

WxMaxima en la enseñanza de las Matemáticas. Caso de las sumas de Riemann

GARCÍA, Luis*†, ÁLVAREZ, Adriana, HERNÁNDEZ, Román, BARRERA, Jaime

Recibido 01 Junio, 2016; Aceptado 17 Noviembre, 2016

Resumen

En la actualidad es ampliamente reconocida la dificultad que tienen los estudiantes para aprender matemáticas. Particularmente en la enseñanza de las matemáticas para ingeniería son alarmantes y preocupantes los altos índices de reprobación y la pobre comprensión y profundidad de conceptos matemáticos requeridos por los objetivos curriculares. La presente investigación surge de la necesidad de disminuir las dificultades en el aprendizaje de algunos conceptos centrales del cálculo, particularmente al abordar el tema de las Sumas de Riemann, cuando se desea conocer la medida del área encerrada bajo una curva de la cual se conoce la función. La hipótesis que se plantea es lograr superar el obstáculo de que una suma infinita de términos, no pueda realizarse y en consecuencia que su resultado sea calculable. Contribuir a éste propósito es la intención del presente trabajo. Se proponen actividades utilizando la metodología de las situaciones didácticas con el uso del software libre WxMaxima, buscando promover con el uso de las TIC'S, que los estudiantes planteen conjeturas, realicen un análisis mediante la comprobación y el autoaprendizaje. Se obtienen logros significativos en el desarrollo de habilidades matemáticas apoyándose con el software libre, generando una mejor adquisición del concepto.

Enseñanza de las Matemáticas, Situaciones Didácticas, software libre WxMaxima

Citación: GARCÍA, Luis, ÁLVAREZ, Adriana, HERNÁNDEZ, Román, BARRERA, Jaime WxMaxima en la enseñanza de las Matemáticas. Caso de las sumas de Riemann. Revista de Sistemas y Gestión Educativa 2016, 3-9: 20-26

Abstract

Today it is widely recognized the difficulty students to learn mathematics. Particularly in teaching mathematics to engineering are alarming and disturbing high failure rates and poor understanding of mathematical concepts and depth required by the curriculum objectives. This research arises from the need to reduce the difficulties in learning some central concepts of calculus, particularly in addressing the issue of Riemann Sums, when you want to know the extent of the area under a curve which is called the function. The hypothesis that arises is to overcome the obstacle of an infinite sum of terms, can not be performed and therefore its result is calculable. Contributing to this purpose is the intention of this paper. Activities are proposed using the methodology of teaching situations with the use of free software wxMaxima, seeking to promote the use of ICT, students raise conjectures, perform an analysis by checking and self-learning. They obtained significant achievements in the development of mathematical skills relying free software, generating a better acquisition of the concept.

Teaching Mathematics, Teaching Situations, free software wxMaxima

* Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: luis_epg2006@yahoo.com.mx)

†Investigador contribuyendo como primer autor

Introducción

En la actualidad es ampliamente reconocida la dificultad que tienen los estudiantes para aprender matemáticas. Particularmente en la enseñanza de las matemáticas para ingeniería son alarmantes y preocupantes los altos índices de reprobación y la pobre comprensión y profundidad de conceptos matemáticos requeridos por los objetivos curriculares.

La presente investigación surge de la necesidad de disminuir las dificultades en el aprendizaje de algunos conceptos centrales del cálculo, particularmente al abordar el tema de las Sumas de Riemann, cuando se desea conocer la medida del área encerrada bajo una curva de la cual se conoce la función.

Los casos que no son difíciles de abordar para su demostración serían las funciones polinomiales de primer a tercer grado, pero para funciones trascendentes la demostración rebasa las capacidades de los propios alumnos e incluso los textos usuales y hasta de los mismos profesores.

La hipótesis que se plantea es lograr superar el obstáculo de que una suma infinita de términos, no pueda realizarse y en consecuencia que su resultado sea calculable. Contribuir a éste propósito es la intención del presente trabajo.

Se proponen actividades utilizando la metodología de las situaciones didácticas con el uso del software libre WxMaxima, buscando promover con el uso de las TIC'S, que los estudiantes planteen conjeturas, realicen un análisis mediante la comprobación y el autoaprendizaje.

Se obtienen logros significativos en el desarrollo de habilidades matemáticas apoyándose con el software libre, generando una mejor adquisición del concepto.

Fundamento teórico

Teoría de las Situaciones Didácticas

Al referirnos a las Situaciones Didácticas [1,2,3], en principio debemos distinguir dos enfoques: uno, tradicional; otro, el enfoque planteado por la teoría de Brousseau. Ambos en relación a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En el primero, tendríamos una relación estudiante-profesor, en la cual, el profesor simplemente provee los contenidos, instruye al estudiante, quien captura dichos conceptos y los reproduce tal cual le han sido administrados. Esto con respecto al enfoque tradicional.

Ahora bien, en el enfoque planteado por Brousseau intervienen tres elementos fundamentales: estudiante, profesor, saber relacionadas entre sí a través del medio didáctico. En esta terna, el profesor es quien facilita el medio en el cual el estudiante construye su conocimiento.

Así, Situación Didáctica se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor-estudiante-saber relacionadas entre sí a través del medio didáctico.

Por situación didáctica se entiende una situación construida intencionalmente por el profesor con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado o en vías de constitución, ésta se planifica en base a actividades problematizadoras, cuya necesidad de ser resueltas o abordadas, implique la emergencia del conocimiento matemático que da sentido a la clase, la que ocurre en el aula, en un escenario llamado triángulo didáctico, cuyos lados indican conjuntos de interacciones entre los tres protagonistas profesor-estudiante-Saber.

En el desarrollo de una situación didáctica, aparecen “momentos”, denominados como situaciones a-didácticas, que se caracterizan por el trabajo que realiza el alumno interactuando con el problema propuesto o bien discutiendo con sus compañeros acerca de éste, es decir, cuando interactúa con el medio preparado por su mentor. El profesor debe procurar que el alumno se responsabilice por trabajar en él y si no llega a su solución, al menos indique ciertas aproximaciones según los objetivos propuestos. Así, en estas situaciones a-didácticas interesa observar “cómo se las arregla” el estudiante ante el problema que le propone el maestro.

El profesor ya ha planeado la situación didáctica (esto es, la más general) de modo que existan estos momentos (situaciones a-didácticas) en que los alumnos interactúan con el problema, presenten conflictos cognitivos, se propicie la discusión y el debate y también hagan preguntas. El papel del profesor, en tanto, consiste en guiar con intervenciones o respondiendo a las preguntas, pero con otras interrogantes o señales sin dar las respuestas. A éste proceso dialéctico Brousseau le llama Proceso de Devolución. [3]

Dentro de las situaciones didácticas tenemos:

La Situación Acción, que consiste básicamente en que el estudiante trabaje individualmente con un problema, aplique sus conocimientos previos y desarrolle un determinado saber. Es decir, el estudiante individualmente interactúa con el medio didáctico, para llegar a la resolución de problemas y a la adquisición de conocimientos.

Situación de Formulación, esta consiste en un trabajo en grupo, donde se requiere la comunicación de los estudiantes, compartir experiencias en la construcción del conocimiento. Por lo que en este proceso es importante el control de la comunicación de las ideas.

Situación de Validación, donde, una vez que los estudiantes han interactuado de forma individual o de forma grupal con el medio didáctico, se pone a juicio de un interlocutor el producto obtenido de esta interacción. Es decir, se valida lo que se ha trabajado, se discute con el docente acerca del trabajo realizado para cerciorar si realmente es correcto.

Finalmente, a pesar de no constituir una situación a-didáctica, la institucionalización del saber, representa una actividad de suma importante en el cierre de una situación didáctica.

En ésta los estudiantes ya han construido su conocimiento y, simplemente, el docente en este punto retoma lo efectuado hasta el momento y lo formaliza, aporta observaciones y clarifica conceptos ante los cuales en la situación a-didáctica se tuvo problemas. Es presentar los resultados, presentar todo en orden, y todo lo que estuvo detrás de la construcción de ese conocimiento (situaciones didácticas anteriores) [3].

Uso de las TIC'S en la Enseñanza de las Matemáticas

La presencia de la tecnología es un fenómeno presente en todo momento e irreversible en el mundo contemporáneo, y la escuela no puede desconocer esta realidad si quiere formar a jóvenes que sean capaces de integrarse en esta nueva sociedad de modo pleno.

Desde hace tiempo observamos en nuestros alumnos dificultades en el aprendizaje de Matemática y una escasa transferencia de conocimientos a situaciones nuevas, reflejándose en resultados poco satisfactorios en evaluaciones parciales y finales. Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación posibilitan la creación de nuevos escenarios educativos.

El uso de la tecnología ha generado cambios sustanciales en la forma como los estudiantes aprenden matemáticas. Cada uno de los ambientes computacionales que pueden emplear, proporcionan condiciones para que los estudiantes identifiquen, examinen y comuniquen distintas ideas matemáticas. También se ha constituido en una poderosa herramienta para que los estudiantes logren crear diferentes representaciones de ciertas tareas y sirve como un medio para que formulen sus propias preguntas o problemas, lo que constituye un importante aspecto en el aprendizaje de las matemáticas.

WxMaxima es un programa cuyo objeto es la realización de cálculos matemáticos simbólicos (aunque también numéricos), capaz de manipular expresiones algebraicas, derivar e integrar funciones y realizar diversos tipos de gráficos [5].

El software libre Wx Maxima [6] es compatible para los siguientes sistemas operativos en los cuales se puede descargar e instalar:

Windows
Mac Os
Linux (Ubuntu)
Android

Metodología

Siguiendo la metodología de las situaciones didácticas se procedió a desarrollar una serie de actividades con dos grupos de cálculo integral de dos distintas ingenierías en el Instituto Tecnológico de Pachuca. El número de alumnos participantes son 72.

Las actividades se plantearon inicialmente en forma individual, luego en equipo y finalmente en forma grupal.

La primera actividad de la situación didáctica consistió en trabajar en forma tradicional el tema de las sumas de Riemann, hallando el área bajo la curva de una función, enfocándose en funciones sencillas como la recta: $f(x)=ax+bx$, alternando figuras como triángulos ó trapecios donde podemos utilizar sus fórmulas conocidas. También se utilizó la función cuadrática: $f(x)=ax^2+bx+c$, e incluso la función cubica: $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, en donde es posible utilizar las siguientes formulas conocidas de las sumatorias [7,8]:

Para n entero positivo y c cualquier constante:

$$\sum_1^n c = nc \quad (1)$$

$$\sum_1^n k = \frac{n(n+1)}{2} \quad (2)$$

$$\sum_1^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (3)$$

$$\sum_1^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4} \quad (4)$$

La segunda actividad consistió en llevar al alumno a actividades donde se utiliza la función exponencial: $f(x)=e^{ax}$, en donde ya no se les hace posible utilizar las formulas conocidas de las sumatorias.

La tercera actividad consistió en que se desarrollará la primera actividad con el software libre WxMaxima, utilizando la formula del área:

$$A = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(a + k \frac{b-a}{n}\right) \left(\frac{b-a}{n}\right) \quad (5)$$

Verificando entonces sus resultados, buscando promover el planteamiento de conjeturas, su análisis y comprobación.

La cuarta actividad consistió en desarrollar las actividades de la segunda situación en donde los alumnos comprenden el alcance de las ventajas al utilizar el software libre WxMaxima.

La quinta actividad consistió en utilizar la integral definida para hallar el área bajo la curva tanto de funciones elementales como algunas exponenciales. En ésta actividad se plantea hallar el área bajo la curva para función normal estándar utilizada para encontrar la probabilidad de una variable aleatoria continua con media y desviación estándar conocida:

$$P(x_1 < x < x_2) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{x_1}^{x_2} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} dx \quad (6)$$

La sexta y última actividad consistió en utilizar nuevamente el software libre WxMaxima y ver su utilidad al utilizar sumas de Riemann para hallar el área bajo la curva normal. Verificando el resultado con la tabla de distribución normal estándar [10].

Resultados

Analizando los resultados de cada una de las actividades que componen la situación didáctica se observa lo siguiente:

Al menos el 70% de los alumnos pueden con ciertas dificultades, principalmente de álgebra, calcular áreas bajo una curva de funciones elementales conocidas, superando el obstáculo de que una suma infinita de términos, pueda realizarse y que el resultado es calculable.

Los estudiantes no saben como generalizar las sumas de Riemman para calcular áreas bajo la curva de funciones exponenciales. Solo realizan el cálculo manual utilizando pocos rectángulos.

Al utilizar el software libre WxMaxima, los estudiantes, no solo pueden calcular áreas bajo la curva de funciones elementales y exponenciales, si no también pueden intuir que pueden generalizarlo a otras funciones más complejas.

Al utilizar la integral definida, (previamente se vieron las formulas y técnicas de integración), los estudiantes logran dimensionar el alcance y poder del cálculo integral, perdiendo relativamente el encanto de la aproximación de las sumas de Riemann.

Al proponer la función normal estándar, que es un tipo de función que no se puede integrar directamente en forma analítica, los estudiantes concluyen que es posible utilizar las sumas de Riemann y el software libre WxMaxima como una herramienta para calcular la probabilidad de una variable aleatoria continua con media y desviación estándar conocida.

Pueden generalizar que al intentar integrar analíticamente funciones compuestas que involucran función algebraicas y trascendentes que son difíciles o imposibles de resolver, la integral definida mediante las sumas de Riemann se convierte en una alternativa de solución. Siendo éste el antecedente formal a la integración numéricas y sus métodos de solución.

Las actividades propuestas utilizando la metodología de las situaciones didácticas con el uso del software libre WxMaxima, lograron promover en los estudiantes el planteamiento de conjeturas, de análisis y su comprobación, así como la visualización, y el autoaprendizaje.

Las TIC'S permitieron que los alumnos realizaran pruebas de ensayo y error.

Obteniéndose logros significativos en el desarrollo de habilidades (Competencias) matemáticas mediante el uso del software libre WxMaxima.

Anexos

Se indica la sintaxis utilizada para la aproximación mediante sumas de Riemann utilizando el software libre WxMaxima

Para una función sencilla

a:0;b:2;n:100;

f(x):=x^2;

float(sum(((b-a)/n)*f(a+i*(b-a)/n),i,0,n));

Para una función exponencial

a:0;b:%pi;n:1000;

h(x):=exp(x)*sin(2*x);

float(sum(((b-a)/n)*h(a+i*(b-a)/n),i,0,n));

Para la curva normal estándar con media y desviación estándar conocida

a:778;b:834;n:100;

norm(x):=(1/(40*sqrt(2*%pi)))*exp((-1/2)*((x-800)/40)^2);

float(sum(((b-a)/n)*norm(a+i*(b-a)/n),i,0,n));

Conclusiones

- La participación de los tres elementos principales en el diseño de las actividades de la situación didáctica propician el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes tales como la deducción, la interpretación, el transitar entre diferentes formas de representación del problema y una mejor adquisición del concepto.

- Las TIC'S permiten que los alumnos comprueben sus resultados, les ayuda a reforzar sus conceptos, hacer conjeturas, realizar pruebas de ensayo y error, le permite obtener conclusiones.
- Utilizar software libre se promueven valores y ética, permitiendo su uso y distribución en forma legal.
- El uso del software libre WxMaxima permitió manejar el tercer elemento de las situaciones didácticas es decir el medio ó entorno, convirtiéndose en un asistente matemático buscando mejorar el aprendizaje de nuestros estudiantes.
- Se logró el objetivo de la investigación de aportar elementos que permitan disminuir las dificultades en el aprendizaje de algunos conceptos del cálculo, particularmente al abordar el tema de las Sumas de Riemann, particularmente cuando se desea conocer la medida del área encerrada bajo una curva de la cual se conoce la función. Superando el obstáculo de que una suma infinita de términos, pueda realizarse y que el resultado sea calculable.

Referencias

- Brousseau G. "Lecturas en didáctica de las matemáticas: Escuela Francesa". Cinvestav-IPN, 1986.
- Vidal Robert. Revista "Didáctica de las Matemáticas". 2012.
- Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática "Teoría de las Situaciones Didácticas". 2006, Año 1, Número 2.

Gamboa Araya Ronny. “Uso de la Tecnología en la enseñanza de Matemáticas”. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática “Teoría de las Situaciones Didácticas”. 2007, Año 2, Número 3.

“Manual de Maxima” v.5.25. Massachusetts Institute of Technology. En la página del programa Maxima, <http://maxima.sourceforge.net/es/>

Alamilla Prats Jerónimo-Aparicio del Prado Camilo-Extremera Lizana José- Villeda Muñoz Armando R. “Prácticas de ordenador con wxMaxima” Universidad de Granada, España. 2010.

Dennis G. Zill, Warren S Wright. “Matemáticas 2 (Cálculo Diferencial)”. Editorial Mc. Graw Hill. 2015.

Stewart James.” Cálculo”. Editorial Cengage. 2012.

Walpole-Myers. “Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias” Editorial Person. 2012.