enfoca a la técnica de mallas en la que se deben considerar las siguientes restricciones:

- 1 No debe contener fuentes dependientes, ni inductores, ni capacitores.
- 2 No debe contener fuentes de corriente de ningún tipo.

En síntesis, la aplicación de la técnica sugerida se restringe al uso de circuitos de corriente directa que solo tengan resistores y fuentes independientes de voltaje, y que cuenten con al menos dos trayectorias o mallas diferentes.

Resultados

En contraste con el método propuesto, el método tradicional para la solución de circuitos eléctricos en corriente directa puede presentar problemas de comprensión en los estudiantes, debido principalmente a que se da un enfoque matemático y se priva, en cierta manera, de una comprensión lógica de las leyes de Kirchhoff.

Con la técnica acelerada para la solución de circuitos eléctricos en CD se resuelven los inconvenientes del método tradicional y se acelera el proceso de obtención de las ecuaciones, se mejora la comprensión del comportamiento eléctrico del circuito y se disminuyen, en gran medida, los posibles errores que se cometen al escribir la ecuación término a término, entendiendo que se aporta un término a la ecuación por cada elemento de la malla del circuito.

Análisis de la técnica tradicional de mallas para circuitos en corriente directa.

Considerando las restricciones ya expuestas, la comprensión del método tradicional de mallas para la solución de circuitos en CD estará referenciada con base en el circuito eléctrico representado en la figura 1.

Como puede observarse, el circuito de la Figura 1 contiene tres mallas identificadas por las corrientes designadas como I_A , I_B e I_C dentro de cada una de ellas. El método dicta que se deben identificar en primer lugar el número de mallas del circuito (en este caso 3), posteriormente asignarles un sentido de corriente y un nombre a la corriente (se recomienda un mismo sentido a todas las mallas), finalmente se debe aplicar la LKV a cada malla.

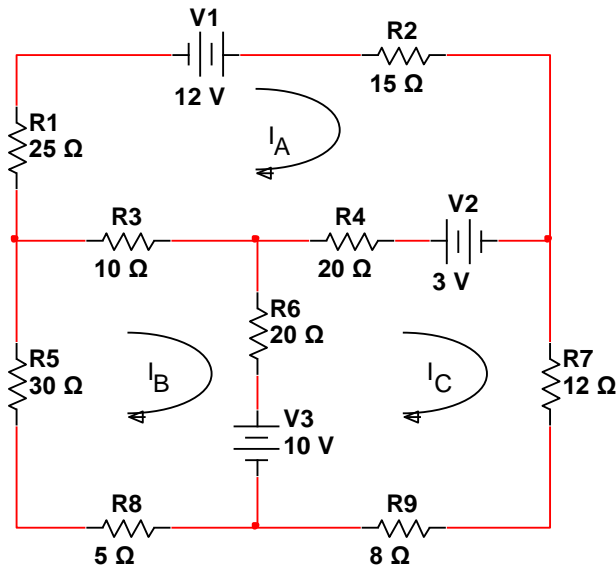


Figura 1 Circuito con tres mallas

Fuente: *Elaboración propia*

Al aplicar la LVK (Robbins & Miller, 2008) a las tres mallas se obtiene una ecuación para cada una de ellas:

$$25I_A - 12 + 15I_A - 3 + 20(I_A - I_C) + 10(I_A - I_B) = 0 \quad (1)$$

$$30I_B + 10(I_B - I_A) + 20(I_B - I_C) + 10 + 5I_B = 0 \quad (2)$$

$$-10 + 20(I_C - I_B) + 20(I_C - I_A) + 3 + 12I_C + 8I_C = 0 \quad (3)$$

Simplificándolas se tiene:

$$70I_A - 10I_B - 20I_C = 15 \quad (4)$$

$$-10I_A + 65I_B - 20I_C = -10 \quad (5)$$

$$-20I_A - 20I_B + 60I_C = 7 \quad (6)$$

Solucionando el sistema de ecuaciones se determina:

$$I_A = 258.537 \text{ mA} \quad (7)$$

$$I_B = -57.561 \text{ mA} \quad (8)$$

$$I_C = 183.659 \text{ mA} \quad (9)$$

Con la determinación de valores de corriente (ecuaciones 7 a 9) se puede calcular cualquier variable eléctrica de los elementos o puntos en el circuito.

Al momento de escribir las ecuaciones usando la LVK entre más elementos de circuito o mallas existan mayor es la probabilidad de omisiones o errores con los elementos del circuito o los signos, así como en la agrupación de términos semejantes y el despeje de las constantes al segundo miembro de la igualdad.

Si existe un solo error en alguna de las ecuaciones obtenidas, cualquier variable que se calcule posterior a la solución del sistema arrastrará dicho error teniendo como consecuencia resultados incorrectos que probablemente no coincidan con las simulaciones o pruebas físicas del circuito analizado.

La práctica constante del análisis mediante esta técnica, hace que el estudiante alcance un buen dominio del método y consecuentemente disminuyan los errores. Sin embargo, a pesar de obtener estos logros, aún hay mejoras poco exploradas, que pueden llevar al estudiante a un dominio más contundente de la técnica y a la disminución de errores con la subsecuente garantía de mejora en los resultados.

Propuesta del método acelerado de la técnica de mallas para la solución de circuitos e corriente directa

Con el objetivo de explicar la técnica acelerada de mallas, se aplicarán los siguientes pasos para escribir las ecuaciones:

- 1 Se suman todos los resistores de la malla que se analiza y se multiplican por la corriente de dicha malla.

- 2 Si hay resistores que se comparten con otras mallas, se escribirán en la ecuación con signo negativo, y multiplicados por la corriente de la malla compartida.
- 3 Se suman los voltajes en el sentido de la corriente de la malla analizada y después se le cambia el signo al resultado de la suma y se coloca el valor como segundo miembro de la igualdad.

Se aplicarán ahora estos pasos al circuito de la Figura 1 para escribir la ecuación correspondiente a la malla de I_A .

Paso 1. Se puede observar que en la malla de I_A , la trayectoria incluye a los resistores R_1 , R_2 , R_3 y R_4 ; de tal forma que la suma de ellos multiplicada por la corriente de la malla que se analiza genera:

$$70I_A \quad (10)$$

Paso 2. Se observa que R_3 se comparte con la malla de I_B , por lo que al agregar el término (que debe ser negativo) queda:

$$70I_A - 10I_B \quad (11)$$

El resistor R_4 se comparte con la malla de I_C , al agregarlo a la ecuación queda:

$$70I_A - 10I_B - 20I_C \quad (12)$$

Paso 3. Por último, las fuentes V_1 y V_2 participan en la malla de I_A , al sumarlas en el sentido asignado nos dan un valor de -15 V, de tal forma que al aplicar el tercer paso propuesto, le cambiamos el signo a esta suma de voltajes y lo exponemos como segundo miembro de la igualdad en la ecuación, resultando:

$$70I_A - 10I_B - 20I_C = 15 \quad (13)$$

Que es idéntica a la ecuación (4).

La obtención de las otras dos ecuaciones deriva de la aplicación de los mismos pasos, teniendo sólo en cuenta la conveniencia de escribir en orden alfabético las ecuaciones (para el caso que se hayan designado variables de corriente con letras) o incremental (si se asignaron números a las corrientes), de tal forma que el sistema de ecuaciones se obtenga de una sola vez, sin la necesidad de hacer la simplificación de la ecuación resultante como en el método tradicional donde solo se aplica LVK. Otra forma de comprender la técnica acelerada propuesta es analizando el sistema de ecuaciones resultante de forma matricial, tal como se muestra a continuación:

$$\begin{bmatrix} 70 & -10 & -20 \\ -10 & 65 & -20 \\ -20 & -20 & 60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Se pueden identificar fácilmente los componentes de la matriz como se presenta en la figura 2. En la Figura 2 la diagonal principal está en verde y corresponde a la suma de resistores de cada malla en particular, por ejemplo, el valor de 70 es la suma de R_1 , R_2 , R_3 y R_4 que corresponde a la malla de I_A , el de 65 es la suma de los resistores R_3 , R_5 , R_6 y R_8 de la malla I_B y por último el valor 60 corresponde a la suma de R_4 , R_6 , R_7 y R_9 de la malla I_C .

Sólo la diagonal principal contiene coeficientes positivos, ya que representa a los elementos del paso 1 ya expuesto.

Triangular superior

$$\begin{bmatrix} 70 & -10 & -20 \\ -10 & 65 & -20 \\ -20 & -20 & 60 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -10 \\ 7 \end{bmatrix}$$

Triangular inferior

Diagonal principal

Figura 2 Ecuaciones en forma matricial

Fuente: *Elaboración Propia.*

Si se observa con cuidado la matriz de la figura 2, la triangular superior e inferior están a espejo y todos los coeficientes son negativos, esto se debe a que corresponden a lo expuesto en el paso 2, es decir, a los resistores de la malla que se analiza, que son compartidos con alguna otra malla.

El análisis de las ecuaciones en su forma matricial, se hace únicamente con el objetivo de verificar que la triangular inferior y superior estén a espejo, lo que disminuye la posibilidad de que se generen errores al momento de escribir las ecuaciones.

En resumen, para escribir cualquier ecuación de una malla de un circuito eléctrico, se suman los resistores de la malla analizada y a la suma se le asigna la variable de corriente de la misma con signo positivo, los resistores que se compartan con otras mallas se expresan con signo negativo y con el nombre de la variable de la malla con la que se comparta, por último la suma de voltajes de la malla analizada, se expresa con signo contrario en el segundo miembro de la igualdad de la ecuación.

De esta forma, se escribe de una sola vez cada ecuación por cada malla del circuito, con menos probabilidades de errores en magnitudes o signos, que usando la técnica tradicional de mallas. Una vez escritas las ecuaciones (no hay necesidad de escribirlas en forma matricial, siempre y cuando los términos de la ecuación estén ordenados como se sugirió) se verifica visualmente que los signos sean correctos (positivos para la diagonal principal y negativos para las triangulares inferior y superior) y que estén a espejo las triangulares superior e inferior.

La técnica acelerada no garantiza por sí sola la comprensión total de la aplicación de leyes eléctricas, obedece más bien a hacer lógico y simplificado el análisis, por lo que de ninguna manera se sugiere omitir la técnica tradicional de solución de circuitos eléctricos por la técnica de mallas.

De hecho, se recomienda primero atender la técnica tradicional, en donde sí se aplican leyes eléctricas para la expresión de las ecuaciones, y una vez que se domine, se recurra a la técnica acelerada, que proveerá al estudiante de recursos eficientes y simplificados que ayudarán a determinar las ecuaciones del sistema a analizar de una sola vez. Una vez que se obtiene el sistema de ecuaciones, los pasos posteriores para determinar variables eléctricas del circuito, son idénticos a los que se utilizarían en la técnica tradicional.

Aplicación del método acelerado a un circuito de mayor complejidad.

Se analizará a continuación un circuito de mayor complejidad, en este caso, la figura 3 muestra un circuito con cinco mallas y por lo tanto cinco variables de corriente (identificadas de I_A a I_E). Para poner a prueba la técnica acelerada tomaremos como referencia la malla correspondiente a la corriente I_C que se encuentra en la parte central del circuito de la figura 3.

AMEZCUA-CASTREJÓN, Román & ROMO-GONZÁLEZ, Ana Eugenia. Método acelerado de la técnica de mallas para la solución de circuitos eléctricos en corriente directa. Revista de Tecnología e Innovación. 2017.

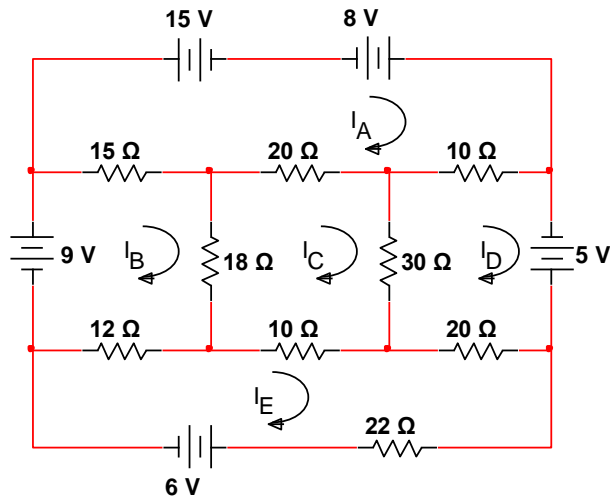


Figura 3 Circuito de cinco mallas
Fuente: *Elaboración propia.*

Tomando en cuenta la recomendación de ordenar la ecuación de forma alfabética, en este caso revisamos si la malla analizada comparte algún (os) resistor (es) con la malla de IA, en este caso vemos que hay un resistor de 20Ω compartido entre las mallas de IA e IC, por lo que se comenzaría la ecuación con el siguiente término:

$$-20I_A \tag{15}$$

Se puede observar que entre las mallas de IB e IC se comparte el resistor de 18Ω, y al agregarlo a la ecuación, queda:

$$-20I_A - 18I_B \tag{16}$$

Sumando todos los resistores de IC, tenemos 78 Ω, y al agregarlo se tiene:

$$-20I_A - 18I_B + 78I_C \tag{17}$$

Hay que recordar que sería el único coeficiente positivo, pues es el que pertenece a la malla que se está analizando. Un resistor de 30Ω se comparte entre IC e IE, al agregarlo a la ecuación queda:

$$-20I_A - 18I_B + 78I_C - 30I_D \tag{18}$$

El último resistor compartido para la malla de IC es el de 10Ω, que se comparte con la malla de IE, al agregarlo a la ecuación se tiene:

$$-20I_A - 18I_B + 78I_C - 30I_D - 10I_E \tag{19}$$

Finalmente, dado que no hay ninguna fuente de voltaje en la trayectoria de la malla de IC, la ecuación se iguala a cero, quedando finalmente como:

$$-20I_A - 18I_B + 78I_C - 30I_D - 10I_E = 0 \tag{20}$$

De esta forma y con un poco de práctica, recurriendo visualmente al circuito, se pueden obtener muy fácilmente todas las ecuaciones del circuito eléctrico, que para el caso en cuestión son 5 y serían las siguientes:

$$45I_A - 15I_B - 20I_C - 10I_D - 0I_E = -7 \tag{21}$$

$$-15I_A + 45I_B - 18I_C - 0I_D - 12I_E = 9 \tag{22}$$

$$-20I_A - 18I_B + 78I_C - 30I_D - 10I_E = 0 \tag{23}$$

$$-10I_A - 0I_B - 30I_C + 60I_D - 20I_E = 5 \tag{24}$$

$$-0I_A - 12I_B - 10I_C - 20I_D + 64I_E = -6 \tag{25}$$

En forma matricial la diagonal principal sólo tiene coeficientes positivos, y las triangulares superior e inferior, además de estar a espejo, tienen todos sus coeficientes negativos, quedando como sigue:

$$\begin{bmatrix} 45 & -15 & -20 & -10 & -0 \\ -15 & 45 & -18 & -0 & -12 \\ -20 & -18 & 78 & -30 & -10 \\ -10 & -0 & -30 & 60 & -20 \\ -0 & -12 & -10 & -20 & 64 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \\ I_D \\ I_E \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 9 \\ 0 \\ 5 \\ -6 \end{bmatrix}$$

Solucionando el sistema de ecuaciones, se llegaría a los siguientes resultados:

$$I_A = 55.981 \text{ mA} \tag{26}$$

$$I_B = 295.03 \text{ mA} \tag{27}$$

$$I_C = 160.621 \text{ mA} \tag{28}$$

$$I_D = 188.126 \text{ mA} \quad (29)$$

$$I_E = 45.455 \text{ mA} \quad (30)$$

Los resultados obtenidos pueden validarse mediante la resolución de circuitos eléctricos por el método tradicional empleando las leyes de Kirchhoff o empleando simuladores de circuitos eléctricos.

Conclusiones

El método acelerado de la técnica de mallas para la solución de circuitos eléctricos en corriente directa se validó mediante la resolución de circuitos simples y complejos como los mencionados en (Agugliaro, Navarro, Cruz, Estrella, Dols, & Montoya, 2017) y se realizó la comparación de resultados con el método tradicional, por lo que fue validado y se demostró su congruencia.

Es importante mencionar que método acelerado propuesto contribuye al aprendizaje y comprensión de conceptos en el área eléctrica (Hernández, 2017) y disminuye las probabilidades de errores en la solución.

Debido a que la resolución de circuitos eléctricos es indispensable en el área de diseño (Vidal Rosado, & Bautista León, 2015), el método propuesto tiene la ventaja adicional de que puede ser sistematizado (Saavedra, Vargas & Martínez, 2014) más fácilmente que el método tradicional con lo podría incrementarse su aplicación.

Otra alternativa que se usa actualmente para verificar o validar resultados de un circuito eléctrico, es simularlo mediante un software especializado que arroja directamente los resultados requeridos. Existen una gran variedad de ellos en el mercado y a disposición de cualquier presupuesto, ya que los hay gratuitos o por adquisición de licencias de uso.

Es también importante agregar, que las restricciones de uso de elementos de circuito mencionadas en la metodología, pretenden el uso seguro de la técnica propuesta por parte del estudiante. Más, una vez que haya pleno dominio y comprensión de la técnica, la aplicación de ésta se puede extender a los elementos que se habían restringido, aunque no es objetivo del presente trabajo por lo que se establece como trabajo futuro su integración.

Referencias

Agugliaro, F. M., Navarro, R. B., Cruz, A. G., Estrella, A. E., Dols, F. A., & Montoya, F. G. (2017). *Problemas de teoría de circuitos: 350 problemas para iniciación en Ingeniería Eléctrica* (Vol. 13). Universidad Almería.

Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. (2013). *Fundamentos de circuitos eléctricos* (5a. edición) McGraw Hill Mexico.

Álvarez, A. G. G. (2017). Análisis comparativo de los métodos para la resolución de circuitos eléctricos. *Revista Iberoamericana de Producción Académica y Gestión Educativa*.

Floyd, T. (2007). *Principios de Circuitos Eléctricos* (Octava ed.). México: Pearson

Hernández, J. G. G. (2017). Implementación de circuitos eléctricos para facilitar el aprendizaje de sistemas algebraicos lineales/Implementation of electrical circuits to facilitate the learning of linear algebraic systems. *RIDE Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 7(14), 51-62.

DOI: <http://dx.doi.org/10.23913/ride.v7i14.272>

Gussow, M. L. V., & Alejandro, P. (1991). *Schaum's outline of basic electricity. Fundamentos de electricidad*.

Hilburn, J. L., Johnson, D., & Johnson, J. (1991). *Análisis básico de circuitos eléctricos*. Prentice-Hall, México.

Islas, S. M., & Guridi, V. M. (1999). El quehacer científico versus el quehacer áulico. Buscando rasgos del quehacer científico en libros de texto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 17(2), 281-290.

Moreno, N., & Soler, A. B. (2003). *Problemas resueltos de tecnología eléctrica*. Editorial Paraninfo.

Nilsson, J. W., Riedel, S. A., Cázares, G. N., & Fernández, A. S. (1995). *Circuitos eléctricos*. Addison-Wesley Iberoamericana.

Quintero, A., & Sixto, A. (2016). *Diseño y construcción de un banco de pruebas para circuitos eléctricos* (thesis). Recuperado de: <http://ups.edu.ec/UPS-GT001818%20.pdf>

Robbins A. y Miller W. (2008). *Análisis de circuitos Teoría y práctica* (4ta. Edición). (S. R. González, Ed.) Mexico: Cengage Learning Latinoamérica.

Saavedra, A., Vargas, E., & Martínez, F. (2014). Diseño de un software para el aprendizaje de las medidas eléctricas en circuitos dc. *Tekhnê*, 11(2), 69-76.

Trejos, P. A. (2013). *Circuitos eléctricos de corriente continua con MULTISIM* (Bachelor's thesis, Pereira: Universidad Tecnológica de Pereira).

Saavedra, A., Vargas, E., & Martínez, F. (2014). Diseño de un software para el aprendizaje de las medidas eléctricas en circuitos dc. *Tekhnê*, 11(2), 69-76.

Vidal Rosado, J., & Bautista León, M. Á. (2015). Aplicación del método PILT en un curso de análisis de redes eléctricas. *Opción*, 31(4).