

Covariación a través de la medición, con sensor, de la absorción de la energía radiante

FLORES-CASAS, Valeria & LÓPEZ-BETANCOURT, Alicia

V. Flores & A. López

Universidad Juárez del Estado de Durango
hvae_e@hotmail.com, ablopez@ujed.mx

A. Alvarado, G. Carmona y A. Mata (Dirs.) Una visión integradora. Tópicos Selectos de Educación en CITEM.
©ECORFAN- México, 2017.

Abstract

This paper reports the results obtained during the implementation of the didactic experience: *Obscure or clear?* This experience was designed to analyze changes in temperature over a period of time on papers pieces of different colors. The measurements were made with the Vernier's temperature sensor. The didactic experience was focused on the problem of proposing a daily situation so that the students could analyze the relationships between the variables of time and temperature, in such a way that they could transfer their results to the mathematical language. We worked with students of the last semester of High School. The sensor promoted motivation in the students and this generated an active learning environment. The sensor also showed the students the tabular data and the temperature graphs of each pair of colors, however when the students answered the didactic sequence they showed low analysis, reading and interpretation of the graphic representation. In addition, a deficient relationship between tabular and graphic representation. This limited the students to explain the covariation between the variables involved in the mathematical language.

Covariation, Representations, Temperature Sensor

Introducción

La matemática educativa ha desarrollado estrategias para incorporar otras materias científicas y su relación con la matemática en un ambiente con tecnología. Particularmente en México, en esta dirección se pueden mencionan algunos proyectos que centran sus procesos de enseñanza y aprendizaje en la incorporación de la tecnología y a su vez centrados en problemas reales: tal es el de Mochón (2002) menciona los proyectos de Emat (Enseñanza de las matemáticas con tecnologías) y Efit (Enseñanza de la física con tecnologías).

En la Facultad de Ciencias Exactas de la Universidad Juárez del Estado de Durango, desde hace cinco años se ha trabajado en determinar cómo es que los estudiantes manejan los diferentes registros de representaciones semióticas al utilizar recursos tecnológicos para buscar solución a problemas reales. Dentro de estas investigaciones, López-Betancourt, García-Rodríguez y Reyes-Nava (2016) expresan que “los estudiantes tienen dificultades en: el manejo de los signos de un número (positivo + o negativo -), entender el lenguaje algebraico (para representar un punto en el plano cartesiano) tales como $P(x_1, y_1)$, falta de conexión entre las representaciones tabulares y gráficas y para identificar la variable independiente y dependiente” (p.149). También en la tesis de Moreno-Castro (2013) se exploran las representaciones semióticas del concepto de función en ambiente Excel, mencionando que: “El ambiente de la hoja de cálculo permitió interactuar con las distintas representaciones semióticas pero por sí sola no precisamente garantiza la comprensión del concepto, hay que planear actividades que promuevan explorar, identificar y argumentar características dentro de estas representaciones” (p. 85).

Con base en las investigaciones mencionadas se ha permitido comprobar la importancia de involucrar a los estudiantes en la tarea de la toma e interpretación de datos con el apoyo del recurso tecnológico de sensores y software (e.g. Logger Lite) para representar los registros tabulares y gráficos, además de escalar el conocimiento en este caso para estudiantes en nivel bachillerato (López-Betancourt, García-Rodríguez, y Benítez-Pérez, 2016). Es decir, mostrar a los estudiantes situaciones reales que permitan determinar las variables involucradas en el fenómeno, así como la reflexión en los cuestionamientos de ¿cómo se relacionan estas variables?, ¿si existe alguna dependencia de una variable a la otra?, ¿qué sucede con la movilidad de una de las variables?

De tal manera que después de analizar y reflexionar en torno a las variables involucradas en el fenómeno presentado, se esté en condiciones de documentar un progreso en el aprendizaje de las matemáticas a través de transitar del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático.

Las investigaciones mencionadas en los párrafos anteriores son congruentes al discurso educativo a nivel local, nacional e internacional, para impulsar una enseñanza activa de las Matemáticas a través de problemas cotidianos y del uso de recursos tecnológicos que promuevan la motivación de los estudiantes. Con la intención de alinear la investigación con los fines del Sistema Educativo, se toman en cuenta las propuestas de la Reforma Integral de la Educación Media Superior (Secretaría de Educación Pública, 2011), para desarrollar diferentes competencias en matemáticas, tales como: emplear los modelos matemáticos para representar adecuadamente situaciones y problemas, así como transferir conceptos matemáticos para interpretar fenómenos y situaciones en el contexto de otras disciplinas como son las situaciones de la vida real. Por lo anterior, la presente investigación propone un problema en contexto, con el propósito de responder: ¿cómo los estudiantes acceden al concepto de covariación, a través de la medición de la temperatura, con un sensor, para analizar la absorción de la energía radiante en piezas de papel de diferentes colores? Para ello, se toma la postura de Hitt-Espinoza (2007; 2013) para incorporar la tecnología en las aulas, conscientes de que no es una tarea sencilla y con el uso reflexivo de la misma. Estas líneas de investigación se han explorado también en el nivel secundaria en Durango, México (Alvarado-Monroy et al., 2014).

Fundamentación teórica

Cuando un profesor dice: “Dado un triángulo”, la representación mental del estudiante de ese objeto matemático (triángulo) puede diferir de la representación mental que el profesor tiene, en ese momento que le pedimos al estudiante que trace un triángulo en el pizarrón, esta sería la producción institucional de la representación mental del estudiante. El profesor puede verificar si la representación mental del estudiante del objeto matemático es la correcta. En este sentido la Teoría de representaciones semióticas de Duval permite establecer un puente entre las representaciones mentales del estudiante y el objeto matemático. Estas representaciones semióticas del objeto matemático pueden ser una gráfica una expresión algebraica y una tabla de datos.

El presente trabajo toma como soporte teórico la teoría de las representaciones semióticas de Duval (1993). Estas representaciones semióticas son fundamentales en la actividad matemática para la comprensión de conceptos. Un objeto matemático a través de sus representaciones semióticas y la interacción de cada una de ellas pueden permitir la comprensión del objeto matemático.

El desarrollo de la tecnología ha permitido la construcción de diferentes representaciones de los objetos matemáticos en ambientes interactivos, dinámicos y accesibles para los alumnos. Sin embargo, a pesar de que se pueden encontrar fácilmente representaciones en la Web o construirlas en diferente software esto no ha solucionado el problema de la comprensión de conceptos matemáticos.

Además, Duval (1993) indica que:

En la actividad matemática es esencial ya sea poder movilizar varios registros de representaciones semióticas (figuras, gráficas, escritura simbólica, etc.) en el transcurso de una misma gestión o poder escoger un registro en lugar de otro. (p.176).

Independientemente de las diferentes representaciones del objeto matemático, lo más importante sigue siendo el objeto matemático representado. Resulta importante no confundir la representación con el objeto matemático.

“La distinción entre un objeto y su representación es pues, un punto estratégico para la comprensión de las matemáticas [...] no obstante, las diferentes representaciones semióticas de un objeto matemático son absolutamente necesarias”. (Duval, 1998, p. 174)

Esto está relacionado con lo que este mismo autor plantea lo que llama la paradoja cognitiva del pensamiento matemático:

“Por un lado la aprehensión de los objetos matemáticos no puede ser otra cosa que una aprehensión conceptual, y por otro lado, solamente por medio de las representaciones semióticas es posible una actividad sobre los objetos matemáticos”. (Duval, 1998, p.174)

En otras profesiones, tales como los médicos o veterinarios, se tiene al objeto y los pueden ver o tocar. Sin embargo, los aprendices de matemáticas deben realizar transformaciones entre las diferentes representaciones para acceder al objeto matemático, es decir, se accede a él a través de sus representaciones semióticas. El fenómeno de la representación se refiere y abarca a la comunicación, al funcionamiento cognitivo del pensamiento y a la comprensión. Las representaciones semióticas muestran y utilizan diferentes registros. En su trabajo Duval (1993) define semiósis a la aprehensión o a la producción de una representación semiótica y noesis a la aprehensión conceptual de un objeto, agrega que la noesis es inseparable de la semiósis.

En la vida cotidiana se encuentran diferentes fenómenos físicos en los cuales intervienen variables en interacción constante. Por lo anterior, es necesario proponer nuevas estrategias de enseñanza para que los estudiantes puedan acceder a y dotar de significado conceptos matemáticos como la covariación. Este concepto está presente en nuestra vida, por ejemplo: ¿Cuánto tiempo tiene que transcurrir para que el tinaco de agua se vacíe?, ¿Cuánto tiempo tarde en crecer el pasto en un jardín?, entender cómo se relacionan estas variables permite conocer e interpretar el mundo que nos rodea.

En este sentido se debe mostrar a los estudiantes situaciones reales que les permitan determinar las variables involucradas en el fenómeno; así como reflexionar en ¿cómo se relacionan estas variables? y ¿si existe alguna dependencia de una variable con la otra? Los estudiantes al analizar y reflexionar en torno a las variables involucradas en el fenómeno, se espera que ellos transiten de un aprendizaje algorítmico de las matemáticas a un aprendizaje significativo, apoyándose en las diferentes representaciones del concepto de covariación y poder relacionarlo con el problema real. Además de transitar de un conocimiento empírico a un conocimiento científico apoyado en el concepto de covariación.

Esta investigación se centra en documentar los resultados del aprendizaje de los estudiantes al trabajar la absorción de la energía radiante, en un ambiente con tecnologías y trabajo colaborativo. El referente teórico para el concepto de Covariación es el de Carlson, Jacobs, Coe, Larsen, y Hsu (2002) quienes definen el razonamiento covariacional como las actividades cognitivas involucradas en la coordinación de dos variables, mientras se van atendiendo las formas en que su relación cambia una con la otra.

Carlson et al. (2002) se basan en la propuesta de Piaget (1970) para definir niveles de forma ordenada para determinar la aprehensión del concepto de covariación. Bajo estos dos referentes teóricos se propone el modelo para el análisis de los resultados arrojados en esta investigación (Figura 2.1).

Figura 2.1 Relación de los objetos de aprendizaje y las producciones institucionales



Método

La presente investigación es de corte cualitativo y toma como soporte la metodología del Aprendizaje Colaborativo, Debate Científico y Auto-reflexión (ACODESA) de Hitt y Cortés (2007). Esta metodología relaciona: la investigación en didáctica de las matemáticas, el acercamiento individual en la construcción del conocimiento y el acercamiento social en la construcción del conocimiento. Las cinco fases principales de ACODESA son: 1) El trabajo individual que implica comprender la tarea; 2) El trabajo en equipo sobre la misma tarea en la cual están los procesos de discusión y validación; 3) Debate caracterizado por procesos de discusión y validación; 4) Regreso a la situación centrado en el trabajo individual, lo cual implica reconstrucción y auto-reflexión y 5) Institucionalización del conocimiento. Implica la exposición de las representaciones institucionales por parte del profesor. Las primeras tres fases se caracterizan por un papel del profesor como guía y se espera que los estudiantes argumenten y validen sus producciones y es hasta la fase de institucionalización que el profesor resalta las diferentes representaciones.

Recurso Tecnológico

Software Logger Lite y dos sensores de temperatura.

Experimento de la Absorción de la Energía Radiante

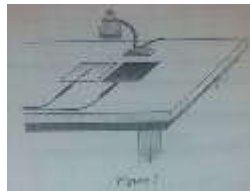
Materiales:

- Computadora.
- Pedazo de papel blanco, amarillo, azul cielo y rosa claro.
- Interfaz de la computadora Vernier.
- Pedazo de papel negro, morado, azul marino y café.
- 2 sensores de temperatura.
- Cinta.
- Lámpara y cuatro focos de 75 watts.

Procedimiento


1. Colocar cinta en dos sensores de temperatura en la superficie de la mesa en la disposición mostrada en la Figura 1.

Figura 1 Toma de temperatura con los dos sensores



2. Colocar una hoja de papel blanco sobre el sensor 1 y una hoja de papel negro sobre el sensor 2, como se muestra en la Figura 1.
3. Conectar los sensores de temperatura. Iniciar el programa Logger Lite en la compu-Aula con la carpeta de Vernier.
4. Colocar un foco directamente sobre el límite entre las dos hojas de papel y unos 10 cm por encima de los pedazos de papel. El bulbo debe ser la misma distancia de las dos puntas de los sensores aproximadamente a unos 20 cm.
5. La exposición a la temperatura será por 10 minutos. Para esto de clic en Experimentos-Toma de datos, en la casilla de duración tecleamos 10 y minutos y después clic en Aplicar.



6. Haga clic  para iniciar la recopilación de datos.

El procedimiento se repite para cada par de colores (amarillo y morado, azul cielo y azul rey, y rosa y café).

Secuencia didáctica

Se diseñó la secuencia didáctica titulada: *¿Obscuro o claro?* usando como recurso tecnológico el software Logger Lite y el sensor de temperatura de Vernier. Dicha secuencia, inicia con una narración de tres estudiantes que fueron a visitar la zona arqueológica de Teotihuacán en un día muy caluroso. Uno de ellos siente malestar y días después piensa si el color de su ropa pudo influir en el malestar que sintió. Se tomó como referente para el diseño, el experimento: Absortion of Radiant Energy (Volz y Sapatka, 2007). La secuencia didáctica se diseñó para resolver el problema de la absorción de la energía radiante asociada al color de ropa, relacionando esto con el concepto de covariación.

A continuación se presentan algunos extractos de las actividades en la secuencia didáctica *¿Obscuro o claro?*

En la Figura 3.1 se muestra el planteamiento del problema a partir del cual se desarrolla la secuencia.

Figura 3.1 Planteamiento del problema.

¿Obscuro o claro?

Juan y Laura decidieron visitar Teotihuacán el fin de semana pasado, ambos se prepararon con suficiente agua para no deshidratarse por el fuerte sol que hacía ese día.

Durante su recorrido en la zona arqueológica, Laura empezó a sentir que la temperatura de su cuerpo era cada vez más alta por lo cual empezó a sentirse mal físicamente, Juan decidió que deberían tomar un descanso en lo que Laura se recuperaba.

Laura al sentirse mejor empezó a preguntarse: ¿Cuál había sido la causa de su malestar ya que se había alimentado y bebido suficiente de agua para evitar una deshidratación al igual que Juan pero no encontró nada que le llevara a contestar su pregunta.

Al regresar a casa decidió investigar cual era la causa de su malestar, pero no encontró nada claro, entonces se preguntó que si la ropa que llevaba ese día era un factor importante para su malestar, decidió llamar a Juan para preguntarle que ropa llevaba ese día, Juan le dijo que llevaba una playera azul cielo y un pantalón de mezclilla, lo cual era ropa clara y sus oídos que ella llevaba puesto una blusa morada y un pantalón negro es decir ropa oscura.

Laura entonces se hizo la siguiente pregunta: ¿El color de la ropa influyó para el malestar que sintió al estar algunas horas bajo el sol, en su paseo en Teotihuacán?

¿Le podrías ayudar a Laura a responder su pregunta?

Para iniciar deberás realizar el siguiente experimento.



Fuente: Elaboración propia

En la Figura 3.2 se muestra la parte de la secuencia didáctica donde los alumnos hacen sus registros de las diferentes representaciones y la preguntas para cada par de colores.

Figura 3.2 Tabla, gráfica y preguntas para el par de colores.

EQUIPO 2:

Registra el procedimiento anterior para el siguiente par de colores amarillo y morado.

1.2. Tiempo y temperatura para Amarillo y Morado

Tiempo transcurrido	Temperatura en el tiempo (t) color amarillo	Temperatura en el tiempo (t) color morado
0		
2		
4		
6		
8		
10		

Realiza la gráfica para los colores amarillo y morado

P1. ¿Cuál fue la variación mínima de temperatura? _____
 ¿Cómo obtuviste esta variación? _____

P2. ¿En qué tiempo se dio? _____

P3. Localiza los puntos en la gráfica para la variación mínima _____

P4. ¿Cuál fue la variación máxima de temperatura? _____
 ¿Cómo obtuviste esta variación? _____

P5. ¿En qué tiempo se dio? _____

P6. Localiza los puntos en la gráfica para la variación máxima _____

Para determinar si los alumnos son capaces de obtener la razón de cambio promedio de las temperaturas se plantea la actividad que se muestra en la Figura 3.3.

Figura 3.3 Actividad de razón de cambio.

Responde este ejercicio con tus datos de tiempo y temperatura del color amarillo y morado, obtén la relación de cambio de temperatura respecto al tiempo.

Operatividad para la exploración de la secuencia didáctica

Se realizó una entrevista con una profesora del Colegio de Ciencias y Humanidades de la Universidad Juárez del Estado de Durango para la gestión de uno de sus grupos. En esta entrevista se le explicó a la profesora el tema a tratar y el tiempo que llevaría la exploración. Ella estuvo de acuerdo y se precisaron las fechas para trabajar.

Población

La población fue un grupo de sexto semestre de la especialidad de ciencias de la salud de educación media superior conformado por 24 estudiantes y se trabajó con ellos durante tres días. Se trabajó con ellos en tres sesiones dos con una duración de dos horas y una sesión de una hora.

Resultados

Enseguida, se presenta los resultados de acuerdo a las etapas de la metodología ACODESA, para el grupo de bachillerato, en la medición de la temperatura para piezas de papel de diferentes colores.

Fase 1. Comprensión de la tarea. La sesión inició con la lectura de la situación problema (Hitt y Cortés, 2009) de ¿Obscuro o claro? En la cual Juan y Laura visitan Teotihuacán en un día caluroso. Con la situación de que Laura se siente mal físicamente. A partir de esta situación cotidiana de Juan y Laura, ella se cuestiona ¿por qué presentó síntomas de insolación y su compañero no?, ¿si el color de la ropa pudo haber influido? y ¿cómo podría comprobar esto?

Los estudiantes estuvieron atentos a la situación problema. De manera empírica comentaron “si la ropa es negra si se siente más calor”. Posteriormente se les preguntó que variables estarían involucradas en este fenómeno. Algunas respuestas fueron: calor, temperatura, días y tiempo. Asimismo se les preguntó ¿cuáles serían las variables que estarían interviniendo en el problema? Esto les llevo un poco de tiempo. En esta parte se cuestionó ¿Qué variable se tenía que medir? y ¿cómo se mediría?

Después se les explicó que se simularía a través de trozo de papel el color de la ropa y se mediría la temperatura a través de un sensor. Se les explicó el funcionamiento del sensor y el procedimiento para realizar el experimento.

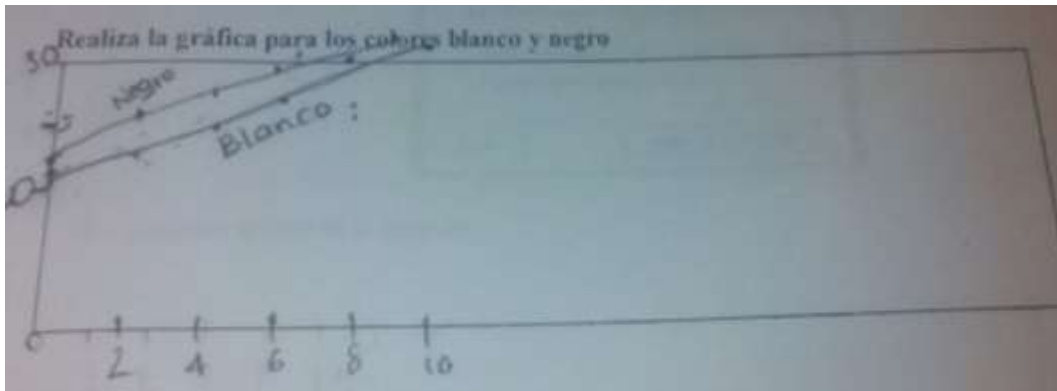
Se procedió a formar los equipos correspondientes y explicar el experimento con el sensor. Cada equipo escogía a dos representantes y pasaban al frente a realizar la práctica. (Se realizó de esta manera debido a que sólo se contaba con un par de sensores de temperatura). El grupo mostró atención cuando sus compañeros realizaban la práctica.

El software Logger Lite registró los datos de tiempo (minutos) y la temperatura (grados Celsius) en forma tabular, al mismo tiempo, generó las gráficas correspondientes de tiempo y temperatura para los dos colores en un solo visor. El resto de los compañeros del equipo registraron los datos de temperatura de la tabla para posteriormente responder su hoja de trabajo a papel y lápiz.

Se observó que los estudiantes mostraron motivación e interés durante la realización del experimento con el sensor. También manifestaron soltura y familiaridad con la tecnología y se notó que inmediatamente captaron el manejo del sensor. Consideramos que al hacerlos partícipes del experimento para la recolección de datos de la temperatura, se fue gestando un compromiso de ellos hacia la tarea, lo cual favoreció el ambiente de aprendizaje con la motivación y la disposición de los estudiantes.

Al revisar y analizar las hojas de trabajo de los estudiantes se pudieron precisar diversidad en las respuestas, por ejemplo la presentada en la figura 4.1.

Figura 4.1 Gráfica para colores blanco y negro realizada por integrante del Equipo 2



El estudiante realiza su gráfica escribiendo un cero en el cruce de los ejes y otro cero sobre el eje Y. Esto indica que el estudiante no logra ubicar un origen y por lo tanto los pares ordenados de las gráficas no se relacionan con los valores de la tabla de datos.

También se pudo observar en las respuestas de los estudiantes, en su mayoría, no logran explicar la variación máxima y mínima de la temperatura. Lo cual indica que los estudiantes por un lado no relacionaron los datos tabulares con la representación gráfica de los mismos y a su vez, acorde con Carlson et al. (2002), la comprensión del concepto de covariación está en una etapa casi nula, como se muestra en la Figura 4.2 donde se presentan las respuestas a las preguntas planteadas. En una sección de la secuencia, el estudiante no es capaz de describir de manera general cómo se obtiene la variación máxima y la variación mínima.

Figura 4.2 Respuesta de un estudiante respecto a las variaciones de temperatura

Fase 2. El trabajo en equipo sobre la misma tarea. Con base en los resultados se construyeron las Tablas 4.1 y 4.2 donde se muestran los porcentajes por equipo que acertaron en cada una de los incisos de las dos tablas. Se caracterizó la representación gráfica y tabular en: a) construye la tabla de datos con las mediciones de temperatura realizadas, b) construye la gráfica correspondiente a la tabla de datos y c) la gráfica presenta los elementos de: identificación de las variables en los ejes, escala de los ejes e identificación de las curvas por cada color. Para contabilizar los aciertos se realizó un conteo de todas las preguntas relacionadas con la caracterización realizada del experimento.

De ahí se contaron las respuestas correctas y se calculó el porcentaje. (Ver Tabla 4.1) Este mismo procedimiento se realizó para la tabla 4.2.

Para el inciso a) el equipo 4 el 29% de sus respuestas para la representación tabular fueron incorrectas. El software mostraba los datos y los estudiantes presentaron errores al tomar nota de los datos. Para el inciso b) dos de los equipos lo realizan correctamente, por su parte el 38% (equipo 1) y 29% (equipo 4) de las respuestas de los estudiantes presentan nula relación entre los datos tabulares y lo representado en la gráfica. Finalmente el 83% de las respuestas de los estudiantes para el inciso c) fueron incorrectas; es decir no identificaron las variables de tiempo y temperatura en los ejes, escala, identificación de curvas y de pares ordenados en las gráficas.

Tabla 4.1 Caracterización de la representación tabular y gráfica

Tipos de respuestas	Equipo 1	Equipo2	Equipo 3	Equipo 4
a) Construye tabla de datos con la información obtenida	100%	100%	100%	71%
b) Construye la gráfica correspondiente a la tabla de datos	62%	100%	100%	71%
c) Construye gráfica indicando todos sus elementos	17%	17%	17%	17%

Tabla 4.2 Caracterización de la representación gráfica

Tipos de respuestas	Equipo 1	Equipo2	Equipo 3	Equipo 4
a) Interpreta correctamente los puntos en las gráficas	38%	46%	38%	59%
b) Localización de máximos y mínimos	96%	67%	100%	100%
c) Interpreta la variación máxima y mínima de las variables	38%	29%	25%	17%

Ahora bien, al contrastar las respuestas de los estudiantes con la adaptación de las Acciones Mentales propuestas por Carlson et al. (2002) (Tabla 4.3), esta jerarquización permite precisar las acciones mentales que los estudiantes realizan y con ello acercarse al proceso de construcción del concepto de covariación y definir el nivel de la habilidad de razonamiento covariacional que ha alcanzado un estudiante. Un nivel dado de desarrollo se presenta cuando sustenta las acciones mentales asociadas con ese nivel y las acciones asociadas con todos los niveles que están por debajo.

Tabla 4.3 Adaptación de las acciones mentales propuestas por Carlson

La acción mental	Descripción de la acción mental	Comportamientos
Acción Mental 1 (AM1)	La coordinación del valor de una variable con cambios en el otro.	<ul style="list-style-type: none"> El etiquetado de los ejes Eje x = variable tiempo Eje y = variable temperatura
Acción Mental 2 (AM2)	La coordinación de la dirección del cambio de una variable con los cambios en las otras variables.	<ul style="list-style-type: none"> Verbalizar un conocimiento de la dirección creciente
Acción Mental 3 (AM3)	La coordinación de la cantidad de cambio de una variable con los cambios en las otras variables	<ul style="list-style-type: none"> Verbalizar una conciencia de la cantidad de cambio la temperatura teniendo en cuenta los cambios en tiempo
Acción Mental 4 (AM4)	Coordinar el cambio de velocidad de la media de la función con incrementos uniformes de cambio en la variable de entrada.	<ul style="list-style-type: none"> Verbalizar un conocimiento de la tasa de cambio de la temperatura (con respecto al tiempo), teniendo en cuenta incrementos uniformes del tiempo

Hasta aquí hemos mostrado los resultados de las respuestas de los estudiantes en sus hojas de trabajo para analizar el concepto de covariación a través de la secuencia didáctica ¿Obscuro o claro? bajo el sustento de representaciones de Duval y jerarquización de las acciones mentales de Carlson et al. En esta segunda fase de la metodología ACODESA, se pudo precisar cómo se interactuaba al interior de cada equipo, los argumentos que los estudiantes proporcionaban para dar respuesta en la hoja de trabajo. Al retomar el porcentaje respuestas incorrectas nos lleva a la reflexión que al interior de los equipos presentaban similitud en la comprensión de las representaciones tabulares y gráficas; de igual manera para las representaciones mentales de Carlson.

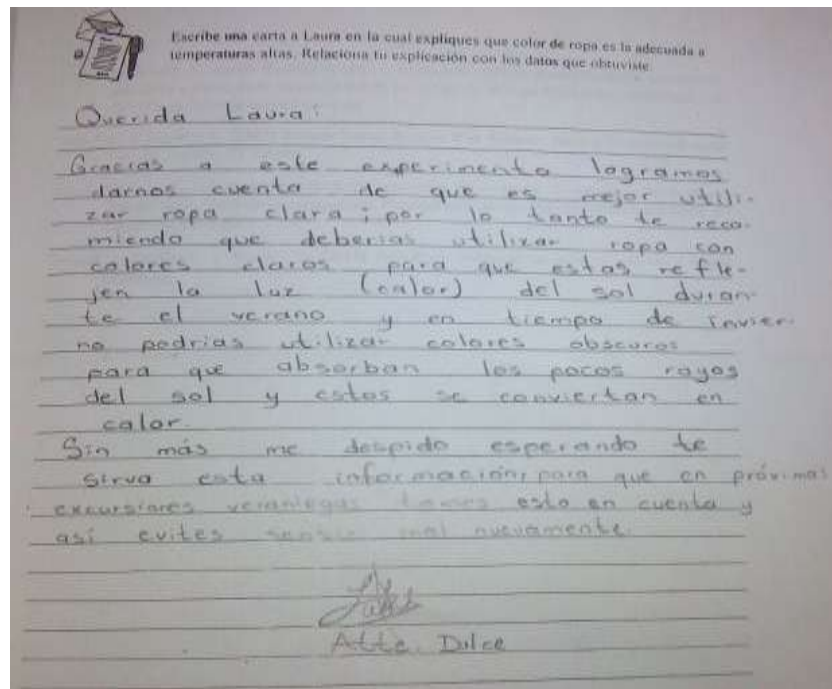
3) Debate caracterizado por procesos de discusión y validación.

La fase dos y tres se presentaron de forma simultánea. Los estudiantes interactuaban al interior de su equipo y comentaban acerca del aumento o disminución de la temperatura, respecto a cada uno de los colores. Asimismo se presentó discusión entre los equipos al expresar sus predicciones. Los alumnos en conjunto hicieron su predicción de que la temperatura de los colores aumentaría al estar expuestos a la luz de la lámpara, lo cual fue comprobado en el momento que el software presentaba las gráficas. Lo mismo ocurrió, para la predicción de que el color oscuro tendría una temperatura más alta que el color claro.

La fase 4 “*regreso sobre la situación de nuevo centrado en el trabajo individual, implica reconstrucción y auto-reflexión*”, esta fase se implementó a través de la carta que los estudiantes escribían a Juan y Laura para explicar ¿si su malestar se debía al color de ropa que llevaban ese día? , es aquí donde los estudiantes hicieron una autorreflexión de los conocimientos adquiridos a lo largo de la secuencia didáctica para poder realizar esta carta.

En las cartas obtenidas (Figuras 4.3) se observa una falta de matematización, es decir, en las cartas se dice que los colores claros son mejores para verano, pero no presentan un argumento matemático que justifique su propuesta, a pesar de que fueron las relaciones que identificaron para poder dar respuesta a las preguntas planteadas en la secuencia didáctica.

Figura 4.3 Carta de un estudiante 1



Las cartas presentan su justificación sólo por el color de la ropa. Mencionan el experimento, sin embargo no retoman los datos cómo se les pedía. En ninguna carta expresan la comparación de las temperaturas por los colores, alguna gráfica o tabla. En ninguna carta mencionan la variación entre las variables. Por lo tanto los estudiantes en sus cartas manifiestan su explicación a un nivel de conocimiento empírico.

Finalmente para la fase 5) La institucionalización del conocimiento se llevó a cabo en la última sesión, (consideramos se realizó de manera precipitada debido al tiempo) en la cual las expositoras retomaron los resultados tabulares y gráficos para cada par de color, se explicó que si hay un fundamento matemático y se mostró las variaciones por cada color para seleccionar una ropa de color oscuro o claro, así como el soporte teórico de que es lo que pasaba con las dos variables involucradas en la práctica (tiempo y temperatura).

Conclusiones

Esta sección se presenta en tres aspectos: 1. El sensor como recurso tecnológico para apoyar la tarea; 2. El problema en contexto y su conexión al contenido matemático; 3. El contraste de los resultados con el referente teórico de Duval (1998), Carlson et al. (2002) y la propuesta metodológica de ACODESA. Para el punto uno, el uso del sensor para la medición de la temperatura en los diferentes pares de papeles de colores provoca un ambiente motivador y favorece la atención y compromiso de los estudiantes.

Esto ayudó para que los estudiantes estuvieran atentos durante el proceso de la toma de datos y la gráfica resultante. Sin embargo, cuando se les pide en la secuencia didáctica que repliquen la gráfica, la mayoría no logra hacer una representación gráfica con todos sus elementos, identificación de la variable independiente, dependiente, el origen y las escalas de los ejes.

Esto puede indicar por un lado descuido al realizar su gráfica o que los estudiantes no le dieron importancia a la lectura de los datos, lo cual implicó que los estudiantes no pudieran relacionar los datos con las preguntas relacionadas al concepto de covariación en la secuencia didáctica.

Se comprobó que el uso de diferentes representaciones por parte de los estudiantes es escaso, además que no relacionan los pares ordenados en la representación tabular con la gráfica para ayudar a precisar la variación. Los profesores debemos enfatizar en la medida de lo posible la visualización de las representaciones gráficas y encauzar constantemente a los estudiantes para que retomen la representación tabular para su conexión a la gráfica, porque en general, pareciera que los estudiantes lo utilizan de forma independiente.

En lo que respecta al punto de contrastar los resultados con los referentes teóricos de Carlson et al. (2002) los estudiantes en general no logran la coordinación del valor de una variable con cambios en la otra. Es importante señalar que los estudiantes estaban ya por egresar del bachillerato en la especialidad de ciencias de la salud, esto nos indica que en general, los estudiantes no fueron capaces de realizar, leer, comprender, analizar e interpretar toda la información contenida en una representación gráfica. La lectura e interpretación de una representación gráfica es parte de la alfabetización matemática de cualquier individuo en la sociedad. Se determinó que la mitad de los estudiantes alcanzaron un nivel 4 de razonamiento covariacional, ya que sustentaron los comportamientos de las acciones mentales de la uno a la cuatro. Además, los resultados de los estudiantes en esta exploración son acordes con los resultados correspondiente en matemáticas (Planea, 2017): el 66.2 % de los estudiantes se ubica en el nivel I lo que indica que tienen dificultades para establecer y analizar relaciones entre dos variables.

Recomendaciones

Es necesario el diseño de materiales y libros de texto que incorporen la tecnología de forma reflexiva y con la planificación de actividades con problemas reales. Esto permitirá a los estudiantes tomar datos, descubrir relaciones, precisar variables y conjeturar respecto a la covariación.

La exploración proporcionó elementos para mejorar la secuencia didáctica *¿Obscuro o claro?*, de tal manera que se presenten actividades para sustentar los comportamientos de la Acción mental 5 referente a la coordinación de la tasa de cambio instantánea de la función con continuos cambios en la variable independiente para todo el dominio de la función. En cuanto a la metodología ACODESA es necesario incluir actividades en la secuencia didáctica para que emerjan las representaciones funcionales para una mejor comprensión de la tarea (Fase 1 y 2). Asimismo relacionar la secuencia didáctica con *Geogebra* o algún otro software, para que los estudiantes visualicen las representaciones, les apoye para activar sus representaciones mentales y puedan mejorar la movilización en los diferentes registros de representación.

Referencias

Alvarado-Monroy, A., Carmona, G., López-Betancourt, A. y Mata-Romero, A. (2014). Construyendo el significado de quilataje con Netlogo. Uso de Tecnologías en Matemática Educativa. Investigaciones y Propuestas, Recuperado el 15 mayo del 2015 de: <http://www.amiutem.edu.mx>.

Carlson M., Jacobs S., Coe E., Larsen S. y Hsu E. (2002). Applying Covariational Reasoning While Modeling Dynamic Events: A Framework and a Study. *Journal Research in Mathematics Education*, 33, 5, p. 352-378.

Duval, R. (1993). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo de pensamiento. *Investigaciones en Matemática Educativa II*. (pp. 188-231). México: Grupo Editorial Iberoamérica.

Duval, R. (1998). Registros de representación semiótica y funcionamiento cognitivo del pensamiento. En F. Hitt (Ed.), *Investigaciones en Matemática Educativa II* (pp. 173-201). México: Departamento de Matemática Educativa del Cinvestav-IPN. Grupo Editorial Iberoamericana.

Hitt-Espinoza F. (2007). Utilisation de calculatrices symboliques dans le cadre d'une méthode d'apprentissage collaboratif, de débat scientifique et d'auto-réflexion. In M. Baron, D. Guin et L. Trouche (Éditeurs), *Environnements informatisés et ressources numériques pour l'apprentissage conception et usages, regards croisés* (pp. 65-88). Éditorial Hermes.

Planea. (2017). Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes. Recuperado el tres de mayo del 2017 de: <http://planea.sep.gob.mx/content/general/docs/2017/ResultadosNacionalesPlaneaMS2017.PDF>

Hitt-Espinoza F. (2013). ¿Qué tecnología utilizar en el aula de matemáticas y por qué? *AMIUTEM*. 1(1), 1-18.

Hitt-Espinoza F., y Cortés-Zavala J. C. (2009). Planificación de actividades en un curso sobre la adquisición de competencias en la modelización matemática y uso de calculadoras con posibilidades gráficas. *Educación e Internet*. 10(1), 1-30.

López-Betancourt A., García-Rodríguez M.L. y Reyes-Nava. E. (2016). Acercamiento al concepto de variación a través de la medición del Ph del suelo. *AMIUTEM*. Vol IV(1). ISSN: 2395-955X. <http://revista.amiutem.edu.mx>

López-Betancourt A., García-Rodríguez M.L. Benítez-Pérez A.A. (2016). Medición del Ph del suelo con sensor: una experiencia escalonada en dos niveles. En *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. Vol 29 (29). págs. 739-745. ISSN:2448-6469. <http://www.clame.org.mx/acta.htm>

Mochón, S. (2002), *Enseñanza de las ciencias a través de modelos matemáticos*. México: Secretaría de Educación Pública.

Moreno-Castro C.A. (2013). Exploración de las representaciones semióticas del concepto de función en ambiente Excel, en el contexto de la Facultad de Ciencias Forestales. Tesis s/p. Facultad de Ciencias Exactas. Universidad Juárez del Estado de Durango.

SEP (2011) Documento Base del Bachillerato General. DGB/DCA.

Volz, D.L. y Sapatka, S. (2007) *Middle School Science With Vernier. Science Experiments using Vernier sensors*, Ed Vernier.