

Diseño de un reductor de 746 W de acero de bajo C para una máquina de pruebas de abrasión

RODRIGUEZ, Mario*†, PALACIOS, Luis, AVILA, Erika, RESENDIZ, Celerino y OCAMPO, Gabriel

Recibido 5 de Abril, 2015; Aceptado 24 de Junio, 2015

Resumen

En este trabajo se presenta el análisis de una transmisión de engranes de 746 W, donde los ejes de entrada y salida giran a 1800 rpm y 2000 rpm respectivamente. Utilizando diferentes teorías de diseño como la de Von Misses, Energía de distorsión elástica y la de fatiga, para obtener el diámetro de los ejes o árboles así como la de los engranes y cuñas. En base al estudio de fuerzas, esfuerzos y diámetros obtenidos, se seleccionan los baleros o rodamientos para los ejes. Además como se decidió utilizar acero de bajo C como el AISI 1018 para los ejes y los engranes, se aplicó la segunda ley Fick de difusión para establecer el tratamiento térmico superficial de carburización para endurecer dichos elementos. Finalmente se establecen las dimensiones mínimas de la caja que contendrá el reductor.

Transmision, engranes, acero, carburización.

Abstract

In this study it's presented the analysis of a 746 W gears transmission, where the input and output shafts rotate at 1800 rpm and 2000 rpm respectively. Different design theories were used to get the diameter of the shaft or trees as well as the gears and wedges, like the Von Misses, Elastic distortion energy and the Fatigue Theory. Based on the study of strength, efforts and diameters obtained the bearings or bearings for shafts were selected. Moreover as we decided to use low carbon steel as the 1018 AISI for the shafts and gears the diffusion second Fick's law was applied to set the carbonization surface heat treatment to harden these elements. Finally the minimum dimensions of the housing that will contain the gear are established.

Transmission, gears, steel, carburization.

Citación: RODRIGUEZ, Mario, PALACIOS, Luis, AVILA, Erika, RESENDIZ, Celerino y OCAMPO, Gabriel. Diseño de un reductor de 746 W de acero de bajo C para una máquina de pruebas de abrasión. Revista de Aplicaciones de la Ingeniería 2015, 2-3: 197-208

* Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: rurianluca@hotmail.com)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

Introducción

Desde hace ya dos o tres siglos la industria ha requerido de transmisiones para el movimiento de materiales o para realizar alguna operación específica como la de los molinos de diversas materias primas y el diseñador tiene que iniciar con la comprensión del problema, con los datos que le puedan proporcionar o de los que obtenga en las condiciones reales y con esto parte para el diseño y solución del problema.

Hay muchos estudios referentes a los problemas que presentan las transmisiones por engranes tal como la investigación para reducir las vibraciones de los reductores de velocidad [1], pero como lo menciona Vera Nikolic et.al.[2] existen pocas herramientas computacionales disponibles para el análisis dinámico de configuraciones de engranes, ya que algunos modelos son muy limitados.

Existen en la actualidad muchos proveedores de transmisiones a nivel mundial, pero pues es mejor resolver los problemas que se plantean en el día a día y realizar propuestas que se puedan fabricar con el equipo que se disponga en cualquier microempresa o en alguna institución de educación, que cuente con maquinas herramienta.

Por lo que el objetivo del presente trabajo es diseñar un reductor de engranes de 746 W para una transmisión de una maquina para pruebas de abrasión, donde se requiere que la polea de salida sea de 200 rpm.

Metodología a Desarrollar

Ecuaciones iniciales de esfuerzos en ejes

Los elementos centrales de análisis para una transmisión son los ejes y engranes en este caso, la obtención de fuerzas y esfuerzos son los principales propósitos.

La determinación de las dimensiones de un eje es muy sencilla cuando solo se consideran cargas estáticas, pero es un buen inicio en la solución del problema.

Los esfuerzos en un punto de la superficie de un eje redondo macizo de diámetro d , que se someten a cargas de flexión, axiales y de torsión son:

$$\sigma_x = \frac{32M}{\pi d^3} + \frac{4F}{\pi d^2} \quad (1)$$

$$\tau_{xy} = \frac{16T}{\pi d^3} \quad (2)$$

Observar que las tres cargas, M , F y T ocurren en la sección que contiene un punto superficial específico.

Utilizando un círculo de Mohr se demuestra que los dos esfuerzos principales nulos son:

$$\sigma_A, \sigma_B = \frac{\sigma_x}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (3)$$

Estos esfuerzos pueden combinarse para obtener el esfuerzo cortante máximo τ_{max} y el esfuerzo de von Misses σ' , como sigue:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_A - \sigma_B}{2} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (4)$$

$$\sigma' = (\sigma_A^2 - \sigma_A \sigma_B + \sigma_B^2)^{\frac{1}{2}} = (\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2)^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

Sustituyendo ecuaciones 1 y 2 en 4 y 5, se tiene:

$$\tau_{max} = \frac{2}{\pi d^3} [(8M + Fd)^2 + (8T)^2]^{1/2} \quad (6)$$

$$\sigma' = \frac{4}{\pi d^3} [(8M + Fd)^2 + 48T^2]^{1/2} \quad (7)$$

Estas ecuaciones permiten determinar τ_{max} o bien σ' cuando se da el diámetro, o calcular d cuando se conoce el valor permisible de τ_{max} o σ' .

Teorías de diseño de ejes

Teoría del τ_{max}

Si el análisis o diseño ha de ser con base en la teoría del esfuerzo cortante máximo, entonces el valor admisible de τ_{max} es

$$\tau_{adm} = \frac{\tau_y}{n} = \frac{\sigma_y}{2n} \quad (8)$$

Las ecuaciones (6) y (8) sirven para determinar el factor de seguridad n si se conoce el diámetro d , o bien para hallar el diámetro si es un dato el factor de seguridad.

Un análisis similar puede efectuarse con base en la teoría de la energía de distorsión en la falla. En este caso el esfuerzo de von Mises permisible es:

$$\sigma' = \frac{\sigma_y}{n} \quad (9)$$

Carga estática-flexión y torsión

En muchos casos, la componente axial F en las ecuaciones (6) y (7) es nula o tan pequeña que puede ser despreciada. Con $F=0$, las ecuaciones (6) y (7) se convierten en:

$$\tau_{max} = \frac{16}{\pi d^3} (M^2 + T^2)^{1/2} \quad (10)$$

$$\sigma' = \frac{16}{\pi d^3} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \quad (11)$$

Es más fácil resolver estas ecuaciones para evaluar el diámetro que las ecuaciones (6) y (7). Sustituyendo los valores de los esfuerzos permisibles a partir de las ecuaciones (8) y (9), se obtiene que:

$$d = \left[\frac{32n}{\pi \sigma_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad (12)$$

Aplicando la teoría del esfuerzo cortante máximo. Alternativamente, si se conoce el diámetro, el factor de seguridad se calcula por:

$$\frac{1}{n} = \frac{32}{\pi d^3 \sigma_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \quad (13)$$

Relaciones similares pueden obtenerse mediante la teoría de la energía de distorsión. Los resultados correspondientes son:

$$d = \left[\frac{16n}{\pi S_y} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \right]^{1/3} \quad (14)$$

$$\frac{1}{n} = \frac{16}{\pi d^3 S_y} (4M^2 + 3T^2)^{1/2} \quad (15)$$

Diseño de ejes mediante un análisis por fatiga

En cualquier eje rotatorio cargado por momentos estacionarios de flexión y torsión actuarán esfuerzos por flexión completamente invertida, debido a la rotación del árbol, pero el esfuerzo torsional permanecerá estable. La ecuación que se aplica para este caso es:

$$d = \left\{ \frac{32\pi}{\pi} \left[\left(\frac{K_t M_a}{S_e} \right)^2 + \left(\frac{T_m}{\sigma} \right)^2 \right]^{1/2} \right\}^{1/3} \quad (16)$$

K_t es el factor teórico de concentración de esfuerzo por fatiga en el hombro.

Con r = radio de fillete; d = diámetro menor del escalón; D = diámetro mayor del escalón. En anexo se utiliza las relaciones

$$\frac{r}{d} \text{ y } \frac{D}{d}$$

Mediante la fórmula de resistencia a la fatiga o ecuación de Marín.

$$S_e = K_a K_b K_c K_d K_e S_e', \quad (17)$$

Se determinan cada uno de los factores.

$$S_e' = 0.504 S_{ut} \quad (18)$$

Factor K_a = Factor de superficie (maquinado).

Factor K_b = Factor de tamaño

$$k_b = \left(\frac{d}{0.3} \right)^{-0.1133}$$

Factor K_c = Factor de carga axial

$K_c = 1$, por que no se invierte

Factor K_d = Factor de temperatura.

Como el reductor estará trabajando a temperatura ambiente se toma:

$$K_d = 1$$

Factor K_e = Factor de efectos diversos

$$k_e = \frac{1}{k_f}$$

$$k_f = 1 + q(k_t - 1)$$

k_f = factor real de concentración de esfuerzos

q = factor de sensibilidad a la entalla del material

Cuñas

Existe una gran variedad de cuñas; pero aquí se analiza el tipo más simple: la cuña de sección cuadrada o rectangular (figura I). El objetivo principal de una cuña consiste transmitir el par de torsión entre el eje y el elemento de máquina conectado.

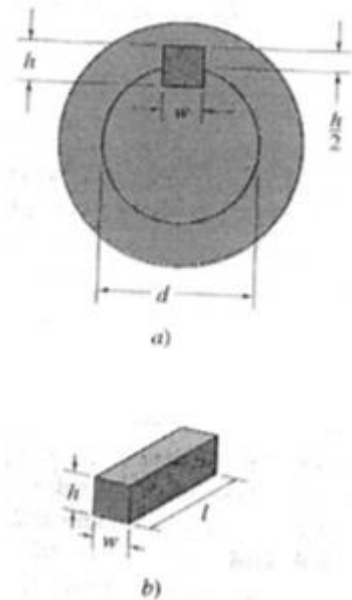


Figura 1 Ensamble de una cuña plana. a) Vista de la sección transversal del ensamble del eje, la masa y la cuña; b) vista tridimensional de la cuña plana.

Una cuña también tiene la función de un sistema de seguridad. La mayoría de las máquinas tienen una velocidad de operación y un par de torsión que definen el tamaño requerido de la cuña. Sin embargo, en el caso de un incremento drástico en las condiciones de carga, la cuña fallará por cortante antes de que falle el eje o el elemento de máquina (engrane, leva, polea, etc.).

Observe que si $h = w$, la cuña es cuadrada, un caso especial de cuña plana. Usualmente las cuñas se fabrican de acero de bajo carbono (AISI 1018) y tienen un acabado estirado en frío. En algunas aplicaciones se puede requerir el uso de tornillos prisioneros para restringir el movimiento.

Las cuñas fallan principalmente por corte o por compresión, ambos casos se consideran aquí:

1. Falla debida al corte de la cuña:

$$P = \frac{T}{d/2} = \frac{2T}{d} \quad (19)$$

El área de corte de la cuña es $A_s = wl$. El esfuerzo cortante de diseño es

$$\tau_{diseño} = \frac{P}{A_s} = \frac{2T}{dwl} \quad (20)$$

El lado derecho de la ecuación (20) es independiente de la altura h . Para evitar la falla debida al cortante:

$$\tau_{diseño} \leq \frac{\tau_y}{n_s} = \frac{\text{Esfuerzo de fluencia cortante}}{\text{Factor de seguridad}} \quad (21)$$

Donde $\tau_{perm} = \tau_y = 0.40\sigma_y$.

2. La falla debida al esfuerzo de compresión o de apoyo de la cuña: el área de apoyo es

$$A_c = lh/2 \quad (22)$$

El esfuerzo de compresión o de apoyo de diseño es:

$$\sigma_{diseño} = \frac{P}{A_c} = \frac{2T}{dlh/2} = \frac{4T}{dlh} \quad (23)$$

El lado derecho de la ecuación (23) es independiente del ancho w . Usando la ecuación:

$$\sigma_{perm} = 0.9\sigma_y$$

Se pueden evitar las fallas debidas al esfuerzo de compresión o esfuerzo en el apoyo, si:

$$\sigma_{diseño} \leq \frac{0.90\sigma_y}{n_s} \quad (24)$$

Cojinetes

Para ayudar al diseñador en la selección de cojinetes, la mayoría de los manuales de los fabricantes contienen datos sobre la vida o duración de los cojinetes de rodamiento para muchas clases de maquinas, así como información sobre los factores de aplicación de la carga.

Diseño del tren de engranajes

Se necesita que el tambor gire a 200 rpm ± 10 rpm y teniendo una velocidad de salida del motor de 1800 rpm con 746 W (1 hp), se procede a determinar la relación del tren motriz.

De acuerdo a la fórmula:

$$m_t = \frac{w_{entrada}}{w_{salida}} = \pm \frac{r_{salida}}{r_{entrada}} = \frac{d_{salida}}{d_{entrada}}$$

La relación del tren de engranaje es:

$$m_v = \frac{w_{ent}}{w_{sal}}$$

$$m_v = \frac{1800 \text{ rpm}}{200 \text{ rpm}} = \frac{9}{1}$$

Como la relación es < 10:1 es posible desarrollar la transmisión con una sola etapa mediante la siguiente tabla:

| Relación del engrane | Dientes del piñón | Dientes del engrane |
|----------------------|-------------------|---------------------|
| 9 | 12 | 108 |
| 9 | 20 | 180 |

Tabla 1 Relación de transmisión con una etapa

Se observa que los dientes del engrane se incrementan considerablemente y en tal caso el diámetro del engrane tendrá que ser mayor; por lo tanto, es conveniente considerar 2 etapas.

Se toma la raíz cuadrada de 9 que es 3. Así, 2 etapas, cada una con esa relación, darán 9:1

| Relación del engrane | Dientes del piñón | Dientes del engrane |
|----------------------|-------------------|---------------------|
| 3 | 12 | 36 |

Tabla 2 Relación de transmisión segunda iteración

Por lo tanto el piñón tendrá 12 dientes y el engrane 36 dientes.

Mediante la formula para engranes $d = \frac{N}{P}$ y despejando para d se obtiene el diámetro mas apropiado para el engrane. La tabla se genera substituyendo valores estándar del paso.

| N | P | d (in) |
|----|------------------|--------|
| 36 | 2 | 18 |
| 36 | 2 _{1/4} | 16 |
| 36 | 2 _{1/2} | 14.4 |
| 36 | 3 | 12 |
| 36 | 4 | 9 |
| 36 | 6 | 6 |
| 36 | 8 | 4.5 ← |
| 36 | 10 | 3.6 |
| 36 | 12 | 3 |
| 36 | 16 | 2.25 |

Tabla 3 Relación de diámetros para engranes.

De acuerdo a la tabla anterior se selecciono un un paso de 8dts/in. Desarrollando el mismo procedimiento para el piñón tenemos:

| N | P | D plg(mm) |
|----|---|--------------------------|
| 12 | 8 | 1.5 ⁰⁰ (38.1) |

Tabla 4 Relación de diámetro para engrane.

Porlo tanto se requieren:

- 2 engranes con: N=36
- P=8
- d=4.5in (d=114.3mm)
- <presión=20*

2 piñones con: $N=12$
 $P=8$

$d=1.5in$ ($d=38.1mm$)

\langle presión $\rangle=20^*$

En la figura siguiente se muestra una solución de la configuración del tren de engranajes que satisface los criterios de diseño.

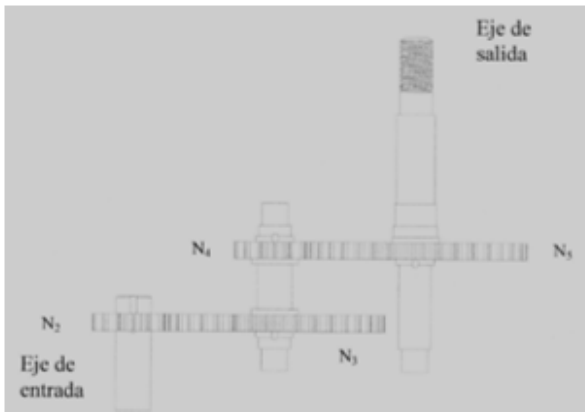


Figura 2 Tren de engranajes de tipo compuesto

Determinación del espesor F del diente

Se desea un par de engranes de reducción, con relación 3:1 para un motor de 1800 rpm y 746W (1 Hp), con un ángulo de presión normal de 20° y hechos de acero AISI 1018 CD con $\sigma=341MPa$ (49.5Kpsi) y $\sigma_y=220MPa$ (32 Kpsi).

Se trata de hacer una estimación preliminar del tamaño de los engranes que se requieren, suponiendo que el momento de torsión inicial no sea mayor que el de plena carga a la velocidad nominal.

Como se determinó anteriormente se tiene un piñón de 12 dientes y un engrane de 36 dientes para lograr la reducción de 3:1. Cuando el engrane y el piñón se hace del mismo material, el piñón siempre es el más débil de los dos debido a que los dientes del engrane menor tienen una forma con mayor rebaje.

Eligiendo un factor de seguridad de 3 se tiene como resultado un esfuerzo por flexión permisible igual a:

$$\sigma_P = \frac{220MPa}{3} = 73.3 MPa \quad (\sigma_P = 10.6Kpsi)$$

La ecuación para obtener el ancho del diente es:

$$F = \frac{F_t P}{K_v Y \sigma_P} \quad (25)$$

$$K_v = \frac{1200}{1200+V} \quad \text{Factor dinámico.}$$

$$v = \left[\frac{ft}{min} \right]$$

$$v = 0.75 in \left(\frac{1 ft}{12 in} \right) (1800rpm) \left(\frac{2\pi rad}{1 rev} \right)$$

$$v = 706.86 ft/min \quad V = 215 m/min$$

$$K_v = \frac{1200}{1200+706.86} = 0.62$$

$$T = \frac{HP}{2\pi RPM} (33000)12 \quad (26)$$

Suatiyendo datos: $T = 35 Lb$ (156N)

$$F_t = \frac{2T}{D} = 2 * \frac{35Lb}{1.5} plg = 47 lb \quad (209N)$$

Se obtiene el factor de forma y de Lewis que $Y = 0.181$ para el piñón de 12 dts.[3]

$P =$ paso del engrane $= 8$

$$F = \frac{F_t P}{K_v Y \sigma_P} = \frac{47 (8)}{(0.62)(0.181)(10,600)}$$

$$F = 0.316 in \quad (F = 8mm)$$

Diseño de ejes

Eje 2

Para el diseño de los ejes se tomaran en cuenta las siguientes consideraciones:

- Debido a que los cambios de sección en el eje son de 1.58mm (1/16"), se propone un radio de 0.79mm (1/32") para la concentración de esfuerzo en los entalles o filetes.
- Acero AISI 1018 CD con $\sigma_y=220\text{MPa}$ (32Kpsi), $\sigma=341.5\text{MPa}$ (49.5kpsi).
- Velocidad del motor 1800 rpm (188.5rad/s); Pot=0.746 kW.
- Los diámetros de los engranes en la zona de análisis son: $D_1= 38.1\text{mm}(1.5")$ y $D_2= 114.3\text{mm}(4.5")$.

Se desea determinar el diámetro teórico del eje en los puntos críticos con base en la posibilidad de una falla por fatiga.

Torque en el eje 2:

$$1 \text{ hp} = 0.746 \text{ kw} = 550 \frac{\text{ft}\cdot\text{lb}}{\text{s}}$$

$$T_1 = 746 \text{ W} / 188.5 \text{ rad/s} = 3.957 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Para el torque T_2 tenemos:

$$\frac{T_1}{D_1} = \frac{T_2}{D_2} \rightarrow T_2 = \frac{D_2}{D_1} T_1$$

$$T_2 = \frac{4.5}{1.5} (3.957 \text{ N}\cdot\text{m}) = 11.87 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Determinando fuerza tangencial engranes 2 y 3

$$3.957 \text{ N}\cdot\text{m} = Ft_2 \left(\frac{0.038\text{m}}{2} \right)$$

$$Ft_2 = Wt_A = 207.7 \text{ New}$$

$$Fr_2 = 207.7 \text{ N} \tan 20^\circ = 75.6 \text{ New}$$

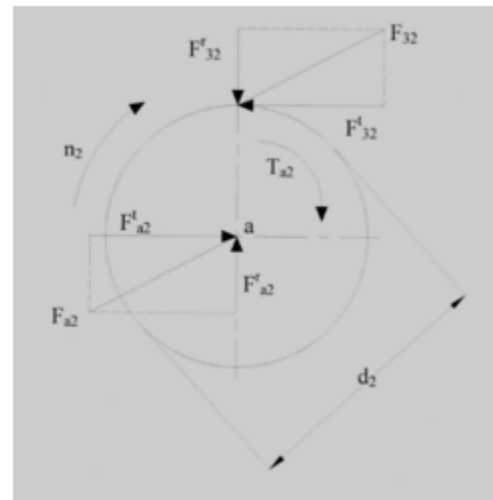


Figura 3 diagrama de fuerzas eje 2

Del engrane 4 se tiene de manera similar

$$11.87 \text{ N}\cdot\text{m} = Ft_4 \left(\frac{0.019\text{m}}{2} \right)$$

$$Ft_4 = Wt_B = 623.1 \text{ New}$$

$$Fr_4 = 623.1 \text{ N} \tan 20^\circ = 226.8 \text{ New}$$

Del diagrama de la figura IV,

$$\sum M_0 = 0$$

$$-Wt_A(19.05) + Wt_B(63.5) + Rc(82.55) = 0$$

$$Rc = 431.5 \text{ New.}$$

Hacienda $\sum F_v = 0$; se obtiene $R_o = 16.1 \text{ New}$

Del diagrama de momentos flectores en los planos xy y xz se obtiene el máximo $M = 12.622 \text{ N}\cdot\text{m}$ para el eje2 y sometido a un torque de $11.87 \text{ N}\cdot\text{m}$.



Figura 4 Diagrama de fuerzas y momentos eje2.

Eje 3

Para el diseño de este eje se tomaran en cuenta las siguientes consideraciones:

- Debido a que los cambios de sección en el eje son de 1.58mm (1/16”), se propone un radio de 0.79mm (1/32”) para la concentración de esfuerzo en los entalles o filetes.
- Acero AISI 1018 CD con $\sigma_y=220\text{MPa}$ (32Kpsi), $\sigma=341.5\text{MPa}$ (49.5kpsi).
- Velocidad del eje 200 rpm (20.94 rad/s)
- Los diámetros de los engranes en la zona de análisis son: $D_1= 38.1\text{mm}(1.5”)$ y $D_2= 114.3\text{mm}(4.5”)$.

De manera similar al eje 2 se desea determinar el diámetro teórico del eje 3 en los puntos críticos con base en la posibilidad de una falla por fatiga.

Torque en el eje 3:

$$T_2 = \frac{4.5}{1.5} (11.87 \text{ N} - m) = 35.38 \text{ N} - m$$

Se determina fuerza tangencial engranes 4 y 5

$$11.87 \text{ N} - m = Ft_4 \left(\frac{0.019m}{2} \right)$$

$$Ft_4 = Wt_A = 623.1 \text{ New}$$

$$Fr_4 = 623.1 \text{ New} \tan 20^\circ = 226.8 \text{ New}$$

Tal como se había obtenido, pero la salida del eje 3 va a mover a una polea, que es la que va desgastar a la probeta de la maquina para pruebas de abrasión, por lo tanto la fuerza tangencial que ejecutará dicha polea será P y se determina a continuación:

$$\Sigma M = 0$$

$$-P (114.3\text{mm}) + 35.58\text{N}\cdot\text{m} = 0$$

$$P = 313.3 \text{ N}$$

Analizando estas fuerzas que actúan en el eje 3 en un diagrama como si fuera una viga tal como se realizó para eje 2, se obtiene.

$$\Sigma M_0 = 0$$

$$R_D(82.55) - 623 (60.3) + 311(146.05)=0$$

$$R_D = 1005.3 \text{ New.}$$

Haciendo $\Sigma F_v=0$; se obtiene $R_{o'} = 71.2 \text{ New}$

Del diagrama de momentos flectores en los planos xy y xz se obtiene el máximo $M = 19.72 \text{ N}\cdot\text{m}$ para el eje 3 y sometido a un torque de $35.6 \text{ N}\cdot\text{m}$.

Resultados

Ejes

Para obtener los diámetros se aplicaron los criterios de Von Mises.

La teoría de la energía de la distorsión y la de diseño por resistencia a la fatiga, explicada anteriormente y representada por las ecuaciones 2.12, 2.14 y 2.16, por lo que en la tabla 6 se presenta el resumen de los diferentes resultados obtenidos por cada uno de las teorías y para cada eje 2 y eje 3. Además también se obtuvo el diámetro de los arboles para tres diferentes factores de seguridad: 1.25, 1.8 y 2.5.

| Criterio | Diámetro Eje 2 (mm) | | | Diámetro Eje 3 (mm) | | |
|----------|---------------------|-------|-------|---------------------|-------|-------|
| | 1.25 | 1.8 | 2.5 | 1.25 | 1.8 | 2.5 |
| Von | 9.99 | 11.28 | 12.6 | 13.2 | 14.99 | 16.7 |
| ED | 9.04 | 11.04 | 12.3 | 12.8 | 14.47 | 16.14 |
| Fatiga | 15.5 | 17.48 | 19.05 | 17.5 | 19.76 | 22.04 |

Tabla 6 Resultados de los diámetros de los ejes 2 y 3.

Después de analizar los resultados se puede observar que por el criterio de la energía de distorsión ED se obtienen los diámetros mas pequeños en ambos ejes y al contrario por la de resistencia a la fatiga se calcularon los de mayor diámetro, por lo consiguiente se puede tomar la decisión de tomar los resultados conservadores de Von Mises.

En base a la experiencia y facilidad de fabricación se selecciona el diámetro para el eje 2 con FS de 2.5 y 19.05mm y para eje 3 con FS 1.8 y diámetro de 19.76mm por lo consiguiente se decide fabricarlos en la zona intermedia en la fracción en pulgadas y sería de 19.05mm (3/4") ya que para el eje 3 quedaría definido dentro de la segunda mitad de resultados, es decir el diámetro mínimo y máximo fue de 12.8mm y 22.04mm, por lo que esta en zona segura.

Diseño de cuñas

Eje 2

El diámetro del eje donde se acopla el engrane es de 19.05mm (3/4") y gira a 600 rpm y transmite un torque de 11.87 N-m mediante un engrane.

Usando como material acero AISI 1018 CD, con $\sigma_y = 220\text{MPa}$ (32 Kpsi) y un factor de seguridad de 3; ya que se requiere proteger las piezas.

En relación a la figura VI la fuerza F en la superficie del eje es:

$$F = \frac{T}{r} = \frac{11.87\text{N-m}}{0.0095\text{ m}}$$

$$F = 1249\text{ N}$$

Por la teoría de la energía de distorsión, la resistencia al cortante es:

$$\frac{\tau_y}{n} = \frac{F}{t} \text{ de aquí que } l = \frac{Fn}{S_{sy}t} = \frac{1249(3)}{110 \times 10^6 (0.0635)}$$

$$l = 5.36\text{mm}$$

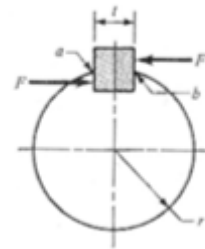


Figura 5 Diagrama de fuerzas en cuña de eje2

Se selecciona una chaveta de $w = 6.35\text{mm}$ (1/4") con una profundidad de chaveteros de 3.1mm (1/8"). Se ha seleccionado esta configuración de cuñas debido a que se encuentran de manera comercial. Por lo tanto los engranes tendrán una cuña de $w = 1/4"$; $h = 1/8$ y la longitud de la cuña será pasante al piñón.

Eje 3

El diámetro del eje donde se acopla el engrane es de 19.05mm (3/4") y gira a 200 rpm y transmite un torque de 35.6 N-m. por lo consiguiente de manera similar a eje 2 se obtiene:

$$F = \frac{T}{r} = \frac{35.6N \cdot m}{0.0095 m} = 3747 N$$

Por la teoría de la energía de distorsión, la resistencia al cortante es:

$$\frac{S_{sy}}{n} = \frac{F}{t} \text{ de aquí que } l = \frac{Fn}{S_{sy}t} = \frac{3747(3)}{110 \times 10^6 (0.00635)}$$

$$l = 16mm)$$

Nuevamente va a estar mu sobrada porque por necesidades del engrane va a estar mas larga.

Selección de cojinetes

La clasificación de la carga estática C o se expresa:

$$C_o = nW_o \quad \text{Donde}$$

$$n = F.S \text{ estático}$$

$$W_o$$

= Carga estática equivalente en el cojinete.

$$C_o = 1.2(431 N) = 537.2 N$$

La fuerza obtenida es menor que las fuerzas descritas en un catalogo de la SKF la cual proporciona la clasificación de carga estática para un cojinete de bolas de canal profundo de una fila. Asi mismo esta tabla proporciona las dimensiones generales del cojinete:

Eje 2 y 3

$$\text{Coj. 1} \rightarrow \phi_{int} = 17 mm$$

$$\text{Coj. 2} \rightarrow \phi_{int} = 17 mm$$

$$t = \frac{3}{8}'' = 10 mm$$

Con las dimensiones obtenidas de los ejes, engranes y baleros así como considerando un espacio interior más para la lubricación, se determinó las que la caja tenga las medidas nominales siguientes: 86mm x 135mm x 254 mm. En la figura V se ilustra el ensamble de los componentes del reductor.

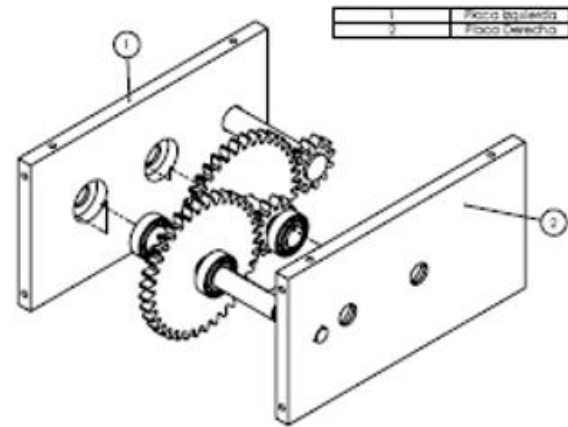


Figura 6 Vista parcial tridimensional del reductor.

Tratamientos térmicos

De la segunda ley de Fick la cual describe la difusión de los átomos

$$\frac{dc}{dt} = D \frac{d^2c}{dx^2} \quad (27)$$

Una solución que se aplica en los tratamientos térmicos de carburización es:

$$\frac{C_s - C_x}{C_s - C_o} = \text{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (28)$$

Considerando que los engranes tienen 0.18% de C y se pretende que a 1 mm de profundidad tengan 0.45% C, y que la carburización se llevará a 1273K de temperatura y en una atmosfera con un contenido de 1.2% C.

Sustituyendo los datos en ecuación 26 se obtiene que en un tiempo de 2.2 h se obtendrá el engrane con las características deseadas. Posteriormente se les deberá calentar a la temperatura de austenización de 840°C, templarlos en agua o aceite y aplicar el revenido a 300°C.

Conclusiones

Se ha diseñado un reductor de engranes de 1800 rpm a 200 rpm con aceros de bajo C AISI 1018 que se puede comprar en cualquier ciudad y se han propuesto los tratamientos térmicos de carburizado a los engranes para endurecerlos ya que están sometidos a desgaste.

Esta transmisión se puede hacer en cualquier taller de maquinas y herramientas con herramienta convencional o de CNC, por lo consiguiente resultará muy barato.

Este reductor servirá para una maquina de pruebas de abrasión en donde se requiere una velocidad de salida de 200 rpm

Si se utilizaran aceros de media aleación se puede obtener engranes mas esbeltos así como ejes mas compactos

Referencias

Tomasz Figlus, Andrzej Wilk, Application of fem method in reduction of gear transmission housing vibration, Journal of KONES powertrain and transport, vol 16, no.2 2009.

Vera Nikolic, Cemal Dolicanin y Dejan Dimitrijevic, Dynamic model for the stress and strain state analysis of a spur gear transmission, Journal of mechanical engineering 58(2012)1, 56-67.

AGMA standars, B89.

Shigley and Mitchell, Diseño en ingeniería mecánica, 4ª edición, Mc Graw Hill.

Budynas y Nisbett, Diseño en ingeniería mecánica, 4ª edición, Mc Graw Hill.

Hamrock, Jacobsoy y Schmid, Elementos de maquinas, Mc Graw Hill.

Callister, Materials science and engineering, John Wiley and sons, second edition.