

## Análisis de una máquina de inducción en el dominio de la frecuencia usando el método de elementos finitos para determinar su desempeño con carga

ARAGÓN, David\*†, ESCARELA, Rafael, OLIVARES, Juan, HERNANDEZ, José, JIMENEZ, Víctor y GONZALEZ, Felipe

*Departamento de Energía, Universidad Autónoma Metropolitana, Av. San Pablo 180, Col. Reynosa Tamaulipas, 02200, México D.F.*

Recibido 5 de Abril, 2015; Aceptado 24 de Junio, 2015

### Resumen

Este trabajo trata el análisis en el dominio de la frecuencia de una máquina de inducción usando el Método del Elemento Finito.

Se emplea un análisis magneto-dinámico para estudiar la máquina de inducción en el dominio de la frecuencia. La solución proporciona el par electromagnético, las pérdidas y la densidad de flujo magnético. Se usa la solución en el dominio de la frecuencia como condición inicial para analizar el comportamiento del motor a velocidad nominal, teniendo en cuenta los armónicos del campo magnético debido al ranurado del núcleo estator y rotor. Simulaciones de las pruebas de rotor bloqueado, operación en vacío, funcionamiento a plena carga cuya metodología está fundamentada en la norma internacional de pruebas de la IEEE-112 (2004), se realizan. Los parámetros y el desempeño a las condiciones mencionadas, como par, corriente, factor de potencia, etc., se calculan y se comparan con resultados de laboratorio para validar el modelado.

**Máquina de inducción, Método del elemento finito, Análisis en el dominio de la frecuencia, Circuito equivalente, Acoplamiento circuito-campo.**

### Abstract

This work presents the frequency analysis of an induction machine, using the Finite Element Method.

The magneto-dynamic approach is used to study the induction machine in the frequency domain. The solution gives torque, losses and magnetic flux densities. A second application involves the time domain analysis of the induction machine. The frequency domain solution is employed as an initial condition to analyze the behavior of the motor for rated speed, taking into account magnetic field harmonics due to the slotting of stator and rotor.

Simulations of locked rotor testing, load operation, full load operation whose methodology is based on the international standard test IEEE-112 (2004), are carried out. The parameters and performance under these operation conditions, such as a torque, current, power factor, etc., are calculated and compared with test results to validate the numerical simulations.

**Induction machine, Finite element method, Frequency domain analysis, Equivalent circuit, Circuit-field coupling.**

**Citación:** ARAGÓN, David, ESCARELA, Rafael, OLIVARES, Juan, HERNANDEZ, José, JIMENEZ, Víctor y GONZALEZ, Felipe. Análisis de una máquina de inducción en el dominio de la frecuencia usando el método de elementos finitos para determinar su desempeño con carga. Revista de Aplicaciones de la Ingeniería 2015, 2-3: 187-196

\* Correspondencia al Autor (Correo Electrónico: daav@correo.azc.uam.mx)

† Investigador contribuyendo como primer autor.

## Introducción

Durante décadas el motor de inducción ha sido la máquina rotatoria más empleada a nivel industrial y en aplicaciones domésticas. En los países más avanzados, este tipo de máquina es responsable del 70% del consumo de energía eléctrica total, por lo tanto el estudio y análisis de esta máquina es de suma importancia (Conte et al. (2003)). El método del elemento finito (MEF por sus siglas) se ha convertido en una herramienta computacional práctica para dicho propósito. El MEF un método numérico utilizado en varias áreas de estudio que nos permite encontrar y aproximarnos numéricamente a la solución de problemas que son difíciles (en algunos casos imposibles) de ser resueltos de forma analítica.

En años recientes, generadores de inducción han sido introducidos al sistema eléctrico nacional en la producción de energía eólica (Aragón et al. (2014)). Una tendencia es utilizar más la máquina de inducción como generador ya que debido a su principio de operación el mantenimiento es mucho menor comparado con una máquina síncrona. Otra motivación de realizar este trabajo es tener una metodología para obtener los parámetros y conocer el comportamiento de las máquinas de inducción de gran porte (media y alta tensión) bajo una simulación MEF, antes de realizar las pruebas eléctricas usuales marcadas en la norma IEEE-112 (2004), ya que estas pruebas representan un alto estrés mecánico y altos niveles de calentamiento de la máquina, además de que debe existir un alto nivel de seguridad para evitar daños al personal y a la máquina.

Este trabajo presenta un análisis 2D no lineal en el dominio de la frecuencia de una máquina de inducción basada en el MEF con acoplamiento circuito-campo.

Con la técnica propuesta, (Escarela et al. (2010) y (Yang et al. (2009)), no es necesario girar el rotor, la resistividad del material del rotor es modificada en términos de la condición de carga especificada. Las propiedades no lineales son representadas la curva de magnetización efectiva. Los elementos del acoplamiento circuito-campo son introducidos para tomar en cuenta los efectos en 3D que son la reactancia de dispersión en cabezales de las bobinas y la impedancia del rotor en el anillo de corto circuito. Es importante mencionar que con esta técnica el tiempo de cómputo es mucho menor comparada con el análisis en el dominio del tiempo. El desempeño a condición nominal como el par, la corriente, el factor de potencia, etc., son calculados y comparados con los resultados de laboratorio para validar el modelo.

## Objetivo General

La realización de este trabajo tiene como objetivo principal el análisis de una máquina de inducción tipo jaula de ardilla de 1044.4 kW, 4p, 7200 V, 60 Hz en el dominio de la frecuencia usando el método de elementos finitos para obtener información del par electromagnético, las pérdidas y la densidad de flujo magnético, así como la obtención de parámetros que puedan representar el comportamiento dinámico de la máquina.

Este artículo está organizado de la siguiente manera: en la sección 2 se presenta el modelo de la máquina de inducción. En la sección 3 se presenta el modelado electromagnético. En la sección 4 se explica el modelo en 2D creado mediante el MEF y finalmente en la sección 5 se presentan los resultados de las simulaciones desde el punto de vista efectivo de la metodología presentada.

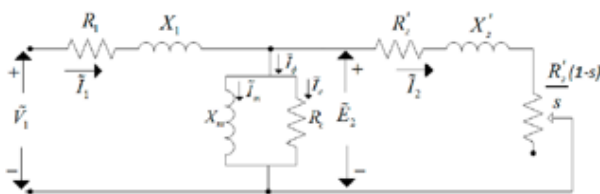
**La máquina de inducción**

Básicamente las máquinas de inducción consisten de dos partes, principalmente (Boldea y Nasar (2010)):

El estator: Es la parte fija, que consiste de devanados alojados en las ranuras existentes en la periferia interna de un núcleo ferromagnético laminado. Los devanados del estator son alimentados con tensiones trifásicas, que producen un campo magnético que gira a la velocidad síncrona.

El rotor: Es la parte giratoria, donde los conductores son colocados de manera similar que los conductores del estator con el mismo número de fases. El rotor puede ser construido de dos formas: Rotor devanado y Rotor en corto-circuito o jaula de ardilla. El núcleo de ambos es laminado ferromagnético.

En la figura 1 se muestra el circuito equivalente que representa la máquina de inducción en régimen permanente y está constituido por resistencias e inductancias que toman en cuenta los diferentes fenómenos que aparecen en la máquina durante su funcionamiento. La norma IEEE-112 (2004) indica el cálculo de los parámetros analíticamente o experimentalmente a través de los diferentes métodos de pruebas.



**Figura 1** Circuito equivalente monofásico de la máquina de inducción trifásica (referido al estator).

En este modelo los parámetros eléctricos del estator son representados por  $R_1$  y  $X_1$  que son la resistencia y la reactancia de dispersión del devanado estator.

La rama de magnetización con los parámetros  $R_c$  y  $X_m$  que representan las pérdidas en el núcleo y la reactancia de magnetización respectivamente. Los parámetros del rotor  $R_2'$  y  $X_2'$  que es la resistencia y reactancia de la jaula o devanado del rotor referidos al estator. También se muestran las corrientes que están en el circuito debido al voltaje aplicado  $V_1$ , como  $I_1$  que es la corriente absorbida por el estator,  $I_2$  es la corriente absorbida por el rotor desde el punto de vista del estator,  $I_\phi$  la corriente de excitación,  $I_m$  la corriente de magnetización e  $I_{ca}$  corriente correspondiente a las pérdidas del núcleo.

En la ecuación (1) se define la velocidad del campo giratorio del estator, también llamada velocidad síncrona  $N_s$ , que posee una relación con la frecuencia eléctrica y el número de polos de la máquina.

$$N_s = \left(\frac{120}{p}\right) f_e \tag{1}$$

Cuando el motor funciona sin carga, el rotor gira con una velocidad casi igual a la síncrona, con carga el rotor se atrasa más en relación al campo magnético giratorio, y diferentes corrientes son inducidas para desarrollar el par necesario.

En la ecuación (2), se define al deslizamiento de un motor como la diferencia entre la velocidad síncrona  $N_s$  y la velocidad del motor  $N_m$ , a la velocidad síncrona.

$$s = \frac{N_s - N_m}{N_s} \tag{2}$$

El movimiento relativo entre el flujo generado por el estator y la velocidad del rotor induce tensiones en las barras del rotor, cuya frecuencia es llamada “frecuencia de deslizamiento”, denotada por  $f_r$ , que es el producto entre el deslizamiento  $s$  y la frecuencia eléctrica del estator  $f_e$  conforme a la ecuación (3).

$$f_r = s \cdot f_e$$

(3)

### El problema electromagnético para resolverse mediante el MEF

La solución de muchos problemas encontrados en ingeniería requiere resolver ecuaciones diferenciales y ecuaciones en derivadas parciales. Las cuatro ecuaciones de Maxwell engloban las relaciones existentes en la teoría electromagnética. A través de éstas es posible el análisis del comportamiento espacial y temporal de campos electromagnéticos, así como la interdependencia existente entre sus componentes. Estas ecuaciones en el dominio de la frecuencia siguen teniendo las mismas variables, las mismas constantes e incluso, las mismas relaciones constitutivas, por lo que se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\nabla \times \tilde{\mathbf{E}} &= -j\omega \tilde{\mathbf{B}} \\ \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} &= \tilde{\mathbf{J}} - j\omega \tilde{\mathbf{D}} \\ \nabla \cdot \tilde{\mathbf{B}} &= 0 \\ \nabla \cdot \tilde{\mathbf{D}} &= \rho\end{aligned}$$

(4)

Donde  $j = \sqrt{-1}$  y  $\tilde{\mathbf{E}}$ ,  $\tilde{\mathbf{B}}$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}$ ,  $\tilde{\mathbf{D}}$  y  $\tilde{\mathbf{J}}$ , son vectores de campo eléctrico, de inducción magnética, e intensidad de campo, desplazamiento eléctrico y densidad superficial de corriente eléctrica, respectivamente.  $\rho$  es la densidad volumétrica de carga eléctrica. Las ecuaciones de Maxwell se completan con relaciones constitutivas.

Son estas las responsables de establecer las características del medio donde existen los campos electromagnéticos: la presencia de no linealidades, inducciones remanentes, el comportamiento de los campos en la interface entre medios diferentes, etc:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{B}} &= \mu \tilde{\mathbf{H}} \\ \tilde{\mathbf{J}} &= \sigma \tilde{\mathbf{E}} \\ \tilde{\mathbf{D}} &= \epsilon \tilde{\mathbf{E}}\end{aligned}$$

(5)

Donde  $\epsilon$ ,  $\sigma$  y  $\mu$  son la permitividad eléctrica del medio, la conductividad eléctrica del medio y la permeabilidad magnética del medio respectivamente.

El uso de la tilde sobre las magnitudes vectoriales indica que se trata de una variable compleja, y las variables son evaluadas a una frecuencia angular  $\omega$  dada (Humphries (2010)).

Existen diversas formulaciones equivalentes, basadas en diferentes potenciales (potencial magnético vectorial, potencial magnético escalar, potencial eléctrico escalar y potencial eléctrico vectorial (Hayt (2011))), para resolver implícitamente las ecuaciones de Maxwell. Esto quiere decir que la solución de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales en términos de los potenciales representa la solución del problema original de las ecuaciones de Maxwell (Bastos y Sadowski (2003)). Para el caso de este trabajo se usa la formulación del potencial magnético vectorial  $\tilde{\mathbf{A}}$ , y el potencial eléctrico escalar  $\tilde{\mathbf{V}}$ , formulación  $\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{V}}$  lo cual lleva a una forma sencilla en 2D para establecer el acoplamiento entre circuitos eléctricos y las ecuaciones de campo magnético en la máquina de inducción. Esta formulación es conocida como “la ecuación de difusión no lineal”

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\mu} \nabla \times \tilde{\mathbf{A}} \right) + \sigma [j\omega \tilde{\mathbf{A}} + \nabla \tilde{\mathbf{V}}] = 0$$

(6)

El análisis de problemas electromagnéticos de baja frecuencia solamente permite la existencia de conductores filamentosos (fc), conductores sólidos (sc) y regiones no conductoras (nc). La ecuación de difusión puede ser manipulada en el dominio de la frecuencia para producir el siguiente sistema de ecuaciones (Escarela, et al. (2010)):

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial y} \right] &= 0 \quad \text{en } \Omega_{nc} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial y} \right] &= -\frac{n_f I_f}{S_f} \quad \text{en } \Omega_{fc} \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{1}{\mu} \frac{\partial \tilde{\mathbf{A}}}{\partial y} \right] - j\omega\sigma(\tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{A}}_{avg}) &= -\frac{i_g}{S_s} \quad \text{en } \Omega_{sc} \end{aligned} \quad (7)$$

Donde  $\Omega_{nc}$ ,  $\Omega_{fc}$  y  $\Omega_{sc}$  son los dominios: no conductores, conductores filamentosos y conductores sólidos respectivamente y  $S_f$  y  $S_s$  son la sección del área transversal de las regiones de los conductores filamentosos y sólidos respectivamente.

En electromagnetismo, el MEF está asociado a métodos variacionales y métodos de residuales ponderados. En el primer caso, el procedimiento numérico no trabaja directamente con la ecuación física relacionada al problema, sino con una funcional (función de funciones) que tiene que ser minimizada. Contrariamente, los métodos residuales se establecen directamente de la ecuación física que tiene que ser resuelta. Esto es una ventaja considerable comparada con los métodos variacionales ya que estos son simples y sencillos de entender y aplicar. Esta es la principal razón del porque hoy en día el MEF es establecido con métodos de residuales ponderados (Bastos y Sadowski (2003)).

El método de Galerkin es un método de residuales ponderados que se aplica para minimizar el residual de una ecuación en derivadas parciales. La función de ponderación puede ser arbitraria, pero en el método de Galerkin, las funciones de ponderación se seleccionan de tal manera que sean las mismas que las funciones usadas para la expansión de la solución aproximada. En este trabajo la ecuación a resolver por el método es la ecuación (6) presentada anteriormente.

### Modelo de la máquina mediante el MEF

En esta sección se presentan los pasos más importantes realizados para obtener el modelo de elementos finitos de la máquina de inducción jaula de ardilla.

### Hipótesis del modelo

En el caso de las máquinas eléctricas de baja frecuencia, el comportamiento electromagnético se describe con la solución de las ecuaciones de Maxwell. Para tener un mejor aprovechamiento computacional se realizan las siguientes suposiciones:

Se asume un modelo en 2D del sistema electromagnético, en el cual se pueden incorporar los efectos tridimensionales con valores de resistencias e inductancias en las ecuaciones de circuitos.

La corriente de desplazamiento es despreciable en comparación con la corriente de conducción. En otras palabras la corriente de desplazamiento puede omitirse cuando se opera a baja frecuencia (Bastos y Sadowski (2003)).

En el modelo cuasi 3D, los medios magnéticos son isotrópicos, sin embargo, no lineales, pudiendo sufrir el fenómeno de saturación, pero se ignora el fenómeno de histéresis.

Los medios dieléctricos y conductores son lineales, por lo tanto,  $\epsilon, \sigma, \mu$  son constantes.

### Condición de frontera del modelo

La evaluación del campo electromagnético en todas las simulaciones realizadas por el MEF considera como incógnita al potencial magnético vectorial  $A$  en todo el dominio solución. Aunque teóricamente se debería considerar el infinito para resolver con precisión el modelo del motor por el MEF, es necesario emplear condiciones de frontera que delimiten el dominio del problema. Esto tiene como objetivo disminuir tiempos de simulación y despreciar zonas donde el campo magnético es pequeño o su efecto es imperceptible en el modelado del motor con el MEF. La condición de frontera del dominio seleccionado en este trabajo, ver Figura 2, es la periferia externa del núcleo magnético del estator y la periferia interna del núcleo magnético del rotor. El modelo del motor considera la condición de frontera Dirichlet de flujo magnético nulo cruzando esta frontera. Se podría considerar una condición de frontera más alejada de la periferia de la máquina. Sin embargo, el área del núcleo magnético principal del estator es mucho mayor que el área ocupada por los dientes del estator, que es donde puede existir saturación. Entonces, el flujo pasa sin dificultad por el material magnético de alta permeabilidad del estator, lo que resulta en que el flujo de dispersión en la periferia externa de la máquina sea prácticamente nulo.

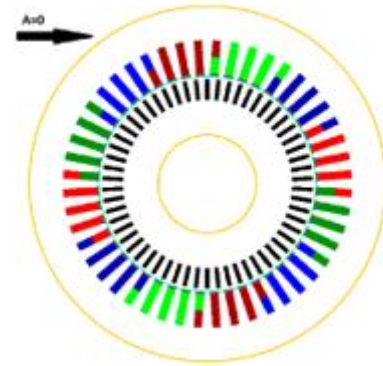


Figura 2 Condición de frontera Dirichlet del modelo.

### Condición de periodicidad

Algunas máquinas de inducción presentan condiciones de periodicidad o anti-periodicidad, esto es que el dispositivo completo es obtenido por la repetición de la geometría de un subdominio "S".

La condición de periodicidad impone a las fronteras que delimitan la porción periódica potenciales con valores iguales. Ya que la condición de anti-periodicidad impone potenciales iguales en módulo, sin embargo de signos contrarios a las fronteras que delimitan la porción anti-periódica.

En la máquina analizada se puede utilizar la condición de periodicidad como se muestra en la Figura 3.

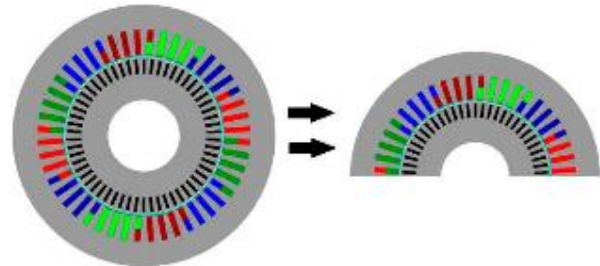


Figura 3 Condición de periodicidad.

### Mallado de la geometría

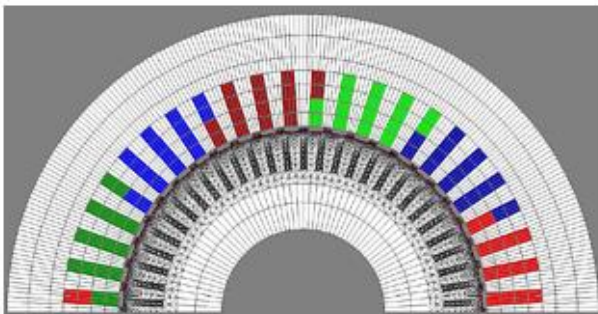
La fase de pre-procesamiento es muy importante en la generación de una malla válida en dominios con geometrías complejas.

Es un procedimiento trivial, que puede resultar en detrimento del tiempo requerido para realizar los cálculos.

Crear una malla es una tarea crucial, la cual se debe adaptar bien a las propiedades físicas del problema en consideración. Así la eficiencia en la solución y su respectivo tiempo de cómputo del problema está fuertemente relacionada con la calidad de la malla.

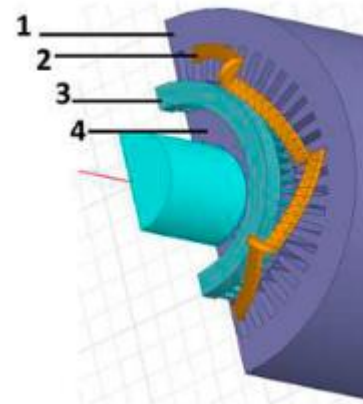
Una malla en un dominio “S” de calidad consiste en la unión de un número finito de elementos geométricos (triángulos y cuadriláteros para dos dimensiones o tetraedros, pentaedros y hexaedros para tres dimensiones), los cuales deben satisfacer que:

- La variación en tamaño entre dos elementos adyacentes debe ser progresiva.
- La densidad de los elementos en algunas regiones del dominio debe ser mayor conforme a las propiedades físicas del problema.
- Cuando los elementos son del tipo triangular, la existencia de ángulos obtusos se debe evitar.



**Figura 4** Malla del modelo con 19019 nodos, 4517 elementos de línea y 8630 elementos de superficie

Por lo tanto, las regiones de dominio para el cálculo de los campos electromagnéticos se pueden observar en la figura 5



**Figura 5** Regiones de dominio para el cálculo de los campos electromagnéticos- 1. Núcleo magnético del estator, 2. Devanados del estator, 3. Barras y anillo de la jaula de ardilla de rotor, 4. Núcleo magnético del rotor.

### Simulaciones y Resultados

Este capítulo presenta las simulaciones y análisis de resultados obtenidos de la máquina de inducción. Se utilizó un software comercial de elemento finito del cual se tiene licencia académica y una computadora de escritorio con procesador Intel core i3 @ 3.2GHz, memoria RAM de 6.0 Gb, Sistema operativo de 64 bits y disco duro de 1 Tb, la cual se encuentra en el laboratorio de Uso de Energía ubicado en la UAM-Azcapotzalco. Las simulaciones magneto-armónicas de la máquina de inducción se realizan a valores constantes de deslizamiento (valores de velocidad del rotor constante) y son problemas que no consideran el movimiento del rotor con respecto al estator. La frecuencia de la corriente en el circuito del rotor se ajusta de acuerdo a la ecuación (3).

### Características de operación de la máquina a plena carga

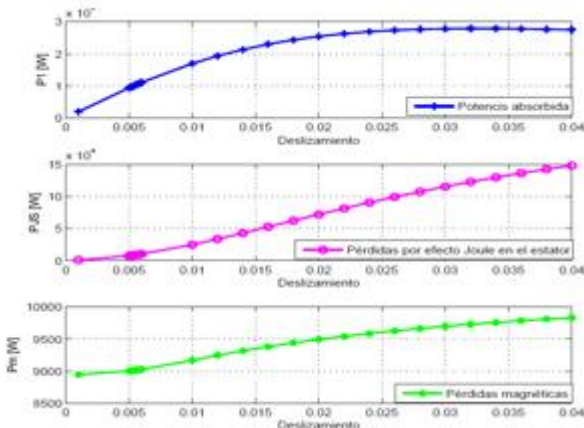
Para los cálculos de operación con carga, se calcularon diferentes puntos de funcionamiento con varios valores del deslizamiento  $s$ , En el análisis en el dominio de la frecuencia solo se requiere especificar la frecuencia en el estator (ver sistema de ecuaciones 7).



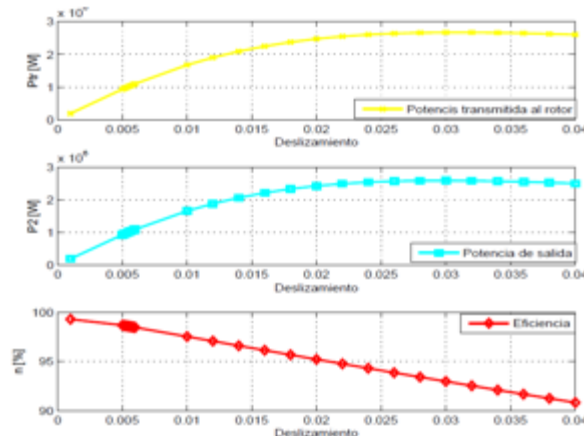
Durante las operaciones de carga, la frecuencia de las corrientes del estator es igual a la frecuencia de alimentación, mientras que la frecuencia de la corriente del rotor es la frecuencia de alimentación multiplicada por el deslizamiento.

La operación del motor con carga nominal corresponde con el estado de la máquina donde la potencia mecánica en el eje del motor es igual a la potencia nominal  $P_n=1044.4$  kW.

Un análisis magneto-armónico parametrizado, se efectúa para los valores de deslizamiento en el rango de  $s=0.001$  hasta  $s=0.04$ , con paso de 0.0001.



**Gráfico 1** Curvas de la potencia absorbida, pérdidas por efecto Joule y pérdidas magnéticas de la máquina bajo estudio.



**Gráfico 2** Curvas de la potencia transmitida al rotor, potencia entregada y eficiencia de la máquina bajo estudio.

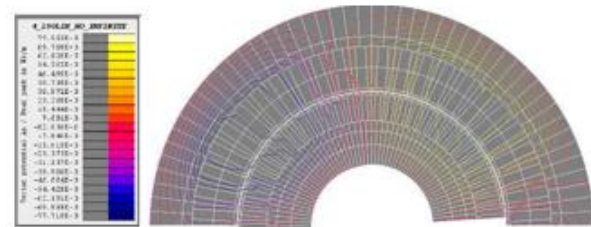
A partir de la curva P\_2 del Gráfico 2 se obtiene el valor de deslizamiento nominal  $s_n=0.0057$  correspondiente a la potencia nominal del motor P\_n.

Parámetros	$I_{1n}$ (A)	$n_m$ (rpm)	$s_n$	$T_n$ (Nm)	$\cos\theta_n$
Valores de simulación	98.39	1789.7	0.0057	5582.79	0.86
Valores de laboratorio	99.76	1789.6	0.00577	5597	0.87
Error relativo porcentual	1.37	0.0055	1.21	0.25	2.09

**Tabla 1** Tabla comparativa entre los valores obtenidos de la simulación y datos de laboratorio.

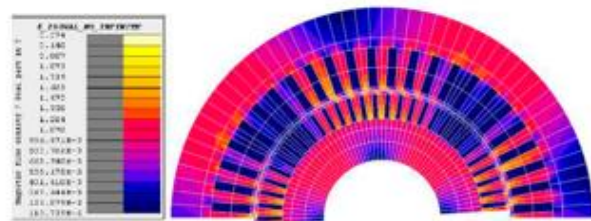
Parámetros	$P_{1n}$ (W)	$P_{2n}$ (W)	$P_{mn}$ (W)	$P_{2n}$ (W)	$\eta_n$ (%)
Valores de simulación	1061851.60	9520.02	11204.52	1046333.29	98.02
Valores de laboratorio	1087580	9700	10560	1044180	96.01
Error relativo porcentual	2.36	1.85	6.10	0.2062	2.09

**Tabla 2** Tabla comparativa entre los valores obtenidos de la simulación y datos de laboratorio.



**Figura 6** Líneas del campo magnético para la operación en estado estacionario de la máquina con carga nominal ( $s = 0.0057$ ).

En la Figura 6 se puede apreciar las líneas de campo magnético, las cuales están formando dos polos. La máquina bajo estudio es de 4 polos y por cuestiones de simetría solo se muestran dos polos.



**Figura 7** Densidad de flujo magnético en la máquina a operando con carga nominal ( $s = 0.0057$ ).

En la Figura 7 se muestra la densidad de campo magnético en la máquina, se nota que para este específico deslizamiento ( $s=0.0057$ ), se tiene un rango de densidad de campo desde 0-2.27 T.



En la práctica se busca que las inducciones máximas en el yugo de estator y rotor sean de 1.4 T y las inducciones máximas para dientes en estator y rotor sea de 2.1 T. En la máquina bajo estudio se nota que se cumplen los límites con los que se trabaja en la industria.

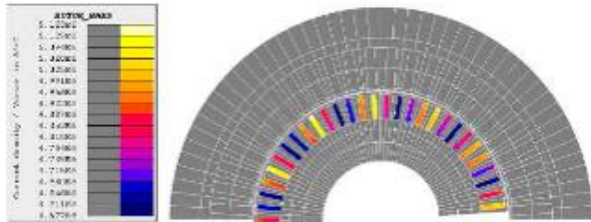


Figura 8 Densidad de corriente en las barras del rotor para operando con carga nominal.

En la Figura 8 se muestra la densidad de corriente en las barras del rotor para carga nominal. Se aprecia que se tiene un rango de densidades de corriente de 4.5-5.1 A/mm<sup>2</sup>. En la industria estas densidades de corriente van relacionadas a la potencia nominal de trabajo de la máquina así como su sistema de transferencia de calor, para este tipo de máquina que posee un intercambiador de calor la densidad máxima aceptada en los conductores de rotor es de 5.3 A/mm<sup>2</sup>.

**Par electromagnético frente al deslizamiento del rotor.**

El par electromagnético en relación al deslizamiento del rotor se muestra en la Figura 9.

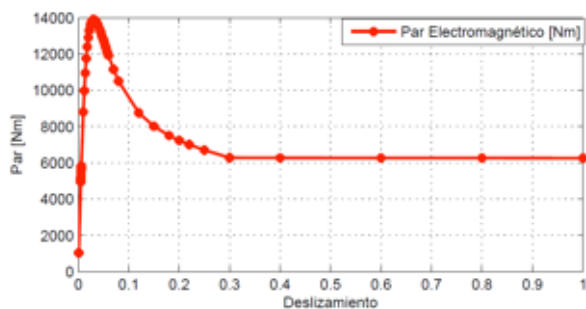


Grafico 2 Par electromagnético contra deslizamiento.

Este cálculo también ofrece la posibilidad de evaluar las siguientes características del motor:

Los valores de la corriente  $I_{1s}$  y el par electromagnético  $T_{es}$  correspondiente a la puesta en marcha de la máquina, es decir, por el valor  $s = 1$  del deslizamiento.

El valor del deslizamiento máximo  $s_m$  y el par electromagnético correspondiente  $T_{em}$ .

Los valores relativos de estas cantidades con respecto a la operación de la máquina con carga nominal ( $T_{e1}$  y  $I_{1n}$ ) se muestran en la tabla 3.

Parámetros	$s_m$	$T_{em}(Nm)$	$T_{e1}(Nm)$	$T_{em}/T_{e1}$	$T_{e1}/T_{em}$	$I_{1s}(A)$	$I_{1s}/I_{1n}$
Valores de Simulación	0.03	14117.24	5595.10	2.53	1.002	601.93	6.11
Valores de Laboratorio	0.036	16902.94	6212.67	3.02	1.11	708.29	7.10
Error relativo porcentual	16.66	16.30	9.94	16.09	9.71	15.01	13.83

Tabla 3 Características de la máquina para el arranque y el deslizamiento máximo.

El análisis en el dominio de la frecuencia se ha repetido a diferentes velocidades del rotor y, de esta manera, se han calculado las características mostradas en la Tabla 3.

Aunque se han obtenido buenos resultados cuando la máquina de inducción opera a su deslizamiento nominal. Los resultados para la operación de puesta en marcha de la máquina y deslizamiento máximo, han estado lejos de ser precisos (ver Tabla 3). La influencia de los armónicos en el rotor cuando sucede el arranque, no se determinan de manera eficiente por la simulación en el dominio de la frecuencia.

**Conclusiones**

Este trabajo desarrolló un modelo de una máquina de inducción trifásica  $P_n=1044.4$  kW en el dominio de la frecuencia utilizando el método de elementos finitos.

Con lo que fue posible realizar varias simulaciones y obtener parámetros confiables de la máquina de acuerdo a las tablas mostradas en la sección 5.

Con el análisis en el dominio de la frecuencia se pudo dar un panorama completo de las variables de entrada-salida de la máquina de inducción, obteniéndose las variables como voltajes y corrientes en estator y rotor, variables internas como el campo magnético y la densidad de campo magnético, todo esto a diferentes puntos de operación y empleando un menor tiempo de cómputo en comparación a los análisis en el dominio del tiempo.

## Referencias

Aragón, D., López, I., Escarela, R., Campero, E., Guzmán, J., Ortiz, A. "La energía eólica en la generación de energía eléctrica en el mundo", Habana Cuba, Noviembre 24-28, 2014.

Conte, R. N., Pereira, L. F. A., Haffner, J. F., Scharlau, C. C., Campestrini, L., & Fehlberg, R. P. (2003, November). Parameters identification of induction machines based on frequency response and optimization techniques. In Industrial Electronics Society, 2003. IECON'03. The 29th Annual Conference of the IEEE (Vol. 1, pp. 596-599). IEEE.

Bastos, J.P.A. y Sadowski, N. (2003). Electromagnetic modeling by finite element methods. CRC press.

Boldea, I. y Nasar, S.A. (2010). The induction machine handbook. CRC press.

Escarela-Perez, R., Melgoza, E., Alvarez-Ramirez, J., & Laureano-Cruces, A. L. (2010). Nonlinear time-harmonic finite-element analysis of coupled circuits and fields in low frequency electromagnetic devices. Finite Elements in Analysis and Design, 46(10), 829-837.

Hayt, W.H. y Buck, J.A. (2001). Engineering electromagnetics, McGraw Hill.

Humphries, S. (2010). Finite-element methods for electromagnetics. Field Precision LLC, Electronic Edition.

IEEE-112 (2004). Standard test procedure for polyphase induction motors and generators. (Revision of IEEE std 112-1996).

Yang, T., Zhou, L., & Li, L. (2009, November). Parameters and performance calculation of induction motor by nonlinear circuit-coupled finite element analysis. In Power Electronics and Drive Systems, 2009. PEDS 2009. International Conference on (pp. 979-984). IEEE.